



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                          |                               |                               |                               |                               |                               |                               |
|------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1<br><input checked="" type="checkbox"/> | 2<br><input type="checkbox"/> | 3<br><input type="checkbox"/> | 4<br><input type="checkbox"/> | 5<br><input type="checkbox"/> | 6<br><input type="checkbox"/> | 7<br><input type="checkbox"/> |
|------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задание 1

Пусть  $d$ - разность между соседними членами арифм. прогрессии

Итог

$$6x + 18 + 2d = (x - 4x)^2 \quad (1)$$

$$6x + 18 + 6d = -3x^2 \quad (2)$$

$$(x - 4x)^2 + 4d = -3x^2 \quad (3)$$

$$(1): 6x + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$(1) \rightarrow (3)$$

$$(x - 4x)^2 + 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 + 3x^2 = 0$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

По м. б. д.  $x=2$  - корень.

По м. б. д.  $x=2$  - корень.

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \\ \hline x^2 - 2x^3 \\ - 6x^3 + 17x^2 \\ - 6x^2 + 12x \\ \hline 5x^2 - 4x \\ 5x^2 - 10x \\ \hline 6x - 12 \\ 6x - 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{l} :x^3 \\ x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0 \end{array} \right.$$

по теореме Бейн  $x=2$  - корень

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \\ \hline x^2 - 2x^2 \\ - 4x^2 + 5x \\ - 4x^2 + 8x \\ \hline - 3x + 6 \\ - 3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$x_1 = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{2} = \boxed{2 + \sqrt{7}}$$

$$x_2 = \boxed{2 - \sqrt{7}}$$

Проверка:  
 $x=2 \quad V - 30$   
 $VII \quad 8(4-8)^2 = 16 \quad \boxed{V}$   
 $-VIII + XI = -12$

$\Rightarrow$   $x = 2 \pm \sqrt{7}$   
 $a_5 = 30 + 6\sqrt{7}$   
 $a_7 = 9 \quad a_{11} = 33 \pm 12\sqrt{7} \quad \boxed{V}$

Ответ:  $x_1 = 2 + \sqrt{7}, x_2 = 2 - \sqrt{7}, x_3 = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задание 2

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

Задание, чтобы  $\{4x - 3y \in [-6; 6]$   
 $3x - 4y \in [-8; 8]$

Причес замечаний

1 способ решения

1 способ  
~~4x + 3y~~  $4x - 3y - 3x + 4y = x + y \in [-14; 14]$   
 т.к. нижняя граница  $-6 - 8 = -14$   
 верхняя граница  $(m.e. \text{нижнее значение мин}) = 6 + 8 = 14.$   
 (m.e. max)

Метод

$$4x - 3y + 3(x + y) = 7x \in [-48; 48] \Rightarrow x \in [-96; 96]$$

$$5x - 4y - 3(x + y) = -7y \in [-50; 50] \Rightarrow y \in [-50; 50]$$

Метод  $14x + 7y \in [-146; 146]$ .

т.к. просто поменяли  
 знака ~~и~~ между ними.

m.e. нижнее значение  $= -146$

достижимо при  $x = -\frac{48}{7} = -6\frac{6}{7}$

$$y = -\frac{50}{7} = -7\frac{1}{2}$$

Проверка

①  $\left| -\frac{4 \cdot 48}{7} + \frac{150}{7} \right| \leq 6$

$$\left| -\frac{192}{7} + \frac{150}{7} \right| \leq 42 \quad \checkmark$$

②  $\left| -\frac{3 \cdot 48}{7} + \frac{200}{7} \right| \leq \frac{56}{7}$

$$\left( -\frac{144}{7} + \frac{200}{7} \right) \leq \frac{56}{7} \quad \checkmark$$

Ответ:  $-146$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 3

Заметили, что:

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Рассмотрим 2 случая

I  $A = 13p^2, B = 3q^2$

II  $A = 3q^2, B = 13p^2$

(1):

$$(m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

Заметили, что  $m-n$  и  $m-n+9$  - разные четные

Докажем:  $\begin{cases} m-n \leq 2 \\ m-n+9 \geq 4 \end{cases}$

$$2+4=6 \rightarrow$$

Значит:  $(m-n)(m-n+9) : 2 \Rightarrow 13p^2 : 2$ , единственное  
четное простое это 2  $\Rightarrow 13p^2 = 13 \cdot 4 = 52$

