



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(\angle \overset{D}{\underset{AN}{C}}M) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0; \text{ два корня} \Rightarrow D > 0 \text{ (дискриминант);}$$

по т.-м Виета $x_1 \cdot x_2 = \frac{9t^2 - 9}{1} > 0$, где x_1, x_2 - корни \Rightarrow
(для существования корней)

$$\begin{cases} (4\sqrt{2}t)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9t^2 - 9) > 0 \\ 9t^2 - 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 32t^2 - 36t^2 + 36 > 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 36 - 4t^2 > 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 > t^2 \\ t^2 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 > |t| \\ |t| > 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t \in (-3; 3) \\ t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & \circ & & \circ & & \\ -3 & -1 & 0 & 1 & 3 & t \end{matrix}$$

$t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$ - при таких t выполняется условие

$D > 0 \Rightarrow$ 2 разн. корня; и 2-е усл. \Rightarrow 4-е корня > 0 .

Ответ: $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} a-b=12 \\ a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=12 \\ (a+b)^2+3(a+b)=19p^4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a-b=12 \\ (a+b)(a+b+3)=19p^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=a-12 \\ (a+a-12)(a+a-12+3)=19p^4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b=a-12 \\ (2a-12)(2a-9)=19p^4 \end{cases}; \quad 2a-12 \div 2 \quad (= 2 \cdot (a-6))$$

тогда где
т.е. $a \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow (2a-12)(2a-9) \div 2$, значит $19p^4$ тоже должно делиться на 2. $19 \nmid 2$, значит $p^4 \div 2$, но p - простое,

оно делится только на само себя и 1. Значит единственная возможность, когда простое $p \div 2$, это когда $p=2$ (иначе $p \div p$ и $p \div 2 \Rightarrow$ не простое) \Rightarrow

$$(2a-12)(2a-9)=19 \cdot 2^4 \Rightarrow (a-6)(2a-9)=19 \cdot 2^3=19 \cdot 8 \Rightarrow$$

$$2a^2 - 9a - 12a + 54 = 19 \cdot 8 \Rightarrow 2a^2 - 21a + 54 - 80 - 42 = 0$$

$$2a^2 - 21a + 54 - 152 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 21a + 98 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 + 8 \cdot 98}}{4} = \frac{21 \pm \sqrt{441 + 800 - 16}}{4} =$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{1241 - 16}}{4} = \frac{21 \pm \sqrt{1225}}{4} = \frac{21 \pm \sqrt{5 \cdot 245}}{4} =$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 49}}{4} = \frac{21 \pm 35}{4} = \begin{bmatrix} \frac{56}{4} \\ -\frac{14}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$$a \in \mathbb{N} \Rightarrow a > 0 \Rightarrow a \neq -\frac{7}{2} \Rightarrow a = 14, \text{ тогда}$$

$$a-b=12 \Rightarrow b=a-12=14-12=2$$

можно проверить: $a^2+2ab+b^2+3a+3b=(a+b)(a+b+3)=16(16+3)=$
 $= \frac{2^4}{=p} \cdot 19 \text{ ок!}$

Ответ: $a=14; b=2$



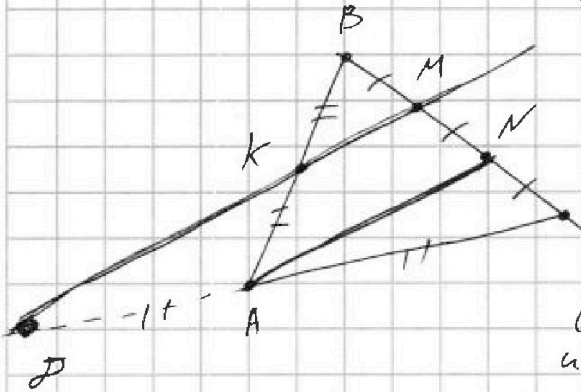
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



AN - медиана в $\triangle CFM$,
выходящая из середины
стороны MC (т.к. $MC=CM$) PM
и параллельна основанию CF
 AN - ср. линия в $\triangle CFM$.

(угол. прямая из M , содержит P
и параллельна AN) $\Rightarrow AN$ ср. медиана
стороны CF в $\triangle CFM$, т.е. A - середина CF
 $PA = AC$

