



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(\angle \overset{C}{\underset{AN}{CEM}}) = -\frac{3}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

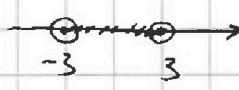
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

①

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

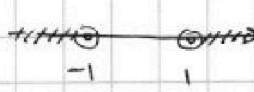
$$1) \frac{D}{4} = (2\sqrt{2}t)^2 - (9t^2 - 9) = 8t^2 - 9t^2 + 9 = 9 - t^2$$

$\frac{D}{4} > 0$  (т.к. уравнение имеет 2 различных действ. корня)

$$\Leftrightarrow 9 - t^2 > 0 \Leftrightarrow t^2 < 9 \Leftrightarrow (t-3)(t+3) < 0 \Rightarrow \begin{cases} t < 3 \\ t > -3 \end{cases}$$


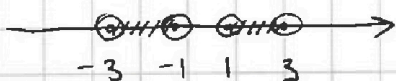
2) привведение корней по Виетаму  $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 9t^2 - 9 > 0 \text{ (по теореме Виета)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t^2 > 1 \Leftrightarrow (t-1)(t+1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$


3) условие задачи выполняется ~~тогда~~ и только тогда, когда  $\frac{D}{4} > 0, 9t^2 - 9 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \in (-3; 3) \\ t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$


Ответ:  $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad a - b = 12 \Leftrightarrow a = b + 12, \quad a, b \in \mathbb{N}$$
$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4, \quad p - \text{простое}$$

$$1) \quad a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3)$$
$$= (2b+12)(2b+15) = 2(b+6)(2b+15) \stackrel{\equiv}{=} 0$$

$$\Rightarrow 19p^4 \stackrel{\equiv}{=} 0 \Rightarrow p \stackrel{\equiv}{=} 0 \quad (2, p - \text{простое}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 2$$

$$2) \quad a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^4$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^3$$

$$3) \quad 2b+15 \stackrel{\equiv}{=} 0+1 \stackrel{\equiv}{=} 1, \quad (b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^3 \stackrel{\equiv}{=} 0$$

$$\Rightarrow (b+6) \stackrel{\equiv}{=} 0 \Rightarrow b+6 \geq 8 \quad (b \in \mathbb{N})$$

$$4) \quad 2b+15 > b+6 \Leftrightarrow b+9 > 0 \quad (b \in \mathbb{N})$$

$$2b+15 > b+6 \geq 8, \quad (b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^3, \quad 19 - \text{простое}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+6 = 8 \\ 2b+15 = 19 \end{cases} \Rightarrow b = 2$$

$$5) \quad \begin{cases} a = b+12 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 2 \end{cases}$$

Ответ: (14; 2)

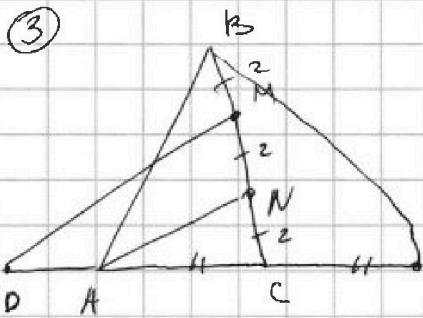


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $M, N \in BC$ ,  
 $BM = MN = NC$ ,  $BC = 6$ ,  
 $MD \parallel AN$ ,  $D = MD \cap CA$ ,  
 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$ ,  $K \in AC$ ,  $KC = AC$   
 Найти:  $AB = ?$

Решение:

$$1) \triangle ANC \sim \triangle DMC \Rightarrow \frac{NC}{MN} = \frac{AC}{DA} = 1 \Rightarrow DC = 2AC = AB \Rightarrow$$

(по уг.)