$$52 = 2 \cdot 26 = 4 \cdot 13 = 1 \cdot 52$$

Одни из делителей бывшие второго шага, подко-

гнем пары  $\begin{cases} m-n=4 \\ m-n+9=13 \end{cases}$

Проверка  $B = mn = 3q^2 \Rightarrow m \cdot n \cdot 8 + 3 \cdot 3 \text{ и } 3q^2 : 7 \Rightarrow q : 7$ , значит

$$q = 7 \Rightarrow B = 3 \cdot 196 = 147 \Rightarrow mn = \frac{147}{7} = 21$$

$$\begin{cases} mn = 21 \\ m-n = 4 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m = 4 + n$$

$$(4+n) \cdot n = 21$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$D = 16 + 84 = 100$$

$$n_1 = \frac{-4+10}{2} = 3$$

$n_2 = -7$  — нецелое т.к. только целые решения.

$$n = 3 \quad m = 7$$

$$A = 52 \quad B = 147$$

$$\textcircled{2}: A = 3q^2$$

$$B = 13p^2$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$\text{аналогично } 3q^2 : 3 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow 3q^2 = 12$$

$$(m-n)(m-n+9) = 12$$

$$m-n = t.$$

$$t^2 + 9t - 12 = 0$$

$D = 81 + 48 = 129$ , корень из дискриминанта не целое  $\Rightarrow$  т.к. 9 целое, то корни будут нецелыми (челое + нецелое = нецелое)  $\Rightarrow$  там нет целого кратного — противоречие, т.к. начальные — наименьшие. Ответ:  $m = 7$   
 $n = 3$

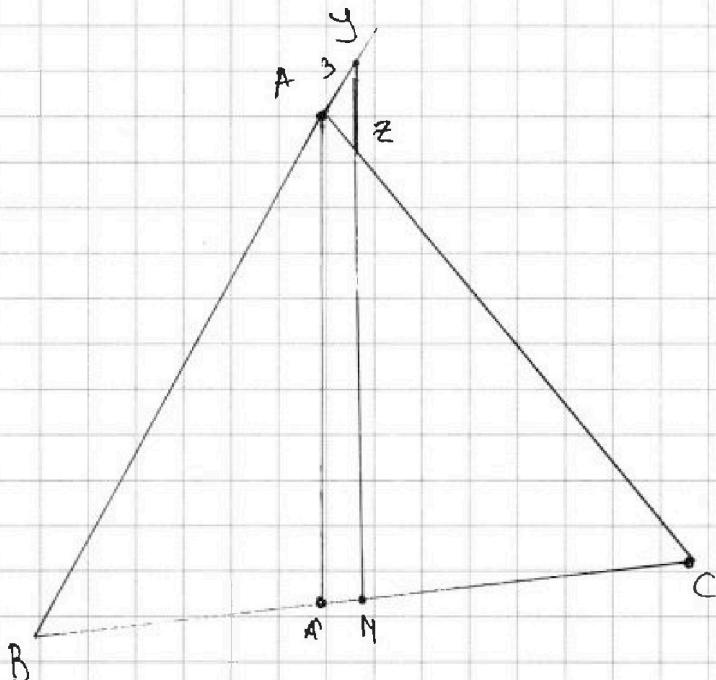


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: Пусть  $\angle BAC = 2\alpha \Rightarrow \angle A'AZ = \alpha = \angle AZY$  (как наименее лежащие).  $\angle YAZ = 180 - 2\alpha$ ,  $\angle AZY = \alpha$  (сумма углов в  $\triangle = 180$ ). Значит  $\angle AYZ = \alpha \Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный  $\Rightarrow AY = AZ = 3$ . Тогда  $\cos(180 - 2\alpha)$  по теореме косинусов для  $\triangle AYZ$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$

$$16 = 18 - 18 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\cos((180 - 2\alpha)) = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}.$$

Воспользовавшись теоремой для наклоненных отрезков (теорема Фалеса обобщенная)

$$\frac{AZ}{ZC} = \frac{A'M}{MC} = \frac{AZ}{AC - AZ} = \frac{3}{9 - 3} = \frac{1}{3}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $MC = 3x$ ,  $BM = x \Rightarrow BC = MC = 3x$ ,  $BA' = 2x$ .

