



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$t \neq 0$   
два разл. действ.  
корня, произв. которых  $> 0$

З-м, что это квадрат. ур-ие отн.  $x$ .  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  оно будет иметь два <sup>различных</sup> корня тогда

и только тогда, когда  $D > 0 \Leftrightarrow (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4t^2 - 4) > 0$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 3t^2 - 16(t^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow 12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow 16 > 4t^2 \Leftrightarrow t^2 < 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \in (-2; 2). \text{ З-м, что по Д. Виета}$$

~~пр~~ произведение корней данного ур-ия (если оно  $\neq 0$ ) равно  $4t^2 - 4$ . Откуда найдем и. систему:

$$\begin{cases} 4t^2 - 4 > 0 \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 > 1 \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

Ответ:  $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$a, b \in \mathbb{N}$

$$a + b = 40.$$

$p \in \mathbb{P}$  — *м. б. простых чисел*

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$a, b = ?$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\Downarrow$$

т.к.  $a+b=40 \Rightarrow b=40-a$

$\Downarrow$

$$(a - (40-a))(a - (40-a) + 15) = 17p^5$$

$$(2a-40)(2a-40+15) = 17p^5$$

$$2(a-20)(2a-25) = 17p^5$$

Получаем,  $270 \nmid 17p^5 : 2 \Rightarrow p^5 : 2$  (т.к.  $(17; 2) = 1$ )

$$2a^2 - 25a - 40a + 20 \cdot 25 = 17 \cdot 16$$

$$2a^2 - 65a + 500 - 16^2 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 500 - 256 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 244 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 248 - 20 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 228 = 0.$$

$$\Delta = 65^2 - 4 \cdot 2 \cdot 228 = 4225 - 8 \cdot 228 = 4225 - 1824 =$$

$$= 2401 = 49^2 \Rightarrow a = \frac{65 \pm 49}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{57}{2} \\ a = \frac{16}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{16}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 4 \end{cases} \text{ (т.к. } a \in \mathbb{N})$$

$$\Downarrow$$

$b = 36$

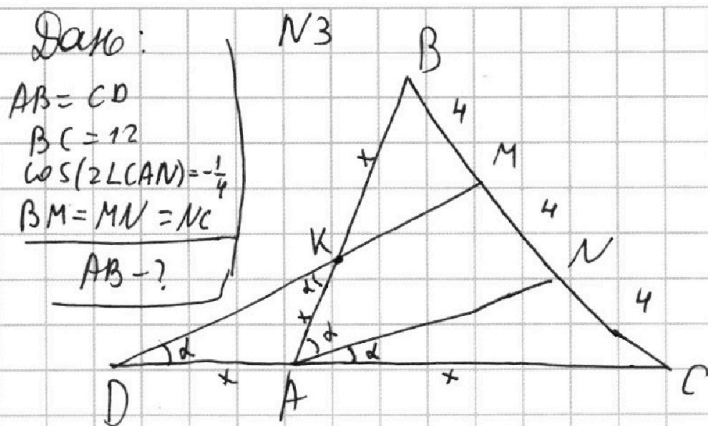
Ответ:  $a=4; b=36.$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) 3-м, это т.к.  $BC = 12$   
 $BM = MN = NC$   
 $\Downarrow$   
 $BM = MN = NC = 4$

2) Пусть  $\alpha = \angle CAN$   
 $\Downarrow$   
 $\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$   
 $\Downarrow$   
 т.к.  $DM \parallel AN$   
 $\Downarrow$   
 $\angle MDA = \alpha$   
 (т.к. соотв. углы при перес. пр.)