Аналогично в $\triangle ABN$ PM - это та же прямая, выходящая из середины стороны BN ($MB=MN$) и параллельная основанию AN $\Rightarrow PM$ - ср. линия в $\triangle ABN$ \Rightarrow пересекет AN в середине K $(PM) \cap (AN) = K$, тогда $AK = BK$

$$AP + AC = PC \quad \text{и} \quad AB = PC \Rightarrow AP + AC = AB$$

$$\begin{aligned} AP &= AC = \frac{PC}{2} \\ AK &= BK = \frac{AB}{2} \end{aligned} \quad \text{т.к. } AB = PC \Rightarrow \frac{AB}{2} = \frac{PC}{2} \Rightarrow AP = AC = AK = BK$$

$$AP = AK \Rightarrow \triangle PAK - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle APK = \angle AKP$$

$$\angle APK = \angle KAN, \text{ как накрест лежащие при пересечении } PM \parallel AN.$$

$$\angle KAPK = \angle CAN, \text{ как соответственные углы при пересечении } PM \parallel AN$$

$$\text{т.к. } \angle APK = \angle AICP, \text{ то } \angle KAN = \angle CAN \Rightarrow$$

$\angle CAK$ (или же $\angle CAB$) = $2\angle CAN$, а это означает что $\angle CAB > 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ тупоугольный, но этого это не меняет



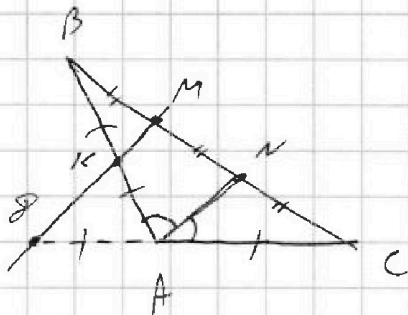
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уравнительный метод



Как уже было замечено

$$AK = AN = AM = BK = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2}$$

Снова применяем 7-ую

теорему для ~~ABK~~

$\triangle ABC$:

$$AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle CAB = BC^2$$

$$AC = \frac{AB}{2}; \quad \angle CAB = 2\angle CAN \Rightarrow \cos \angle CAB = \cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{AB^2}{4} + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = BC^2 = 6^2 \quad (BC = 6 \text{ по условию})$$

$$\frac{5}{4}AB^2 + AB^2 \cdot \frac{3}{4} = 6^2 \Rightarrow \frac{8}{4}AB^2 = 6^2 \Rightarrow 2AB^2 = 6^2 \Rightarrow$$

$$AB\sqrt{2} = 6 \Rightarrow AB = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

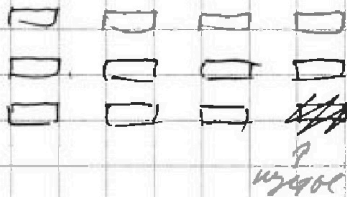
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Задача 4. Дети 11, а мест $3 \times 4 = 12$. Значит остается одно свободное место. Предположим, что это место в самом дальнем от узкого ряда.

вариант



Информация детей на 3 узких
самых широких - 4 чел
средних - 4 чел
высоких - 3 чел.

Тогда можно считать, т.е. все равно работа.

Если Индия находится на 1-й ряд, средний - на 2-й, Волканин - на 3-й. Как-то варианты раскладки: 4 чел на 4 места - $4!$. 3-й человек на 3 - $3!$, но это еще нужно место, которое можно установить на любую из 4-х мест соседнего ряда, т.е. все $3! \cdot 4$. Итого вариантов $4! \cdot 4! \cdot 4! = 24^3$

Аналогично можно получить 24^3 для случая когда нужно место в среднем и 1-ом рядах. Однако возможны и др. перестановки.

Например, когда нужно в 1-ом ряду, человек из среднего ряда может поменяться с кем-нибудь из 1-го ряда. Однако человек из ср. ряда может быть выше, или тот из ср. ряда, перед или в стороне. Самый высокий (а также низкий) 7-й в ряду

не поменяется более 3 места, если след. по ряду 2, если 1, а самый высокий, тогда все место.

Т.е. самый высокий который еще $24^3 \cdot 3$ варианта, которые уже были, но он меняется (или со 2-го 1-го ряда. След. - по ряду след. еще $24^3 \cdot 2$, а то вышше со 2-го ряда след. еще 24^3 след. по ряду - $+24^3 \cdot 1$, а самый высокий - 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично в случае когда пустое место не
последний ряд. Можно менять местами людей
с 2-го ряда и с 3-го.

$$\text{итого } 24^3 \cdot 3 + (24^3 \cdot 3 + 24^3 \cdot 2 \cdot 24^3) \cdot 2 =$$

В остальных случаях перевернуть или невозможны,
или сдвинуть пустое место на др. ряд, что строит
три исключительных случая.

$$\text{вариантов: } 24^3 \cdot 3 + 24^3 (6 + 4 + 2) = 24^3 \cdot (3 + 12) = \\ = 24^3 \cdot 15$$