Поэтому

$$\frac{BA'}{BM} = \frac{BA}{BA+AM} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BA}{BA+3} = \frac{2}{3}$$

$$BA = 6.$$

Воспользуемся теоремой косинусов в  $\triangle ABC$

$$BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \cos(2\alpha) \quad (\text{Заметим, что } \cos(180-2\alpha) = -\cos 2\alpha \\ \Rightarrow \cos 2\alpha = -\cos(180-2\alpha))$$

$$BC^2 = 180 + 144 \cdot \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 180 + 16$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = 14$$

Ответ:  $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x+y} & (2) \end{cases}$$

OD3

$$\begin{aligned} y \in [0; 5] \\ x \in [0; 30] \end{aligned} \quad \text{так как } x > 30, \text{ то корень подкореняло} \leq 0$$

Запишем (2) по-другому

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$$

Предположим  $x \neq y$ , пусть  $x > y$  (Без ограничения общности)  
тогда  $4x^4 > 4y^4$ ,  $x > y$ ,  $\sqrt[4]{x} > \sqrt[4]{y} \Rightarrow$  это не равно. Значит  
 $x = y$ .

Метод (1) упрощаем так:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{x+6} \\ b = \sqrt{5-x} \end{cases}$$

$$a - b + 5 = 2ab - 5$$

$$a - b = 2ab - 10$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$a^2 + 12ab + b^2 = 4a^2b^2 + 25$$

Заменим  $a$  - восстановлено

$$x - 6 + 12ab + 5 - x = 4a^2b^2 + 25$$

$$13ab + 11 = 4a^2b^2 + 25$$

Пусть  $q = ab$

$$13q + 11 = 4q^2 + 25 \quad 13q + 11 - 4q^2 = 0$$

$$4q^2 - 13q + 14 = 0 \quad q^2 - \frac{13}{4}q + \frac{14}{4} = 0$$

$$2q^2 - 13q + 14 = 0 \quad D = 81 - 56 = 25$$

$$q_1 = \frac{9+5}{4} = 3,5$$

$$q_2 = 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab = 1 \quad (1) \\ ab = \frac{x}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) : \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} = 1$$

$$(x+6)(5-x) = 1$$

$$5x - x^2 + 30 - 6x = 1$$

$$-x^2 - x + 30 = 1$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 29 \cdot 4 = 1 + 116 = 117 \left( \left( 3\sqrt{13} \right)^2 \right)$$

$$x_1 = \frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} \text{ - неудр m.k } x \geq 0$$

$$\frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \sqrt{5}$$

$$-1 + 3\sqrt{13} \sqrt{5}$$

$$11 \sqrt{3\sqrt{13}}$$

$$(1) \vee (2) \Rightarrow \left( \frac{3\sqrt{13}-1}{2} \right) \text{ входит в 003}$$

$$(2) : \sqrt{-x^2 - x + 30} = \frac{x}{2}$$

$$-x^2 - x + 30 = 12 \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 4$$

$$-4x^2 - 4x + 120 = 49$$

$$-4x^2 - 4x + 71 = 0$$

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 71 = 16 \cdot 72 = 4 \cdot 3 \cdot 8 \left( (24\sqrt{2})^2 \right)$$

$$x_1 = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{8} \quad x_2 = \frac{4 - 24\sqrt{2}}{8} \text{ - неудр } x \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \approx 4,76 \\ & \overbrace{\sqrt{2} + 1}^{3\sqrt{2} + 1} \sqrt{5} \\ & \approx 1,42 \end{aligned}$$

$$3\sqrt{2} \approx 4,26 \text{ входит в 003}$$

$$\begin{aligned} & \text{Ответ: } \left( \frac{3\sqrt{2}+1}{2}, \frac{3\sqrt{2}-1}{2} \right) \\ & \left( \frac{3\sqrt{13}-1}{2}, \frac{3\sqrt{13}+1}{2} \right) \end{aligned}$$



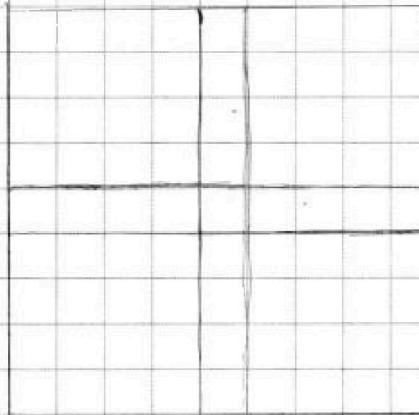
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 6



