МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a-b = 12$, а значение выражения $a^2+2ab+b^2+3a+3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b.

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M, пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D, что $AB = CD$. Найдите AB, если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

   - он сидит на первой парте в ряду,
   - ближайшая парта перед ним пуста,
   - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

   Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE, лежит на отрезке CD. Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению
$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1 Все t при которых $x^2+4\sqrt{2}tx+9t^2-9=0$ и произв 2-ух корней >0

Решение: обозначим корни уравнения за x_1 и x_2

$x_1 x_2 > 0$ по усл.

1) Для того чтобы было 2 корня уравнения, Дискриминант должен быть > 0

$\Rightarrow \quad D>0 \quad \Rightarrow \quad (4\sqrt{2}t)^2 - 4\cdot(9t^2-9) > 0$

$32t^2 - 36t^2 + 36 > 0 \qquad t^2 < 9 \Rightarrow \underline{t \in (-3;3)}$

2) Чтобы x_1x_2 было >0, по теор. Виета $x_1x_2 = \frac{9t^2-9}{1}$

$\Rightarrow \quad \frac{9t^2-9}{1} > 0 \qquad t^2 > 1 \qquad \underline{t \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)}$

Соединим оба необходимых условия и найдём все значения t:

$$\begin{cases} -3<t<3 \\ \left[\begin{array}{l} t<-1 \\ t>1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \quad \underline{t \in (-3;-1) \cup (1;3)}$$

Ответ: $t \in (-3;-1) \cup (1;3)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2 $a-b=12$ $a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4$ p - прост.

a, b - нат.

Решение: $a^2+2ab+b^2+3a+3b = (a+b)^2+3(a+b) = (a+b+3)(a+b)$

$(a+b+3)(a+b) = 19p^4$ по усл.

Заметим, что если $a+b+3$ - чёт, то $a+b$ - неч.

т.к. мы вычит. из чёт. числа - неч. И если $a+b+3$ - неч., то аналогично $a+b$ - чёт $\Rightarrow$ произведение $(a+b+3)(a+b)$ всегда имеет чёт. множитель $\Rightarrow 19p^4=(a+b+3)(a+b)$, а значит $19p^4$ тоже чётно. 19 - неч $\Rightarrow p^4$ - чётно, но p - простое число, а единств. прост. число $\vdots 2$ это 2 $\Rightarrow p=2$

$\Rightarrow (a+b+3)(a+b) = 19\cdot 2^4 = 19\cdot 16 = (16+3)\cdot 16$

$((a+b)+3)(a+b) = (16+3)\cdot 16 \Rightarrow a+b=16$

также по усл. $a-b=12 \Rightarrow \begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases}$ $2a=28$ $a=14$, $b=2$

Ответ: $a=14$, $b=2$

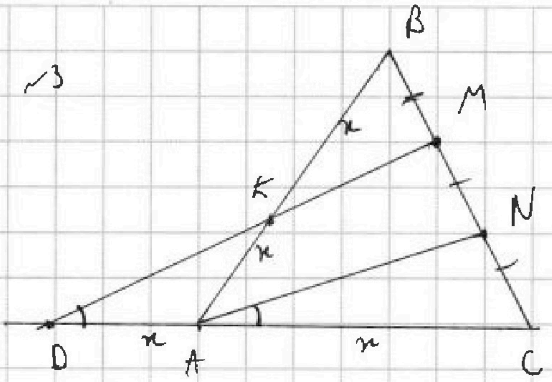
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3



Условие: $BM = MN = NC = 2$ ($BC = 6$, $\frac{BC}{3} = 2$)

$MD \parallel AN$, $AB = CD$, $BC = 6$,

$\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$

Найти: AB

Решение: ~~[illegible]~~ по теор. Фалеса

$\frac{BM}{BN} = \frac{BK}{BA} \Rightarrow BK = KA = x$

также по теор. Фалеса $\frac{CN}{CM} = \frac{CA}{DC} \Rightarrow CA = AD$, также $AB = CD$

$\Rightarrow AC = DA = x$. $\angle NAC = \angle MDC$ т.к. они при одной секущей 2-ух парал. прямых

В $\triangle DKA$ $DA = x$ и $KA = x \Rightarrow \triangle DKA$ – р/б. $\Rightarrow \underbrace{\angle DKA = \angle KDA} = \angle CAN$

$\Rightarrow \angle BAC$ как внешний $\angle = \angle KDA + \angle DKA = 2\angle CAN$.