$$\Rightarrow AK = AB, BC - \text{мед. в } \triangle ABK, \triangle ABK - \text{р/б}$$

$$2) \frac{BN}{NC} = 2, BC - \text{мед. в } \triangle ABK \Rightarrow N - \text{центр масс,}$$

$$\triangle ABC - \text{р/б} \Rightarrow AN - \text{вис-са, мед, высота в } \triangle BAK \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAK = 2\angle CAN \Rightarrow \cos(\angle BAK) = -\frac{3}{4}$$

$$3) BC = \frac{\sqrt{2AB^2 + 2BK^2 - Ak^2}}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + 2BK^2}}{2} = 6 \Rightarrow$$

(по ф. мед.)

$$\Rightarrow AB^2 + 2BK^2 = 144$$

$$4) BK^2 = AB^2 + AK^2 - 2AB \cdot AK \cdot \cos(\angle BAK) \quad (\text{по т. косинусов})$$

$$= 2AB^2 + 2AB^2 \cdot \frac{3}{4} = AB^2 \left(2 + \frac{3}{2}\right) = \frac{7}{2} AB^2$$

$$5) 3), 4) \Rightarrow AB^2 + 2BK^2 = AB^2 + 7AB^2 = 8AB^2 = 144$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{18} \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$$

Ответ:  $3\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ Рассмотрим 4 возможных случая:

1)  $\begin{matrix} \boxed{P_1} \\ \wedge \\ \boxed{P_2} \\ \wedge \\ \boxed{P_3} \end{matrix}$  на каждой карте в ряду сидит человек

( $P_i$  - рост человека)

Количество ~~выбравать~~ <sup>выбравать</sup> ~~способов~~ <sup>способов</sup> рассадить так ~~3 человека~~ <sup>3 человека из группы из n человек</sup> ~~кол-во~~ <sup>кол-во</sup> ~~людей~~ <sup>людей</sup> ~~из группы из n человек~~ <sup>из группы из n человек</sup> ~~выбравать~~ <sup>выбравать</sup> 3х человек из группы из n человек (т.к. по 3м людям рассадка определ. однозначно.)

$$\text{Выборать из } n \text{ человек } n3 = C_n^3$$

2)  $\begin{matrix} \boxed{P_1} \\ \boxed{0} \end{matrix}$  человек не сидит на зад. карте в ряду, тогда,  $P_1$  и  $P_2$  любые  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  рассадить 2х чел. заполнить ряд:  $\begin{matrix} \boxed{P_2} \\ \text{ряд} \end{matrix}$  :  $2C_n^2$  способов (выбравать 2х из n -  $C_n^2$  способов, 2 т.к.  $P_1$  может быть перед  $P_2$ , а может быть за  $P_2$ )

3)  $\begin{matrix} \boxed{0} \\ \boxed{P_1} \\ \wedge \\ \boxed{P_2} \end{matrix}$  кол-во способов заполнить ряд:  $C_n^2$  (выбравать 2 человека из n однозначно определем их расположение)

4)  $\begin{matrix} \boxed{P_1} \\ \wedge \\ \boxed{P_2} \\ \wedge \\ \boxed{0} \end{matrix}$   $C_n^2$  (аналогично 3))



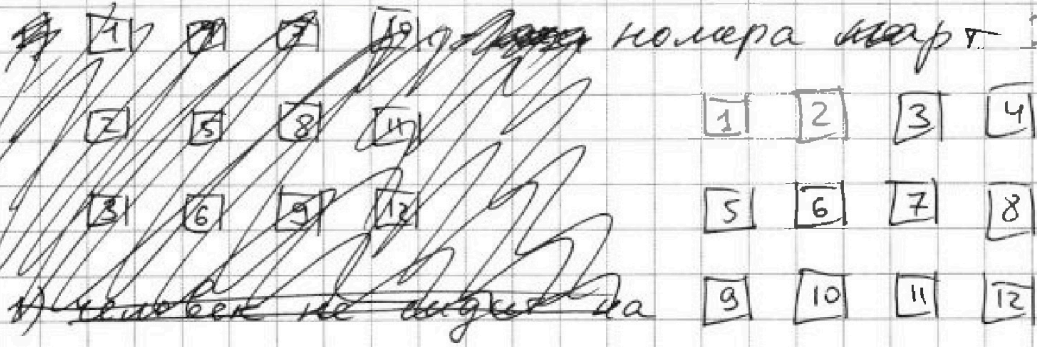
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II Рассмотрим 12 мест, где может не быть человека, и посчитаем кол-во вариантов рассадки:



1) 1ая карта пустая:  
способов посадить людей:  $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$   
( $C_{11}^2$  - посадить на 1ый ряд,  $C_9^3$  на 2ой ряд,  $C_6^3$  на 3ий,  $C_3^3$  на 4ой) (из I)

2) 2ая карта пустая:  
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  ( $C_{11}^2$  - посадить на 2ой ряд,  $C_9^3$  на 1ый,  $C_6^3$  на 3ий,  $C_3^3$  на 4ой) (из I)

3) 3я карта пустая:  
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  (аналогично 1 и 2)

4) 4ая карта пустая:  
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  (аналогично 3)

5) 5ая карта пустая:  
 $2C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  ( $2C_{11}^2$  - на 1 ряд,  $C_9^3$  на 2ой,  $C_6^3$  на 3,  $C_3^3$  на 4) (из I)

6) 6ая карта пустая:  
 $2C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  (аналогично 5)

7) 7ая карта пустая:  $2C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  (аналогично 6)

8) 8ая карта пустая:  $2C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$  (аналогично 7)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) 9 ая карта пустая:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \text{ (аналогично 1)} \text{ (из 1)}$$

10) 10 ая карта пустая:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \text{ (аналогично 2)} \text{ (из 1)}$$

11) 11 ая карта пустая:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \text{ (аналогично 3)} \text{ (из 1)}$$

12) 12 ая карта пустая:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \text{ (аналогично 4)} \text{ (из 1)}$$

Значит, всего вариантов раскладки:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot (4 + 4 + 4 \cdot 2) = 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 =$$
$$= 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \quad \underline{\text{Ответ: } 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7)  $x, y \in \mathbb{Z}, \sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$

1)  $2x-2y-x^2-y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \geq x^2+y^2-2x+2y \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2 - 2 \Leftrightarrow 2 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2$

$(x-1)^2 \geq 0, (y+1)^2 \geq 0, (x-1) \in \mathbb{Z}, (y+1) \in \mathbb{Z} (x, y \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} (x-1)^2 = 1 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases} (2) \\ \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 1 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} (x-1)^2 = 1 \\ (y+1)^2 = 1 \end{cases} (4) \end{array} \right\} (5)$

(варианта, где  $\begin{cases} (x-1)^2 = 2 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases}$  или  $\begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 2 \end{cases}$  невозможны.

т.к. тогда,  $|x-1| = \sqrt{2}$  или  $y+1 = \sqrt{2}$ , а они  $\notin \mathbb{Z}$  (т.к.  $x, y \in \mathbb{Z}$ )

2) Решим (1)

$\begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$  подставим

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$  не подходит  $\sqrt{2+2-1-1} + \sqrt{1-|1+1-1|} = \sqrt{2} + \sqrt{0} = \sqrt{2} \neq 2$

3) Решим (2)

$\begin{cases} (x-1)^2 = 1 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$  не подходит  $\sqrt{4+2-4-1} + \sqrt{1-|2+1-1|} = 1 + \sqrt{-1} \neq 2$

$\begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$   $\sqrt{0+2-0-1} + \sqrt{1-|0+1-1|} = 1+1 = 2$  подходит