Задача: что всего ушло - 100

После засчитано, что

провернули пару узлов

и две повторные 4 раза ~~две~~

на 5 раз вернувшись в исходное

положение. Значит всего пар 99·100, но сколько

может повториться 4 раза,  $\Rightarrow 99 \cdot 25 = 2475$

Проверку - определи

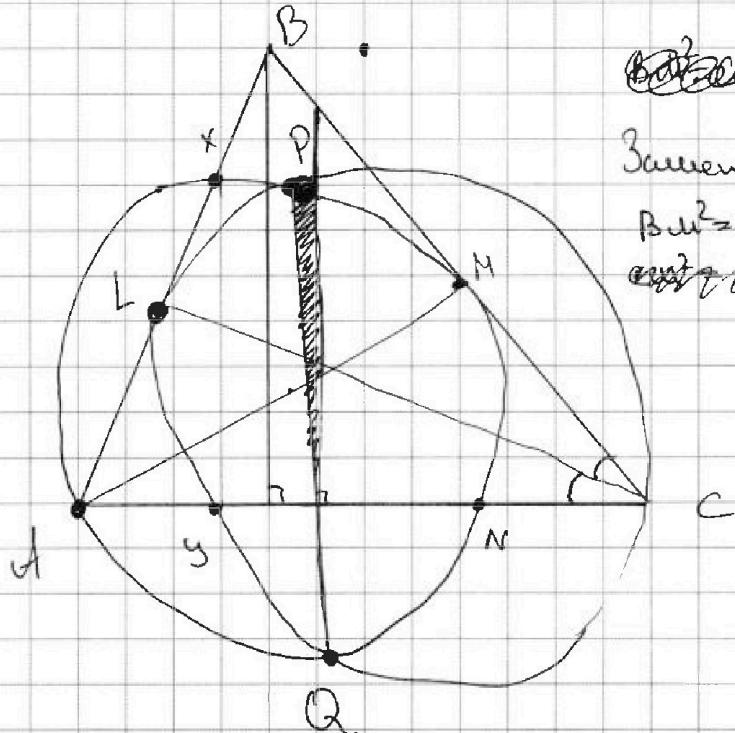


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача  
 $BM^2 = Bx \cdot AB$   
 $\angle Bx = \angle AN$ ,

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x^4 + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$5 \rightarrow +4d$$

$$11 \rightarrow +10d$$

$$6x^4 + 18 + 6d = -3x^2$$

$$12 + 6\sqrt{2} + 18 = 30 + 6\sqrt{7}$$

$$4d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - (-3x^2)$$

$$(2+\sqrt{7})^2 - 48 \approx 57$$

$$4d = x^4 - 8x^3 + 19x^2$$

$$4 + 4\sqrt{4+7} - 3 + 4\sqrt{7} =$$

$$6x^4 + 18 + x^4 - 8x^3 + 19x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$11 - 3 = 8$$

$$12x + 36 + x^4 - 8x^3 + 19x^2 = 12x^4 - 16x^3 + 32x^2$$

$$-3x^2 = -3(11 + 4\sqrt{7}) = -33 - 12\sqrt{7}$$

$$12x + 36 = x^4 - 8x^3 + 13x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$-3x^2 - x^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 - (2x - 6)^2 - 2x^2 = 0$$

$$30 \frac{2}{3} 16 \frac{8}{9} \frac{5}{2} - 12$$

$$6x^4 + 18 + 2d = (x^2 - 4x)^2$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \\ x^4 - 2x^3 \\ \hline -6x^3 + 17x^2 \\ -6x^2 + 12x^2 \\ \hline 5x^2 - 4x \end{array} |_{x=2}$$

$$6x^4 + 18 + 6d = (-3x^2)^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ x^2 - 6x + 5x + 6 \\ \hline 6 - 2x \end{array} |_{x=2} \quad x=2 \checkmark$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4d = -3x^2$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$6x^4 + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 10x \\ 6x - 12 \\ \hline x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \end{array} |_{x=2}$$

$$2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \\ x^2 \\ \hline -4x^2 + 5x \\ -4x + 8x \\ \hline 4x \end{array} |_{x=2}$$

$$60x^4 + 120x^2 (x^2 - 4x)^2 + 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2$$

$$x^4 - 16x^3 + 16x^2 + 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 + 3x^2 = 0$$

$$x=2 \text{ брак}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ (x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x)^2 \\ \hline 2 \end{array} = 26$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$|3y - 4x|$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$x \leq 1x$$

$$\{ 4x - 3y \} \leq |4x - 3y| (\leq 6)$$

$$-3x + 4y \leq -|3x - 4y| (\geq -8)$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$-3x + 4y \geq -8$$