по теор. cos: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cos\angle BAC$ $x = AC = \frac{1}{2}AB$, $\angle BAC = 2\angle CAN$, $BC = 6$

~~$\Rightarrow 36 = 4x^2 + x^2 - 2\cos(2\angle CAN) = 5x^2 + \frac{3}{2}$~~

~~$5x^2 = 34\frac{1}{2}$~~ ~~$5x^2 = 3\frac{3}{4}$~~

~~$x = \sqrt{6{,}9}$~~ ~~$x^2 = $ (т.к. x длина стороны, x неотриц.)~~

~~$AB = 2x = 2\sqrt{6{,}9}$~~

~~Ответ: $AB = 2\sqrt{6{,}9}$~~

по теор. cos:

$36 = 4x^2 + x^2 - 4x^2\cos(2\angle CAN)$

$36 = 5x^2 + 3x^2$

$x^2 = \frac{36}{8}$

$x = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$AB = 2x = \boxed{3\sqrt{2}}$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$CD = AB$

$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ x_1 и x_2 10

$x_1 x_2 \geq 0$ $D \geq 0$ $(4\sqrt{2}t)^2 - 36t^2 + 36 \geq 0$

№4

$2(x-y)$ $32t^2 - 36t^2 + 36 \geq 0$

$|x-y-1| < 1$

$x - y - 1 <$ $4t^2 < 36$

$x_1 x_2 = \frac{9t^2 - 9}{1} =$

$\left[\begin{cases} x \geq y+1 \\ x-y-1 < 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < y+1 \\ 2y+1-x < 1 \end{cases}\right.$ $t^2 < 9$ $-3 < t < 3$

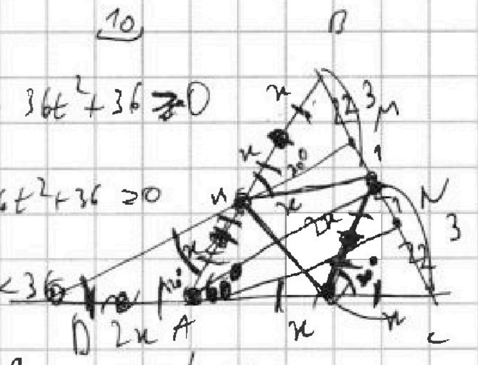
$= 9t^2 - 9 \geq 0$

$9t^2 \geq 9$

$t^2 > 1$ $t < -1 \ \| \ t > 1$

$-\frac{3}{4}$

$\left[\begin{cases} x \geq y+1 \\ 2x < y+2 \end{cases} \quad \begin{cases} x < y+1 \\ x > y \end{cases}\right.$

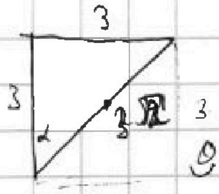


$x = y+1$

$a - b = 12$ 36 – натур. $2y + 2 - 2y - y^2 - 2y - 1 - y^2$

$\sqrt{1 - 2y - 2y^2} + 1 - 2$

$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$ p – простое



$(a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b+3)(a+b) = 19p^4$ $p = 2$

$9 + 18 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

0 1 2 0 1 2 0 1 2 0 1 2 0 1 2 0 1 2

~~$a+b = 19x$~~

0 1 2 3 0 1 2 3 0 1 2 3

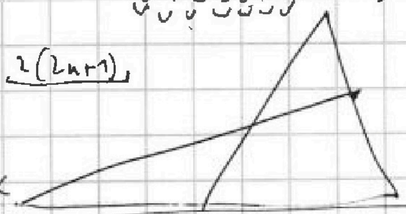
$27 - 6 =$ ~~$a+b+2$~~

$\sqrt{18} = 2$

$4x + 2 = 2(2x+1)$

$3 \to 1$ $9 \to 3$ $1 \to 0$ $3 \to 3$

$\sqrt{9}$



$a^2 + b^2 - 2c^2 \cos\angle$ $\frac{3}{\sqrt{2}}$

$19 \cdot 16$ $a+b+3 = 19$

$a + b = 16$

$4x^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x$ $2x \cdot x = 2x^2 \cdot -\frac{3}{4} \cdot 2$ $3x^2$

$2x - 2y - x^2 - y^2 =$ $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 + 2x + 2y - 2xy$