Ответ: $24^3 \cdot 15$ вар-6

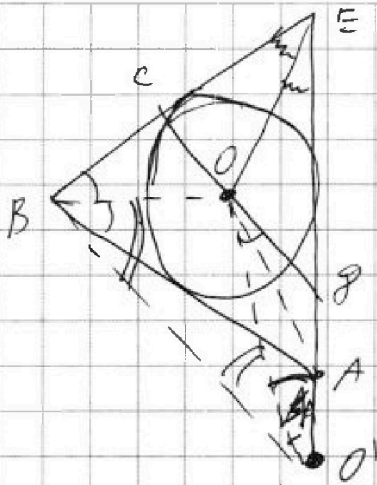


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



От задачи 5
Отложим на BE на (EO) от
точки O точку O' так, что
 $EO' = EO$, тогда

$$EO + EO = EO' + EO = EO'$$

$\triangle ABO$ внешний $\Rightarrow \angle CBA = \angle CPE$
 $\angle CPE$ - внешний для $\triangle OPO'$ (т.к.
 $OP = PO'$) $\Rightarrow \angle POO' = \angle PO'O =$
 $= \frac{\angle CPE}{2}$, т.к. $\angle POO' + \angle PO'O = \angle CPE$

или внешний угол.
 $\angle POO' = \angle PO'O$, т.
т.к. $OP = PO'$.

O - центр впис. окр. $\triangle ABE$
 \Rightarrow AO - бис-са $\angle ABE \Rightarrow \angle EBO = \angle OBA =$

$$= \frac{\angle EBA}{2} = \frac{\angle CBA}{2} = \frac{\angle CPE}{2} = \angle PO'O$$

$\Rightarrow \triangle BOA \triangle PO'O$ внешний, т.к. равны углы, отсюда $\angle OBA = \angle PO'O$ или $\angle ABO = \angle PO'O$

$\Rightarrow \angle BOO' = \angle OAE$; $\angle OO'B = \angle OAB$ (из внешнего-уг)

т.к. O - центр впис. окр. $\triangle ABE \Rightarrow$
 AO - бис-са $\angle BAE \Rightarrow \angle EAO = \angle OAB \Rightarrow$

$$\angle BOO' = \angle OO'B \Rightarrow \triangle BOO' - \text{равнобедренный} \Rightarrow BO = O'O$$

EO - тоже бис-са, из угла $\angle BEA \Rightarrow \angle BEO = \angle AEO$

$\Rightarrow \triangle BEO = \triangle O'EO$ по I-му признаку

OE - общ. сторона, $BO = O'O$ из $\triangle BOO'$

$$\angle BOE = 180 - \angle OBE - \angle OEB; \angle O'OE = 180 - \angle O'OE - \angle OEO'$$

$\angle OBE = \angle O'OE$ - уже мы знаем

$$\angle OEB = \angle OEO' \Rightarrow \angle BOE = \angle O'OE, \text{ т.к. } EO - \text{бис-са}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow \angle ABE = \angle BOE = \angle O'E$ как углы-то равны \Rightarrow

$$\triangle BEO \stackrel{I}{=} \triangle O'EO \Rightarrow BE = O'E = 12$$

Узнаем, что $O'E = EP + PO = EP + PO \Rightarrow$

$$BE = EP + PO = 12$$

Решив, можно предположить, что
не стоит $EP + PO = 12$ всегда, значит это и максимальное
значение тоже. (налево от нуля, где ABE не считается
в отрезок.)

$$\text{Ответ: } (EP + PO) = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

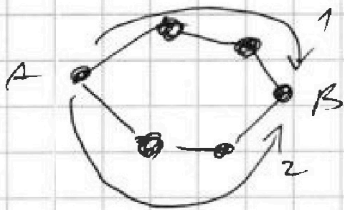
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Представим этот остров как граф: деревья - вершины, горы - ребра. То ул. из которой деревья могут сыграть в футбол \Rightarrow все ~~те~~ ^{люди} вершины связаны, не может быть, чтобы граф состоял из неск-их компонент
например:



Значит из каждой деревни в каждую можно съездить единственным способом. Это значит, что в графе нет циклов, иначе было бы несколько способов (например по и против часовой стрелки) забавно бы это два пути:

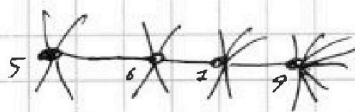


Значит наш граф без циклов \Rightarrow он дерево. В этом случае деревья с одной горой (вершина с одним ребром) - это листья.

Те четыре деревни из которых не могут быть съезды через одну гору - то из оставшихся деревьев. Иначе если из этой связывающей деревни вышло бы 2 горы



Значит те 4-е деревни связаны друг с другом на прямую.



А на концах свободных гор (ребра) расположатся ~~те 4-е~~ ~~деревни~~ ~~листья~~ деревни - листья

На каждую деревню из центра может приехать или $n-1$ или $n-2$ гостей, где n - во сколько вершин (или в одну гору из деревни). $n-1$ - если деревня "с краю" (как 5 4 9 на рисунке); $n-2$ - если деревня в середине (как 6 4 7) В любом случае всегда гостей

бюджет $\Rightarrow 5+6+7+9 - 1-1-2-2$, т.е. всегда бюджет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Каждый - 70 дрв деревьев в середине и по краям.