$\boxed{\begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Решим (3)

$$\begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1 & \leftarrow \text{не подходит} \\ y = 0 & \leftarrow \text{подставим} \\ x = 1 \\ y = -2 & \leftarrow \text{не подходит} \end{cases}$$

$$\sqrt{2-0-1-0} + \sqrt{1-1-0-1} = \sqrt{2} + 1 \neq 2$$

$$\sqrt{2+4-1-4} + \sqrt{1-1+2-1} = 1 + \sqrt{-1} \neq 2$$

5) Решим (4)

$$\begin{cases} (x-1)^2 = 4 \\ (y+1)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2 & \leftarrow \text{не подходит} \\ y = 0 & \leftarrow \text{подставим} \\ x = 0 & \leftarrow \text{не подходит} \\ y = 0 \\ x = 2 & \leftarrow \text{не подходит} \\ y = -2 \\ x = 0 & \leftarrow \text{не подходит} \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{4-0-4-0} + \sqrt{1-2-0-1} = 0 + 0 \neq 2$$

$$\sqrt{0-0-0-0} + \sqrt{1-0-0-1} = 0 + 0 \neq 2$$

$$\sqrt{4+4-4-4} + \sqrt{1-2+2-1} = 0 + \sqrt{-2} \neq 2$$

$$\sqrt{0+4-0-4} + \sqrt{1-0+2-1} = 0 + 0 \neq 2$$

6) из <sup>решения</sup> (5) следует, что  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$

Ответ: (0; -1)

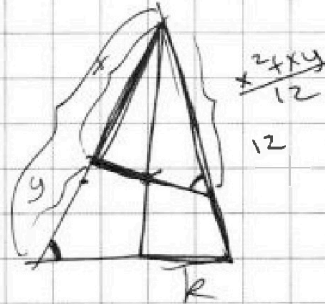
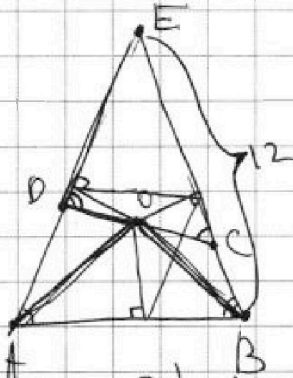


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

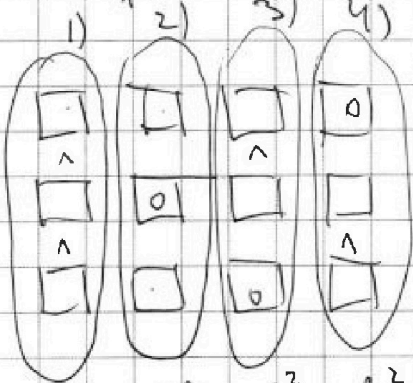
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{12}{x+y} = \frac{12}{x+y}$$

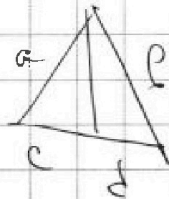
$$\cdot \frac{12}{x} = x+y$$

$$\cdot \frac{-(x+y)x}{12}$$



$C_{11}^3$     $2 \cdot C_{11}^2$     $C_{11}^2$     $C_{11}^2$

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11~~



$$C_3^3 = \frac{3!}{3! \cdot 0!}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$bc = ad$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

~~187~~  
1  $C_{11}^3 \cdot (C_{11}^3)$

$$\frac{a}{c} = \frac{12}{12}$$

$$C_{11}^3 \cdot 2 \cdot C_8^2$$

$$C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$$

$$C_{11}^3 \cdot C_8^2$$

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = ?$$

$$C_{11}^3 \cdot C_8^2$$

$$= C_{11}^3 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$$

$$C_{11}^3 \cdot C_8^2 = C_{11}^2 \cdot C_9^3$$

$$\frac{11!}{8! \cdot 3!} \cdot \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{11!}{9! \cdot 2!} \cdot \frac{8!}{6! \cdot 3!}$$