$5x^2 + 4x^2 \cdot \frac{3}{4}$ $8x^2 = 36$ $2 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$2x$ $x(2-x) - y(2+y)$ $x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

$5x^2 + 4x^3 \cdot \frac{3}{4}$ $5x^2 + 3x^3 = 36$ $-(x-y-1)^2 - 2xy + 1$

$x^2(5+x) = 36$

$1 - (x-y-1)^2 - 2xy$

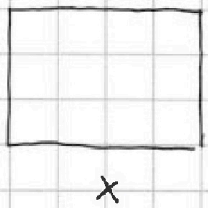
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4



1 клетка = 1 парта   X = доска   11 учеников

Решение: т.к. у нас 11 человек, но только 1 клетка останется пустой. Она может быть в 1-ом, 2-ом или 3-ем ряду, запишем варианты.

1) в 1-ом ряду:

a	b	c	d
e	f	g	h
$\square$	k	j	L

Запишем ~~ряд~~ рост учеников как буквы лат. алфавита. Заменим, чтобы всем было хорошо видно a должно быть > e, аналогично, b>f>k ... и т.д. в итоге:

$$\begin{cases} a>e \\ b>f>k \\ c>g>j \\ d>h>L \end{cases}$$

посчитаем кол-во вариантов подставить 11 разных ростов учеников в эту систему. ~~b>e>b~~ учитывая что 3 числа могут встать в неравенство ед. способом, т.к. все росты разные и знаки строго больше.

$$\begin{cases} a>e \to C_{11}^2 \\ b>f>k \to C_9^3 \\ c>g>j \to C_6^3 \\ d>h>L \to C_3^3 \end{cases}$$

осталось 9 вар. ростов
ост. 6 вар. ростов
ост. 3 вар. ростов

$$\Rightarrow 4\cdot C_{11}^2\cdot C_9^3\cdot C_6^3\cdot C_3^3 = \frac{11!\cdot \cancel{9!}\cdot \cancel{6!}\cdot \cancel{3!}}{\cancel{9!}\cdot 2!\cdot \cancel{6!}\cdot 3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot \cancel{0!}\cdot \cancel{3!}}\cdot 4 = \boxed{\frac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2!}}\cdot 4$$

и умнож. на 4 т.к. 4 вар. где в ряду будет пустая парта

2) аналогично 1-ому случаю запишем неравенства для 2-ого ряда:

a	b	c	d
$\square$	e	f	g
h	k	j	L

$$\begin{cases} b>e>k \\ c>f>j \\ d>g>L \end{cases}\quad 4\cdot C_{11}^3\cdot C_8^3\cdot C_5^3 = \frac{11!\cdot \cancel{8!}\cdot \cancel{5!}}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot \cancel{8!}\cdot \cancel{5!}\cdot 2!}\cdot 4 = \underbrace{\frac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2!}}_{\times 4}$$

3) аналогично:

$\square$	a	b	c
d	e	f	g
h	k	j	L

$$\begin{cases} d>h \\ a>e>k \\ b>f>j \\ c>g>L \end{cases}\quad 4\cdot C_{11}^2\cdot C_9^3\cdot C_6^3\cdot C_3^3 = 4\cdot\frac{11!\cdot \cancel{9!}\cdot \cancel{6!}}{\cancel{9!}\cdot 2!\cdot \cancel{6!}\cdot 3!\cdot 3!\cdot 3!} = 4\cdot\frac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2!}$$

Итого: ответ: $3\times 4\times \frac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2}$

Ответ: $\frac{12!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6 4 деревни по 5, 6, 7, 9 дорог, ост. – по 1 дороге.

Решение: т.к. по усл. из каждой деревни можно добраться до всех остальных => граф, где деревни – вершины, а дороги – рёбра, является связным. Также из одной деревни в другую есть только 1 путь => нет циклов иначе было бы несколько путей. => граф является ~~[illegible]~~ деревом (где верш. – дерев. рёбр. – дороги)

в дереве на n вершинах $n-1$ ребро

у нас $n+4$ вершины, где n – кол-во деревень из которых выходит по 1 дороге-ребру.

=> всего уникальных рёбер, учитывая что мы считаем каждое дважды – как выходящее из 1-ой вершины и второй: $\frac{5+6+7+9+n}{2}$

т.к. дерево:

$\frac{5+6+7+9+n}{2} = (n+4)-1$ $\quad 27+n = 2n+6 \quad n = 21$

соответственно $n+4 = 21+4 = 25$ деревень.