итого $5+6+7+9 - 2 - 4 = 5+7+9 = 12+9 = 21$

и еще сомм 4 деревья (с 5, 6, 7 и 9 -ю деревьями):

$$21 + 4 = 25$$

Ответ: 25 деревьев

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

Задача 7

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

Корень кв-й из любого числа ≥ 0 . Значит подкоренные выражения могут принимать значения от 0 до 4.

Меньше 0 никогда, иначе корень не берётся, больше 4, приведёт к тому, что корень кв-й из ~~отрицательного~~ отрицательного числа будет равен 0, а такое не бывает.

П.с.к. x и y целые, \forall все ост. числа вып-ли того же класса, значит подкоренные выражения целые.

Если одно из них = 0, тогда другое = 4. ↑. т. е. из уравн. тех корней = 2
 Если одно из них = 1, то другое = 1, сводится...

Если одно из подкор. выражений = 2, то корень из другого должен быть равен $2-\sqrt{2}$, тогда само 2-е подкоренное выражение $(2-\sqrt{2})^2 = 6-4\sqrt{2}$ - не целое, значит так не может быть.

Аналогично, если одно из вып-й = 3, то другое $(2-\sqrt{3})^2 = 7-4\sqrt{3}$ - не целое (есть радикал).

Итого вариантов 3:

| кор. | $2x-2y-x^2-y^2$ | $1- x-y-1 $ |
|------|-----------------|-------------|
| 1. | 4 | 0 |
| 2. | 0 | 4 |
| 3. | 1 | 1 |

1. $1-|x-y-1|=0 \Rightarrow |x-y-1|=1 \Rightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ x-y=2 \end{cases} \dots$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=2+y \end{cases}$$

1.1 $x=2 \Rightarrow 2x-2y-x^2-y^2 = 2x-2y-x^2-x^2 = -2x^2$
 $x^2 \neq 0$ для $\forall x \Rightarrow -2x^2 \leq 0$, а нам нужно 4,
 что $> 0 \Rightarrow$ такой вариант не реализуется



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. 2 \quad x = y + 2 \Rightarrow 2x - 2y - x^2 - y^2 = 2(y + 2) - 2y - (y + 2)^2 - y^2 =$$

$$= 2y + 4 - 2y - y^2 - 4y + 4 - y^2 = -2y^2 - 4y = 4 \Rightarrow$$

$$y^2 + 2y = 2 \Rightarrow y^2 + 2y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} =$$

эти корни, но $y \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ не подходит
(целые)

2. $1 - |x - y - 1| = 4 \Rightarrow |x - y - 1| = -3 < 0$, но $|x|$, где x и y всегда $\geq 0 \Rightarrow$ так вообще не бывает

3. $1 - |x - y - 1| = 1 \Rightarrow |x - y - 1| = 0 \Rightarrow x - y - 1 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underline{x = y + 1} \Rightarrow 2x - 2y - x^2 - y^2 = 2(y + 1) - 2y - (y + 1)^2 - y^2 =$$

$$= 2y + 2 - 2y - y^2 - 2y - 1 - y^2 = -2y^2 - 2y + 1 \stackrel{1}{=} 1$$

$$2y^2 + 2y = 0 \Rightarrow (y + 1)y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

Если $y = 0$, то $x = 1$, тогда

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = \sqrt{2 - 0 - 1 - 0} + \sqrt{1 - |1 - 0 - 1|} =$$

$$= \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2$$

Если $y = -1$, то $x = 0$, тогда

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = \sqrt{0 + (-2) - 0 - 1} + \sqrt{1 - |0 - (-1) - 1|} =$$

$$= \sqrt{2 - 1} + \sqrt{1 - |1 - 1|} = \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2 \Rightarrow$$

корте $(1; 0)$ и $(0; -1)$ подходит. ~~В~~ для случая, когда подкоренное выражение равно 1, в другом случае не вычитается одно из значений (или что не делит, или $\notin \mathbb{Z}$)

Ответ: $(x; y) : (1; 0)$ и $(0; -1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

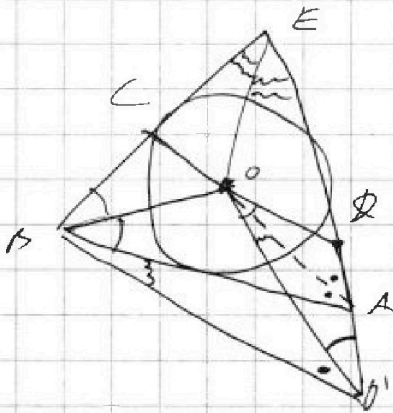
6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики



$$\angle CPE = \angle CBA \text{ внешн-т.}$$

$$\triangle OPO' - \text{PCB}$$

$$\angle POO' = \angle PO'O = \frac{\angle CPE}{2} = \frac{\angle CBA}{2}$$

$$\triangle OAO' \text{ внешн } \Rightarrow$$

$$\angle BO'O = \angle BAO \text{ внешн}$$

$$AO - \text{биссектр.} \Rightarrow \angle BAO = \angle OAP$$

$$\angle BO'O = \angle OAP \text{ (внешн-т.)} \Rightarrow$$

$$\angle BO'O = \angle OAO' \Rightarrow$$

$$\triangle BO'O - \text{PCB}$$

$$\Rightarrow \angle BOE = \angle D'OE \text{ как углы при вершине}$$

$$OE \in \text{прямой}$$

$$BO = O'O$$

$$\Rightarrow \angle BOE = \angle O'OE \Rightarrow \angle O' = 12$$

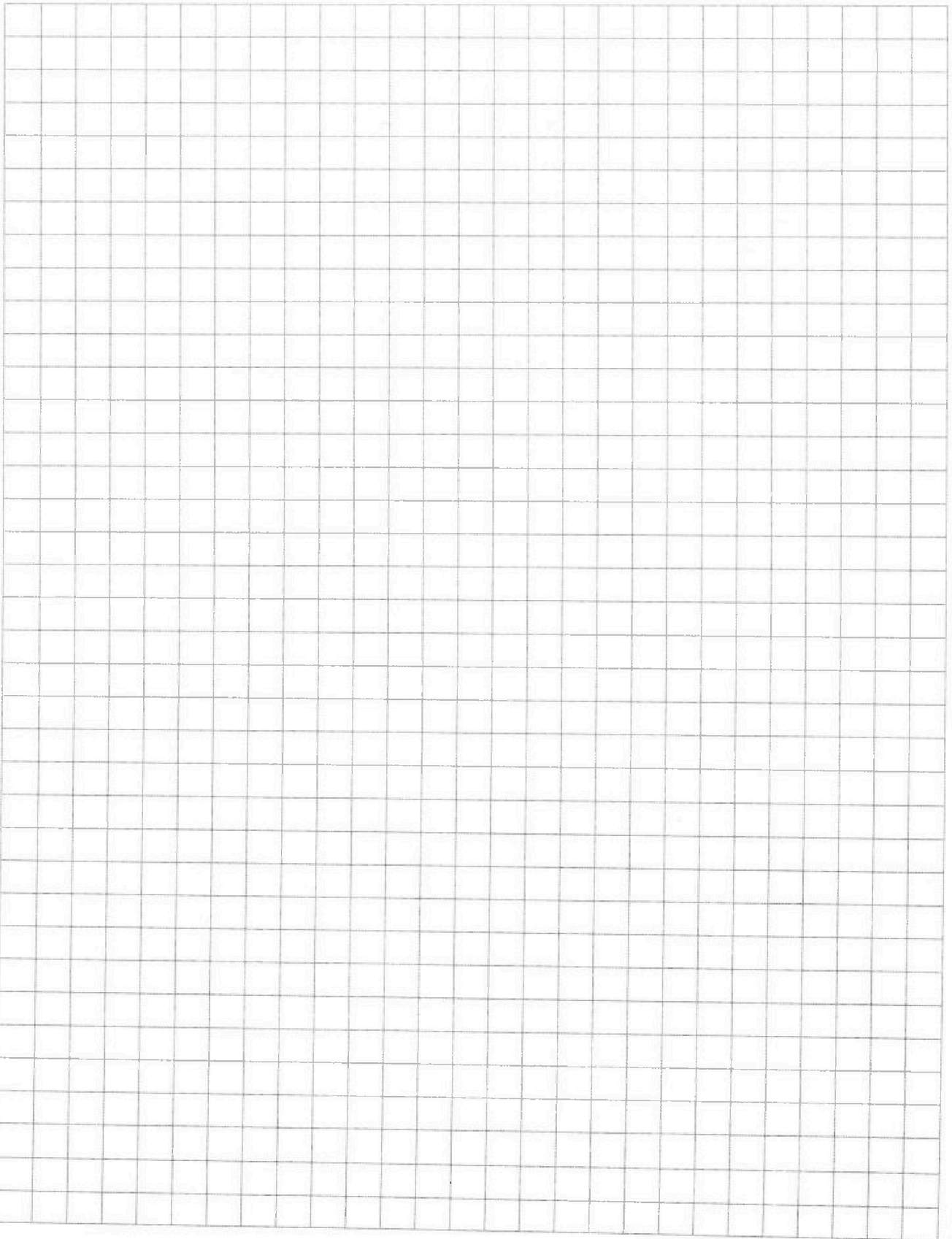


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



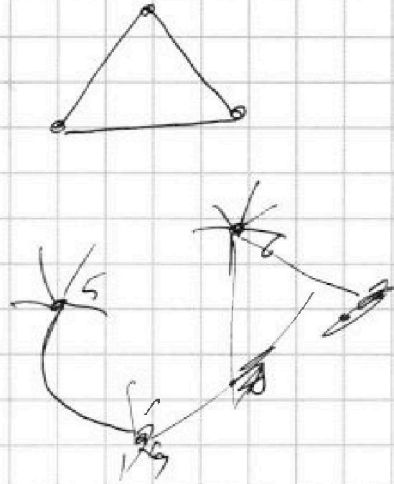
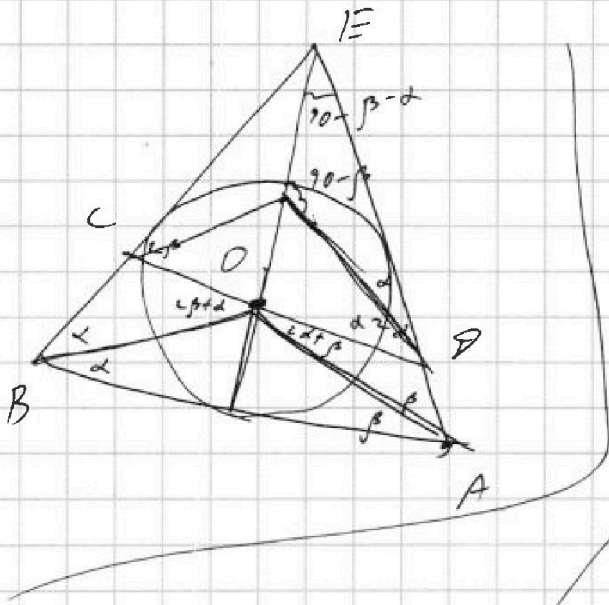


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