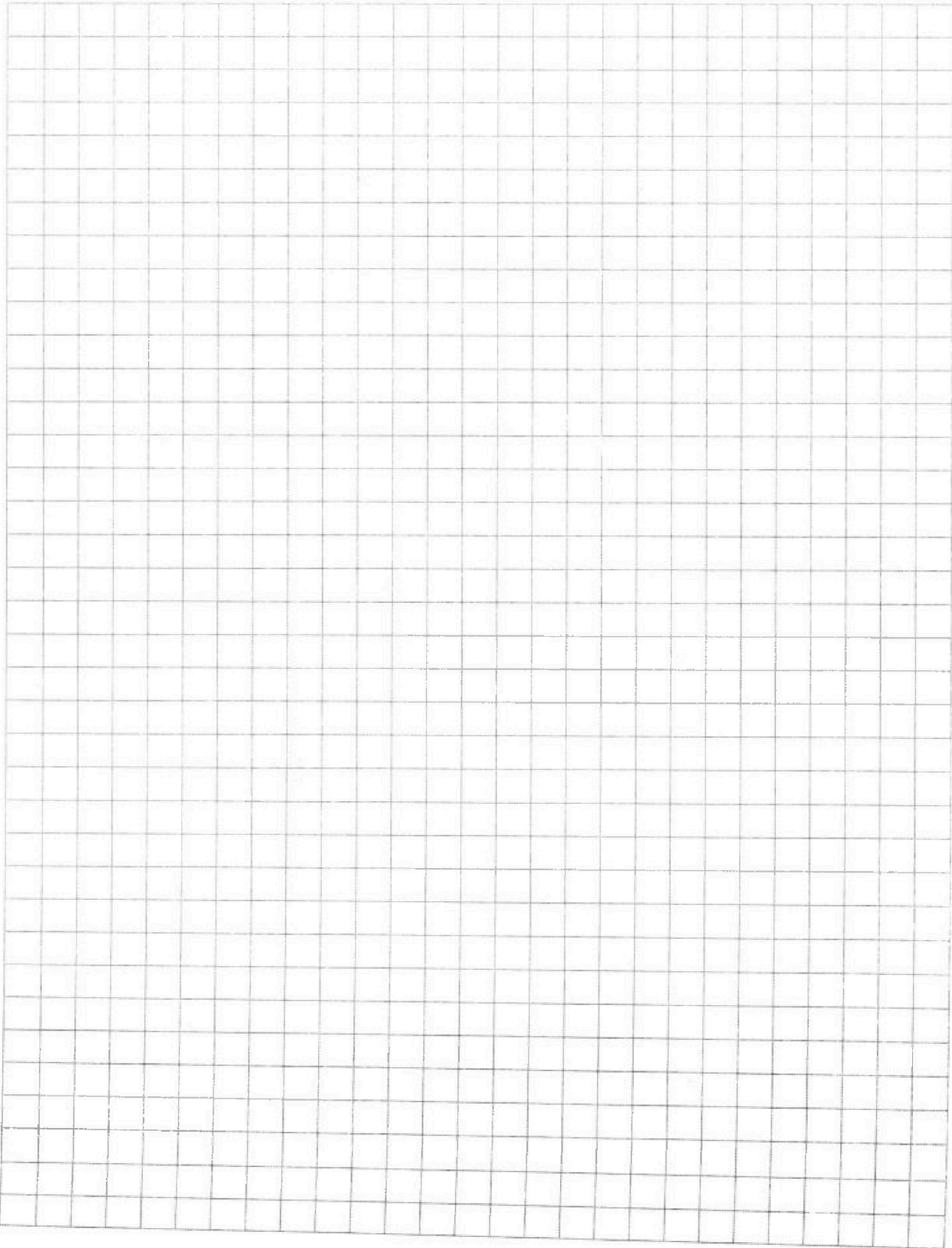


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12  
19  
17/31

$$2(x-y) - (x^2+y)^2$$

$$2x \geq 2y + x^2 + y^2 \Rightarrow (y+1)^2 + (x-1)(x+1)$$

$$1 > |x-y-1|$$

$$0 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2 - 2$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2$$