Ответ: 25 деревень.

№7 целые x, y при $\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$

$1-|x-y-1| \geq 0$ т.к. это выражение под корнем

$\Rightarrow |x-y-1| \leq 1$ $\left[\begin{cases} x \geq y+1 \\ x-y-1 \leq 1 \end{cases}\right.$ $\begin{cases} x<y+1 \\ y+1-x \leq 1 \end{cases}$ $\left[\begin{cases} x \geq y+1 \\ x \leq y+2 \end{cases}\right.$ $\begin{cases} x<y+1 \\ x \geq y \end{cases}$

т.к. числа целые. Если $x \geq y+1$ и $x \leq y+2$, то $x=y+1$ или $x=y+2$ аналогично если $x<y+1$ и $x \geq y$ то т.к. числа целые, то $x=y$

$\Rightarrow$ итого 3 варианта: $x=y+2$, $x=y+1$, $x=y$

1) $x=y+2$ $\sqrt{2(y+2)-2y-(y+2)^2-y^2}+\sqrt{1-|y+2-y-1|}=2$

$\sqrt{2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2}+\sqrt{1-1}=2$

$\sqrt{-2y^2}+0=2$

$-2y^2 \geq 0$

$\Rightarrow y^2 \leq 0$, но $y^2 \geq 0$ т.к. квадрат

$\Rightarrow y=0$, но тогда $\sqrt{0}+0 \neq 2$

2) $x=y+1$ $\sqrt{2(y+1)-2y-(y+1)^2-y^2}+\sqrt{1-|y+1-y-1|}=2$

$\sqrt{2y+2-2y-y^2-2y-1-y^2}+\sqrt{1-0}=2$

$\sqrt{1-2y^2}+1=2$

$\sqrt{1-2y^2}=1$

$1-2y^2 \geq 0$ ~~т.к. у целое,~~

$2y^2 \leq 1$

$y^2 \leq \frac{1}{2}$

$|y| \leq \frac{1}{2}$

$\Rightarrow y=0$, т.к. y - целое.

$\underbrace{\sqrt{1}+1=2}$, $\underbrace{(y=0, x=1)}$

3) $x=y$ $\sqrt{2y-2y-y^2-y^2}+\sqrt{1-|y-y-1|}=2$

$\sqrt{-2y^2}+0=2$

$\sqrt{-2y^2}=2$

$-2y^2 \geq 0$ $y^2 \leq 0$ но т.к. y^2 - квадр., $y^2 \geq 0 \Rightarrow y=0$ но тогда $0 \neq 2$

В итоге единственный ответ: $x=y+1$, $\underline{x=1, y=0}$

<u>Ответ: (1;0)</u>

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

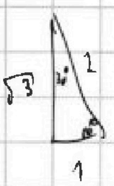
СТРАНИЦА __ ИЗ __

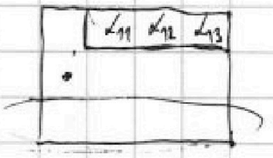
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~1 2~~ 6 7

~~cos (2∠CAN)~~ $\cos(2\angle CAN)$

1 - 1





11 шт. Здесь нет кроме 1 места. 3 самых высоких.

$\angle_{11} > \angle_{12} > \angle_{13}$

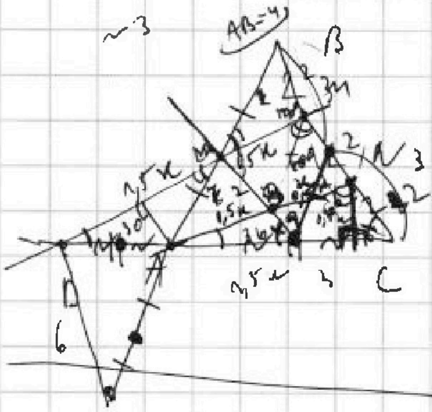
$\cos\angle CAN = \frac{\sqrt{3}}{2}$ = 30°

2 из них на посл. ряду

$\frac{4!}{3!-1} =$ (4)

$\boxed{\angle_{11}} > \boxed{\angle_{10}} > \boxed{\angle_3}$ ... $\boxed{\angle_3}$ $\boxed{\angle_4}$