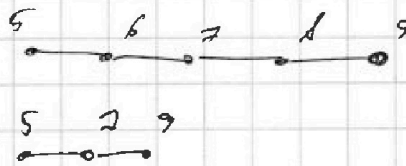
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 27$$



$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

Пусть $x > y + 1$

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - (x - y - 1)} = 2$$

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{2 - x + y} = 2$$

$$\sqrt{-x^2 + 2x - 1 + 1 - 2y - y^2 + 1} + \sqrt{2 - x + y} = 2$$

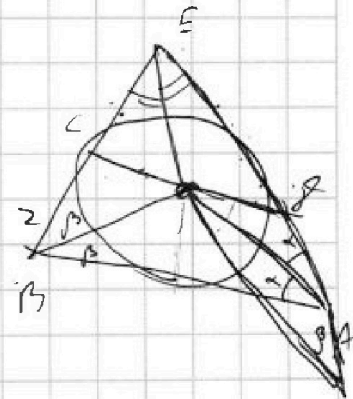
$$\sqrt{-(x-1)^2 + (y+1)^2 + 2} + \sqrt{2-x+y} = 2$$

0
4
1

4
0
1

$$1 + 2 \rightarrow 2x = (2 - \sqrt{2})^2 \notin \mathbb{Z}$$

ошибка 3



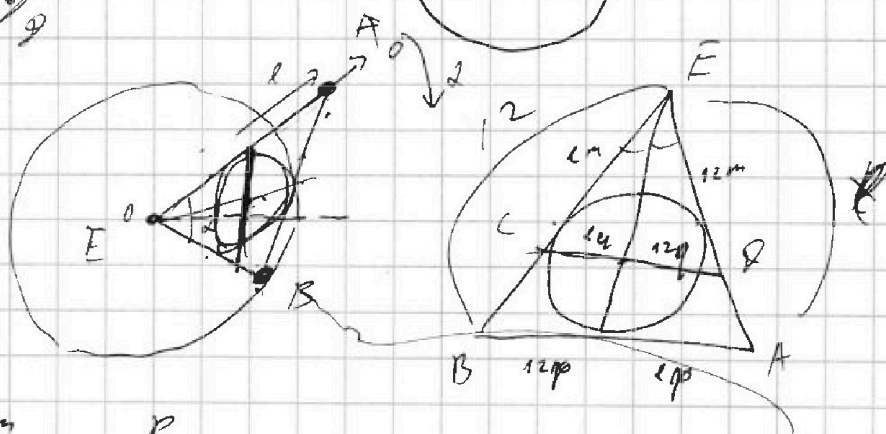
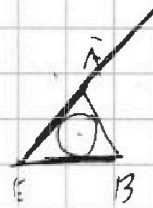
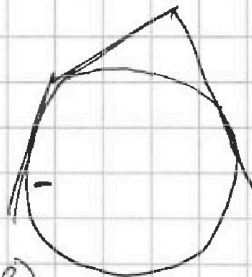
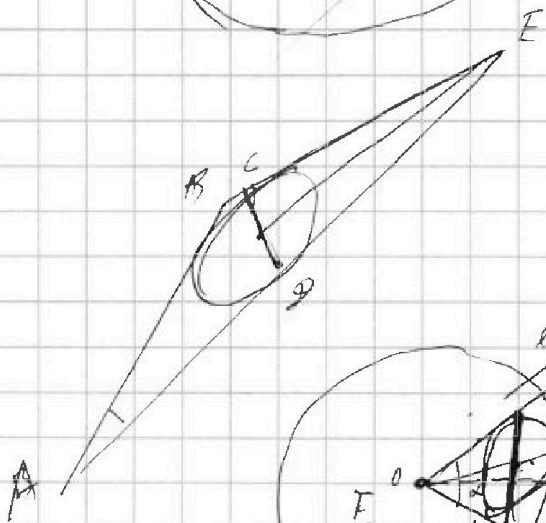
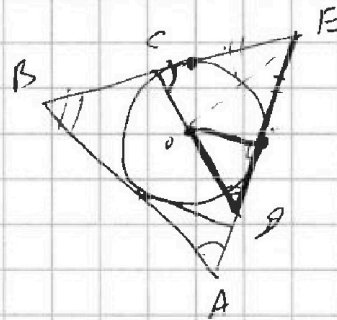
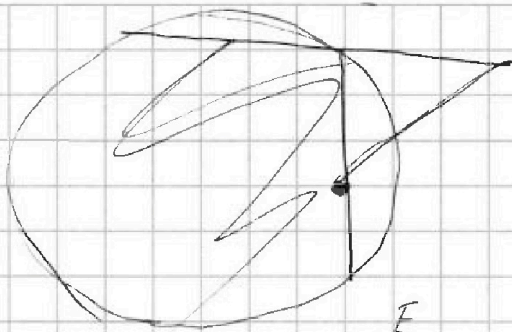