1)  $\sqrt{2+2-2} + \sqrt{0} = \sqrt{2} = 2$

2)  $\sqrt{2-1} + \sqrt{1} = 2\sqrt{1} = 2$

3)  $\sqrt{4+2-4-1} + \sqrt{-1}$

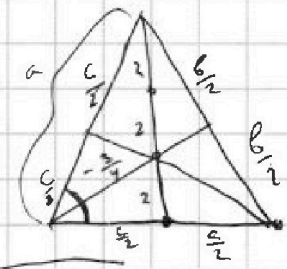
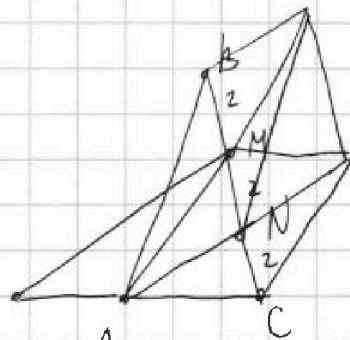
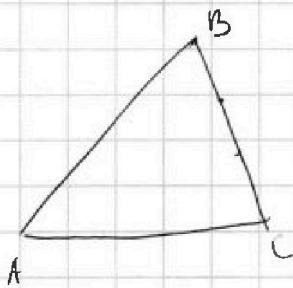
4)  $\sqrt{4-4+0-0} + \sqrt{0} = 2$

1) 0      0 — x=1, y=-1

2) 0      1 — x=1, y=0

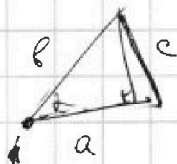
3) 1      0 — x=2, y=-1

4) 1      1 — x=2, y=0

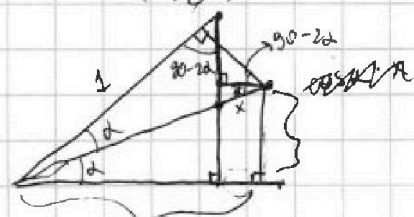
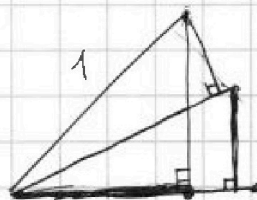


$$c^2 + 2b^2 = 144$$

$$c^2 + b^2 = 18$$



$$a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$



$$b^2 = 2c^2 + 2c^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{7c^2}{4}$$