$$4x - 3y \geq -6$$

$$-3x + 4y \geq -8$$

$$14x - 7y$$

$$(x+y)$$

$$4x - 3y \in [-6; 6]$$

$$3x - 4y \in [-8; 8]$$

$$x+y \in [-14; 14]$$

$$4x - 3y + 3(x+y) = 7x$$

$$E[-48; 48] \Rightarrow 14x \in [-96; 96]$$

$$3x - 4y \in [-8; 8] \Rightarrow -3(x+y)$$

$$-7y \in [-50; 50] \Rightarrow 7y$$

$$E[-50; 50] \Rightarrow 14x + y$$

$$E[-14; 14]$$

$$-14 + (-62) = -160$$

$$3y - 4x$$

$$4x - 3y + 3x - 4y$$

$$(x - 7y)$$

$$4x + 3y - 3x + 4y =$$

$$x + 7y$$

$$+ (2x + 4y)$$

$$4x - 3y + 3x - 4y = 7(x - y)$$

$$4x - 3y$$

$$4x - 3y = 6$$

$$-3x + 4y = -8$$

$$4x - 3y = 6$$

$$4y - 3x = -8$$

$$x+y = -14$$

$$4(-14-y) - 3y = -6$$

$$-42 - 4y - 3y = -6$$

$$-42 - 7y = -6$$

$$42 + 7y = 6$$

$$y = -\frac{42}{7} - \frac{36}{7} = -5\frac{1}{7} \Rightarrow x = -8\frac{6}{7} = -\frac{62}{7}$$

$$7x + 7y$$

$$8x + 14y$$

$$9x + 7y$$

$$10x + 10y$$

$$11x - 7y$$

$$12x + 10y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)^2 + g(m-n) = (m-n)(m-n+g)$$

$$B = mn(m+n+3)$$

13  
рассмотрим 2 случая

$$A = 13p^2 \quad B = 3q^2$$

$$A = 3q^2 \quad B = 13p^2$$

$$A = 13p^2$$

$$B = 3q^2$$

если  $m-n+g \equiv 3$ , то  $m-n+g \cdot 3 \Rightarrow$

$$3g = 3 \cdot 13$$

$$3g = 1 \cdot 3g$$

$$117 = g \cdot 13 = 3 \cdot 3g = 117 \cdot 1 \text{ не т. р-ши } mn = 21$$

$$A = 3q^2$$

остатки однознач.