~3



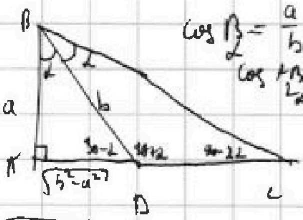
AB = CD   AB - ?   BC = 6 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$

BC = 6

AB = CD, ~~AB = 4~~ AB = 4

AC = 4D

$\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$



$\cos\beta = \frac{a}{b}$

$AD = \sqrt{b^2 - a^2}$

$\cos\alpha = \frac{a}{BC} = -\frac{3}{4}$ $\cos 2\alpha = \frac{AB}{BC}$ $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$

$\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{DC}$

$\frac{a^2}{b^2 + DC^2 + 2\cos\alpha} = \frac{b^2 - a^2}{DC^2}$ $BC = \sqrt{b^2 + DC^2 + 2\cos\alpha}$

$\frac{a^2}{b^2 - a^2} = 1 + \frac{b^2 + 2\cos\alpha}{DC^2}$ $\frac{a}{\sqrt{b^2 + DC^2 + 2\cos\alpha}} = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{DC}$

$DC^2 = \frac{b^2 + 2\cos\alpha (b^2 - a^2)}{a^2}$

$DC = \frac{b^2 + 2\cos\alpha (b^2 - a^2)}{a^2}$

$\frac{a}{BC} = -\frac{3}{4}$

$\frac{4}{2}$

$BC = 1\frac{1}{3}a$

5, 6, 7, 9 ост. - по 1

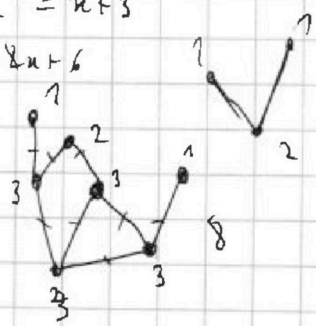
$5 + 6 + 7 + 9 + x = (x + 4) - 1$

$5 + 6 + 7 + 9 + x = x + 3$

$\frac{5 + 6 + 7 + 9 + x}{2} = x + 3$

$27 + x = 2x + 6$

$x = 21$



~~6 + 4 + 2~~ = 12

12 + 2 + 2 = $\frac{16}{2} = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

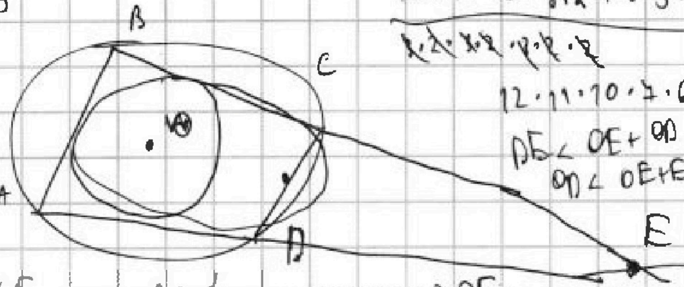
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

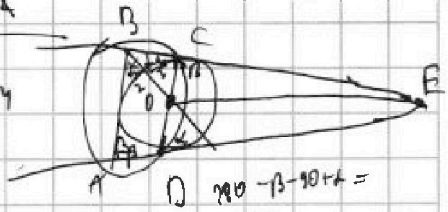
№5

$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2$

$12\cdot 11\cdot 10\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4$

12 4 64





$DE < OE + OD$

$OD < OE + ED$

$180-\beta-90+\alpha =$

$DE + DO \geq OE$

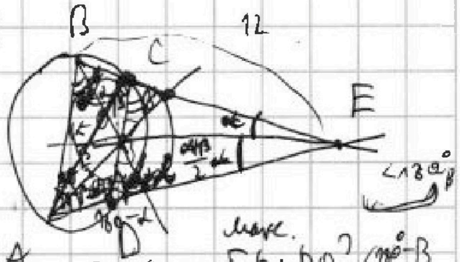
$\frac{DE}{AE} = \frac{CE}{BE}$ $\beta > \frac{\alpha}{2}$ $\alpha < 2\beta$

$DE + DO < 2OE$

$\alpha+\beta < 180°$

$\frac{AE}{ED} = \frac{BE}{CE}$

12



$\frac{180}{3} = 60$

$DE = \frac{AE\cdot CE}{12}$

$\alpha < 60$

$\beta - \frac{\alpha}{2} + \alpha + 180 - \frac{\alpha}{2} - \beta$

$< 180°$

макс.