$$8c^2 = 144$$

$$c^2 = 18$$

$$c = 3\sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

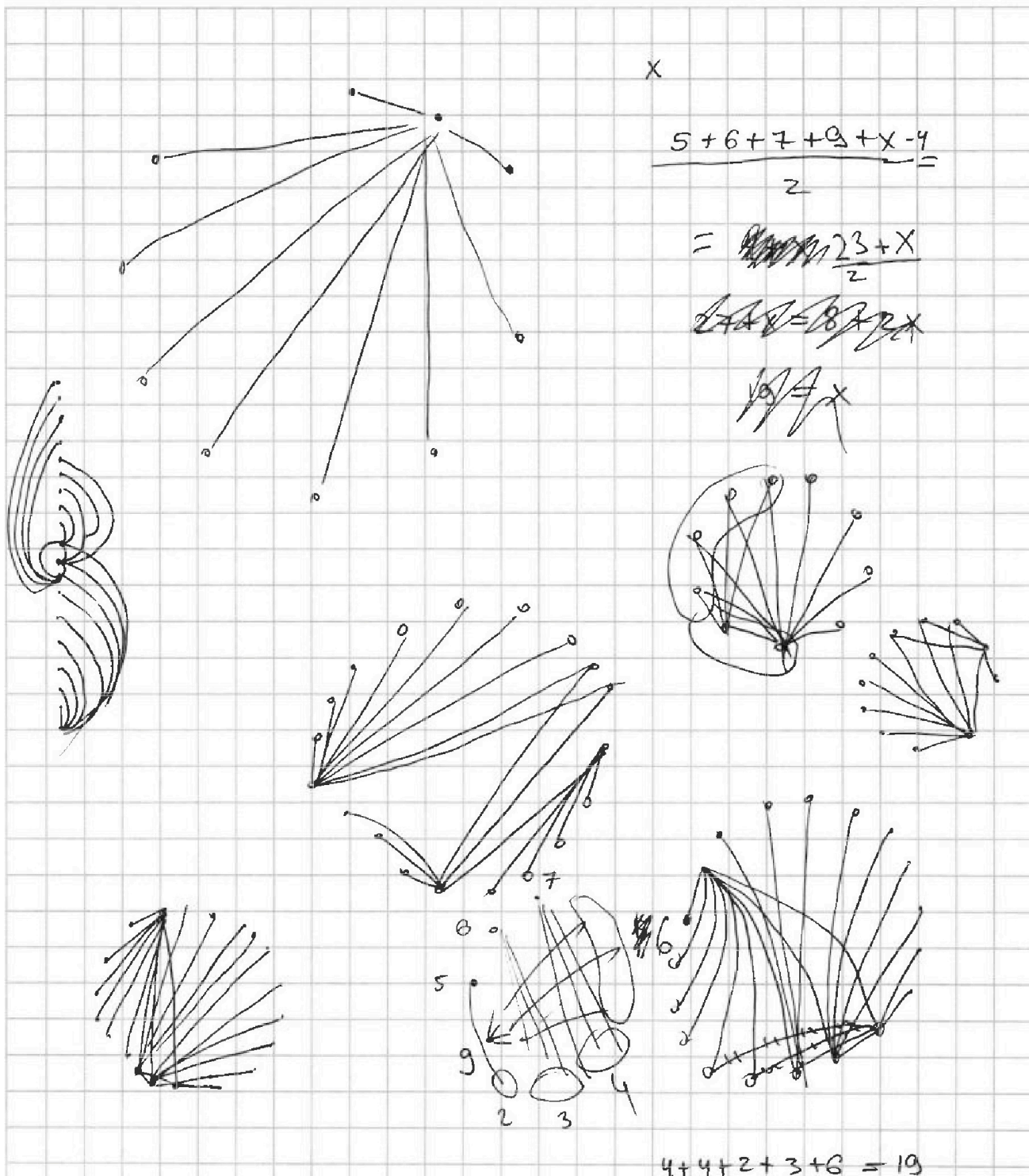
X

$$\frac{5+6+7+9+X-4}{2}$$

$$= \frac{23+X}{2}$$

$$2 \cdot 23 = 46 + 2X$$

$$46 - 46 = 2X - 46$$



$$4+4+2+3+6 = 19$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + (4\sqrt{2}t)x + 9t^2 - 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 8t^2 - 4(9t^2 - 9) > 0$$

$$8t^2 - 36t^2 + 36 > 0$$

$$36 - 28t^2 > 0$$

$$9 > 7t^2$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{7} > t$$

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \\ \times 19 \\ \hline 117 \\ + 19 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$(x-a)(x-b) = x^2 - x(a+b) + ab$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

152

$$t > 1$$

$$\frac{9}{7} > 1$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}} > 1$$

$$a = 12 + b$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3)$$

$$= (12+2b)(2b+15) = 2(b+b)(2b+15) = 19p^4 = 19 \cdot 16 =$$

$$\Rightarrow p = 2$$

$$(b+b)(2b+15) = 152$$

$$2b+15 > b+b$$

$$\text{rem} \Rightarrow b \equiv 0 \pmod{2}$$

$$b+b \equiv 0 \pmod{8}$$

$$\Downarrow \\ 2b+15 = 19$$

$$b+b = 8$$

$$b = 2$$