значит  $m-n$  или  $m-n+g \equiv 3$

если  $m-n \equiv 3$   $\Rightarrow 3q^2$  содержит 3 в 2-м члене

$$3 \Rightarrow q=3$$

$$(m-n)(m-n+g) = 27$$

$$3 \cdot 9$$

$$27 \cdot 1$$

$(m-n)(m-n+g)$   
разделяем

$$13p^2 = 52$$

$$13 \cdot 4$$

$$m-n = 4$$

$$B =$$

$$13p^2 : 3 \Rightarrow p=3 \quad 3q^2 = 7mn$$

$$\Rightarrow 13p^2 = 117 \neq 349$$

$$147 = 7mn$$

743



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

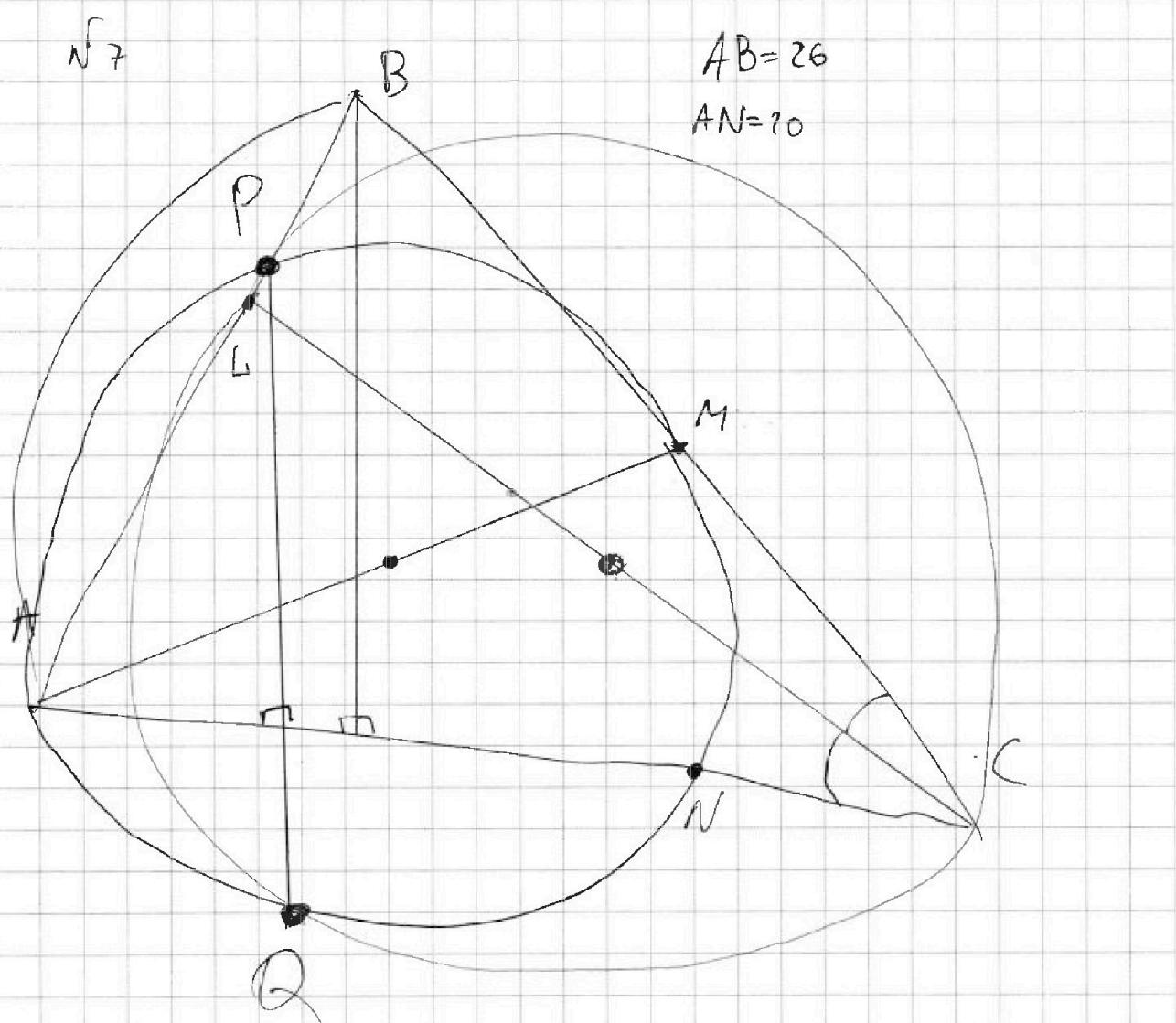
5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BM^2 = CM^2 = AP \cdot AB = CN \cdot AN.$$