$ED + DO$? $< 180° - \beta$

$180 - 90$

$90+\alpha$

$180 - 90 + \beta - \frac{\alpha}{2} =$

$180 - \alpha + \beta + 180 - 90 + \frac{\beta}{2} - \alpha$

$\frac{CE}{BE}$

$\frac{AE\cdot BE}{CE\cdot AE} = \frac{S_{ABE}}{S_{ADE}} = 12$

$= 90 + \beta - \frac{\alpha}{2} + \alpha +$

$180 - \frac{\alpha}{2} - \beta$

$\alpha+\beta < 180°$ $\alpha+\beta$

$270 - 2\alpha + 1{,}5\beta$

$\frac{AE}{CE} = \frac{S_{ABE}}{S_{ADE}} =$

a^2+b^2-c

$4\cdot 3!\cdot 4!\cdot 4!$

$180 -$

$\alpha + \frac{180-\alpha-\beta}{2} =$

$4\sqrt{2}$

$2\alpha - 1{,}5\beta - 90$

5 8 =

$C_4^3 \cdot 3! \cdot C_4^4\, 4! \cdot 4!$

$= 180 - \alpha - 90 + 0{,}5\alpha + 0{,}5\beta$

3 $\alpha+\beta < 180°$?

$90 - \alpha + 0{,}5\alpha + 0{,}5\beta$

8	11	10	9
	7	6	5

$ED + DO < OE$

макс. OE

макс. α

$\frac{8}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} =$

$90 - \alpha + 90$

$< 180 - \alpha$

$11\cdot 3!\cdot 3!\cdot 4!\cdot 4$ – 2 ряд.

4! – 1 ряд.

6	11	7	10
5	4	3	2
4	1	8	9

L	a	b	c
	d	e	f
g	h	k	j

$\frac{72}{2} - \frac{3}{2} = \frac{69}{2}$

11	10	8	7
	8	6	5
4	3	2	1

9 8 7

7 5 4

	a	b	c
d	e	f	g
h	k	j	L

=

a	b	c	d
e	f	g	L
h	k	j	L

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

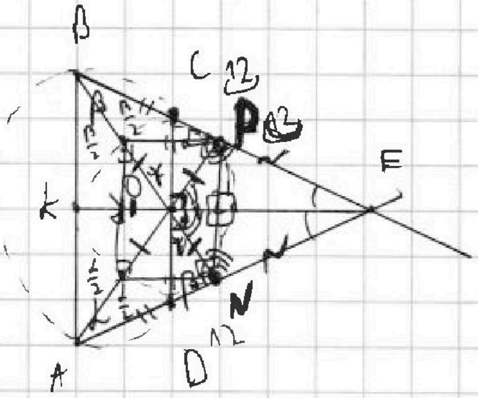
$\frac{BE}{BK} = \frac{OE}{OK} = \frac{AE}{AK}$

$\frac{12}{BK} = \frac{AE}{AK} = \frac{OE}{OK}$

$\frac{DE+AD}{AK} = \frac{12}{BK} =$

$\cos\angle CAN = \sqrt{\cos 2CAN}$

$30+\frac{\beta}{2}$ $\angle < 60$



$\frac{BE}{BK} = \frac{AE}{AK}$

$\frac{12}{BK} = \frac{DE+AD}{AK}$

$\frac{BE}{AE} = \frac{BK}{KA}$

$\frac{BE}{AE} = \frac{BK}{12}$

$DE = AE \cdot \frac{BE}{BE} = \frac{12AE}{CE}$

$144 - BM^2 = AE$

$ME = BM \cdot \sin\beta$

$AE = DE + AD$

$DE = CE$

$\frac{12CE + 12AD}{CE} = DE$

$12 + \frac{12AD}{DE} = DE$

$\frac{DE}{AE} = \frac{CE}{BE}$

$DE = AE \cdot$

$\sin^2\beta = \frac{144 - BM^2}{BM^2}$

$1 - \cos^2\beta = \sin^2\beta$

$DE = \frac{12DE + 12AD}{CE}$

$CE > 12$

$DE(CE - 12) = 12AD$

$\frac{CE(AD+DE)}{12} = DE$

$DE = \frac{12AD}{CE - 12}$

$DE(12 - CE) = CE \cdot AD$

$\frac{CE \cdot AE}{12} = DE$

$DE = \frac{CE \cdot AD}{12 - CE}$