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

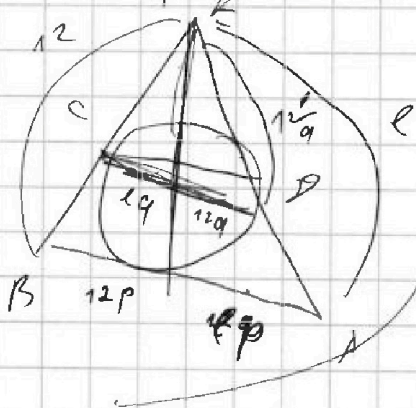
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

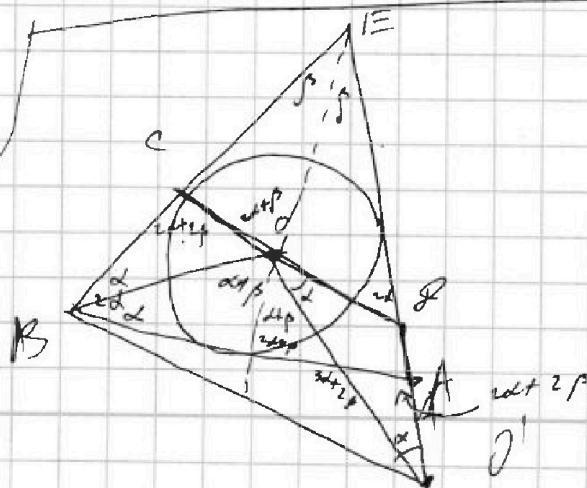
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{12p}{12q} = \frac{12m}{12} \Rightarrow \frac{p}{q} = m$$



$$V = p + p_0 = 12 \left(\frac{p}{q} + q \right) = 12 \frac{p + q^2}{q}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

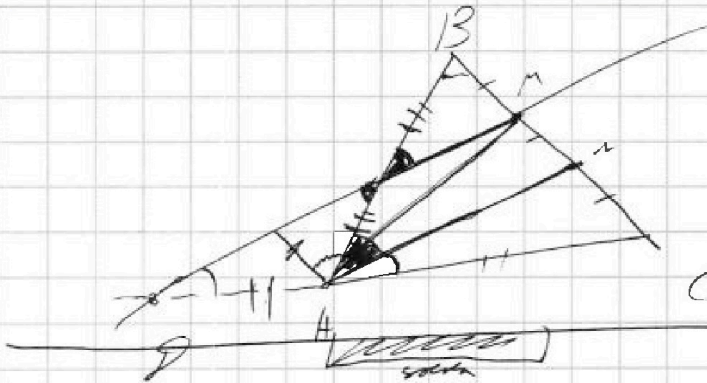
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