$$\frac{26}{26} \cdot \frac{26}{20}$$

$$(26AP=20CN)$$

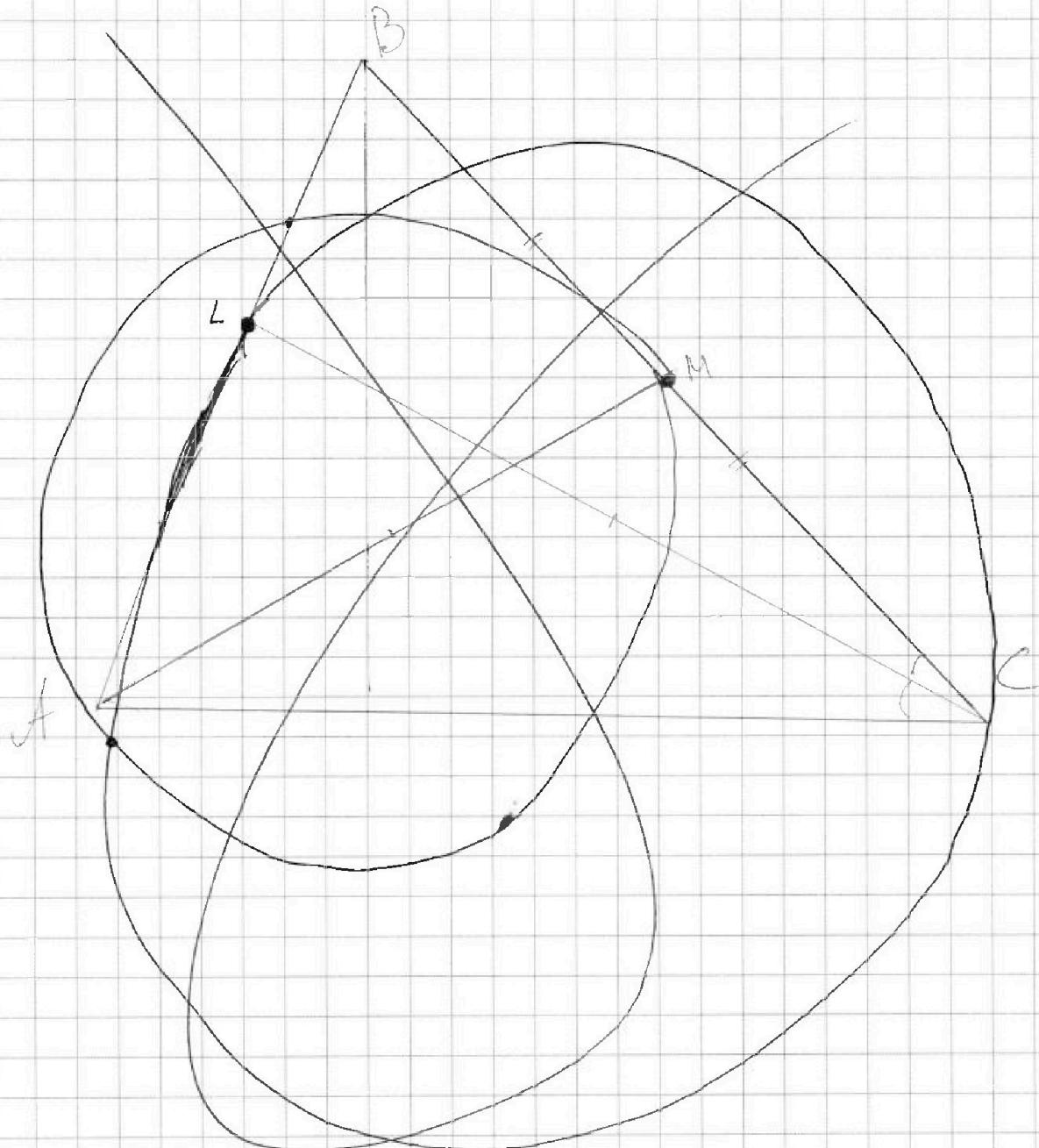


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



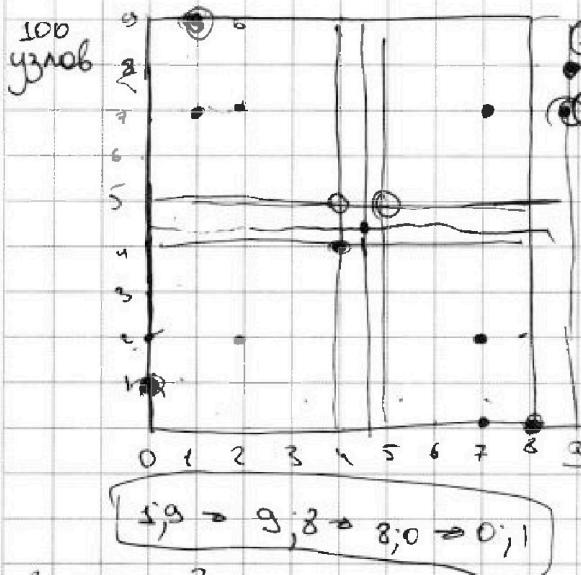


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

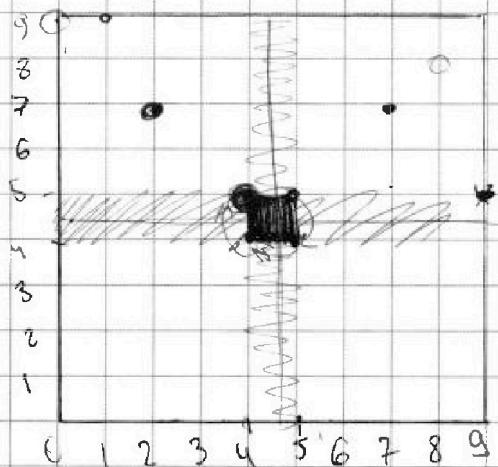


① центральная и шесть полотнищ  
② ставимые шести по ч  
шестиграннику  
ВЫБИРАЕМ точку, кроме центра  
и это будет вторую точку

98 вариантов деления на 4  
полотнища 99-98. Деление на 4  
т.к. 4 однократного разряда получим

$$100 \cdot 99 - 25 \cdot 99 \text{ (и все?)}$$

Что не так?