методом

$$AC^2 + 4a^2 - 4a \cdot AC \cdot \frac{1}{2R} = 4$$

$$AP^2 + 9a^2 - 6a \cdot AP \cdot \frac{1}{2R} = \frac{AB^2}{4}$$

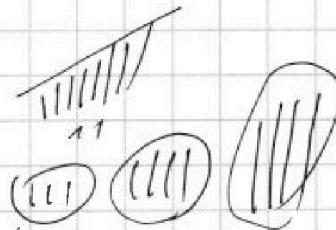


$$AB = CP$$

$$\frac{AB}{2} = \frac{CP}{4}$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4}$$

| | | | |
|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |



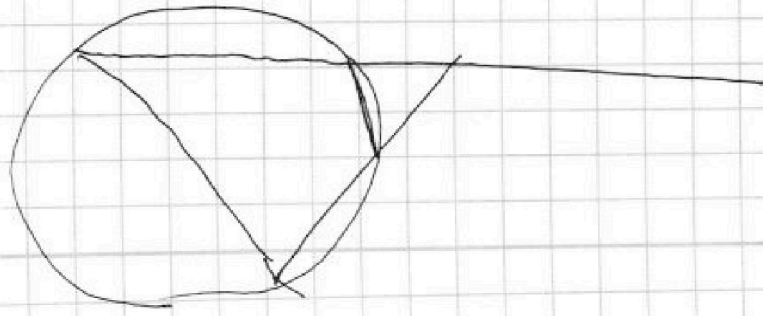
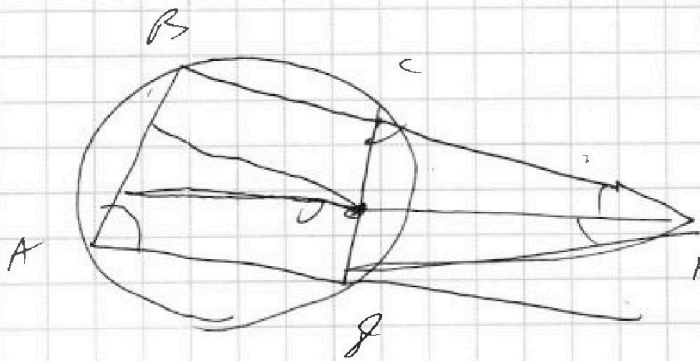
~~3~~

$$1) (6 + 24 \cdot 24) \cdot 4 - 3 \cdot 4$$

$$2) (24 \cdot 6 \cdot 24) \cdot 4$$

$$3) (1111) (1111) (111)$$

↑
ввод ок
до + переводит
в 1-0-111





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик

N2

$$a - b = 12$$

$$b = a - 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$$(a + b)^2 + 3(a + b) = 19p^4$$

$$(a + b + 3)(a + b) = 19p^4$$

$$(a + a - 12 + 3)(a + a - 12) = 19p^4$$

$$(2a - 9)(2a - 12) = 19p^4 \Rightarrow p = 2$$

$$\begin{matrix} :2 \\ :2 \end{matrix}$$

$$(2a - 9)(2a - 12) = 19 \cdot 2^4$$

$$4a^2 - 42a + 108 = 19 \cdot 16$$

$$2a^2 - 21a + 54 - 19 \cdot 8 = 0$$

$$21 \pm \sqrt{441 - 8 \cdot 54 + 8 \cdot 19 \cdot 8}$$

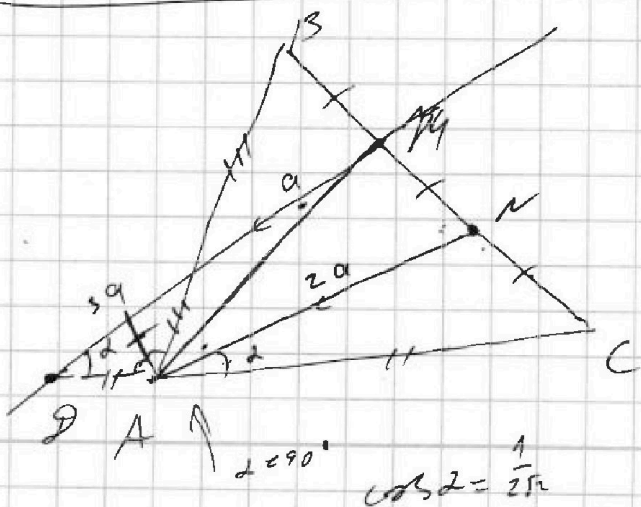
$$21 \pm \sqrt{441 - 8(54 - 19 \cdot 8)} = 21 \pm \sqrt{441 + 8 \cdot 78}$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{441 + 484}}{4} = \frac{21 \pm \sqrt{1225}}{4} = \frac{21 \pm 35}{4} = \begin{cases} \frac{19}{4} \\ < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \overline{)5} \\ 245 \overline{)5} \\ 49 \overline{)3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 55 \\ \hline 775 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 98 \\ 8 \\ \hline 784 \\ 941 \\ \hline 1225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 19 \\ 8 \\ \hline 252 \end{array}$$



$$AB = CD$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2 \angle CAN) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{3}{4}$$

$$2\cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{8}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$