$$13 \rightarrow 98 \rightarrow 80 \rightarrow [0;1]$$

$$0;0 \rightarrow 0;9 \rightarrow 9;9 \rightarrow 9;0$$

$$x^y \rightarrow y^{(x-y)} = (x^y)(x^{y-x}) = (x-y)(x^{y-x})$$

0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

$$(x+6)(5-y) = 5x - xy + 30 - 6y$$

$$003 \quad y \leq 5 \quad x \geq -6$$

$$y \in [0; 5] \quad x \in [0; \frac{30}{4y^2}]$$

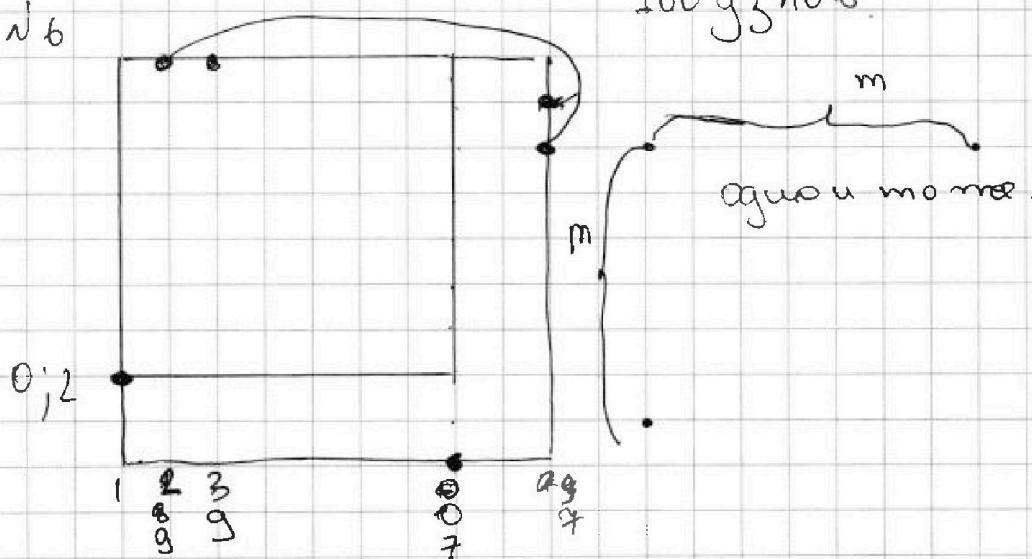
$$x+6+5-y+2\sqrt{(x+6)(5-y)} - 2\sqrt{5-y} = 10\sqrt{5-y} + 10\sqrt{x+6} = 4 \cdot 30 - 4x - 4y^2.$$

$$x-y+36 - 2\sqrt{(x+6)(5-y)} - 10\sqrt{5-y} + 10\sqrt{x+6} = 4x + 4y^2 = 120$$

$$5x - y + 4y^2 - 2\sqrt{(x+6)(5-y)} - 10\sqrt{5-y} + 10\sqrt{x+6} = 84$$

$$4(x-y)(x+y)(x^2+y^2) + (x-y) + \sqrt{(x-y)}(\sqrt{x}+\sqrt{y}) = 0$$

№6





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задание 4

$$30 - x - x^2 = (3, 5)^2 \quad | \cdot 4.$$

$$\frac{120 - 4x - 4x^2}{4} = 25 \quad | \cdot 4$$

$$120 - 4x - 4x^2 = 100$$

$$4x^2 + 4x - 20 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$(x+6)(x-5) = 0$$

$$x_1 = -6, x_2 = 5$$

$$D = 16 + 16 - 71 = 5x - x^2 + 30 - 6x^2$$

$$16 - 71 = 4^2 \cdot 3^2 \cdot 8 = 42 \cdot 24 \sqrt{2}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$(a - b)^2 + 25 = 0$$

$$a - b - 2ab + 5 = 0$$

$$a - b = 5 - 2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$a^2 + 18ab + b^2 = 4a^2b^2 + 25$$

№5

ОДЗ  $y \in [0; 5]$   
 $x \in [0; 30]$

Предположим  $y \neq x$

Причина пусть  $y > x > 0$

$$\text{Значим } 4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y + y}$$

значим  $x = y$

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$x+6+5-x+25 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} - 10\sqrt{5-x} + 10\sqrt{x+6} = 4\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\frac{26}{18} - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} - 10\sqrt{5-x} + 10\sqrt{x+6} = 2(30-x-x^2)$$

$$18 - ab - 10b + 10a = 60 - x - x^2$$

Решение

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$x+6+5-x+25 = 4(30-x-x^2) + 25$$

$$11+18ab = 4a^2b^2+25$$

$$4a^2b^2 - 18ab + 14 = 0$$

$$2a^2b^2 - 9ab + 7 = 0$$

$$D = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{cases} a = x+6 \\ b = \sqrt{5-x} \end{cases} \quad \begin{cases} ab = 9+5 = 14 \\ a^2b^2 = 1 \end{cases}$$

$$x_1 = -1 + 3\sqrt{13}$$

$$30 - x - x^2 = 1 \quad x_2 \text{ не подходит}$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 29 \cdot 4 = 117 = 3\sqrt{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