3) т.к.  $MD \parallel NA$   
 и  $MN = NC$   
 $\Downarrow$   
 $AD = AC$  (по т.т. Фалеса)

Пусть  $x = \overset{\text{def}}{AD} = AC \Rightarrow CD = 2x \Rightarrow AB = 2x$

4) Пусть 1) к  $\overset{\text{def}}{BA} \cap MN \Rightarrow$  по  $\Delta$ . Менелая для  $\Delta ABC$  и сек.  $MD$ :

$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$   
 $\frac{8}{4} \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \frac{x}{2x} = 1 \Rightarrow \frac{BK}{KA} = 1$   
 $\Downarrow$   
 $BK = KA$   
 $BK + KA = AB = 2x$

$\angle KAN = \angle DKA = \alpha$   
 (т.к. напр. лем.  $\angle$  при  $DM \parallel AN$ ,  $KA$ -сек.)  
 $\Downarrow$   
 $\angle KDA = \angle DKA$  (по об.)  
 $\Delta DKA$  -  $\text{н/б}$  (по орг.)  
 $\Leftrightarrow \begin{cases} BK = KA = x \\ x = AD \text{ (по орг.)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BK = KA \\ BK + KA = AB = 2x \end{cases}$

Замечание

5)  $\Delta$  Фосинусов для  $\Delta ABC$ :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$   
 $144 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$

$144 = 5x^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot (-\frac{1}{4}) \Rightarrow 144 = 5x^2 - x^2 \cdot (-1)$   
 $144 = 6x^2 \Rightarrow 3x^2 = 72$   
 $x^2 = 24$

$AB = 2x = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6} \Leftrightarrow x = \sqrt{24}$   
 (т.к.  $x > 0$ )

Ответ:  $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №4

3) З-и, что если пусто на второй парте, то эта ситуация аналогично 1-ой с одним изменением, после выбора м-в А и В мы можем рассадить оставшихся 2-ух человек на ряду с пусто как хотим, то есть всего  $2!$  способами  $\Rightarrow$  если пусто на второй парте, то кол-во способов равно  $3 \cdot 2! \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = 6 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$  (обознач, что расстановки разные)

$\Downarrow$

Всего способов  $(3+3+6) \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = 12 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 =$

$$= 12 \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 12 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 12 \cdot 56 \cdot 10 =$$

$$= 672 \cdot 10 = 6720.$$

Ответ: 6720 способами.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

← 3 парты.

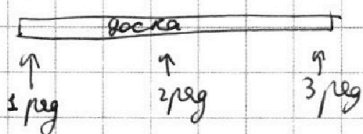
Если Пад "пусто" будем

← 2 парты

подразумевать парту,

← 1 парты

за которой никто не сидит (очевидно, что она одна).



1) 3-и, что если пусто расположено на 3 парте, то падает возможных вариантов сводится к выбору множеств

порядок элементов в A и B не важен! → A и B из множества {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

никому за спаряд. → ни при выборе A, B не совпадает с выбором B, A

ВОО это росты и шкаль-ников.

(тогда упорядочив мн-во A и B и рассадив их соответственно в ряды 1 и 2, и после упорядочив остаток из 2-ух элементов из мн-ва и посадив их на 3 ряд, мы сможем получить нужную расстановку)

выбрать два таких мн-ва можно  $\binom{8}{2} \cdot \binom{8-2}{2}$  способами.

Но вариантов расположения

пусто на 3-ей парте 3

на каждой расстановке A (на каждой выбор A приходится выбор B → поэтому умножаем)

Если пусто на 3-ей парте кол-во

способов равно  $3 \binom{8}{2} \cdot \binom{5}{2}$  (очевидно также, что все такие расстановки возможны)

2) 3-и, что если пусто расположено на первой парте, то эта ситуация аналогична 1-ой

кол-во способов равно  $3 \binom{8}{2} \cdot \binom{5}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение N5

$$\frac{10 \sin \alpha / \cos \beta}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{DE}{\cos(\beta - \alpha)} = \frac{OD}{\cos(\alpha + \beta)}$$

$$DE = \cos(\beta - \alpha) \cdot \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$OD = \cos(\beta + \alpha) \cdot \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$OD + DE = \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} (\cos(\beta - \alpha) + \cos(\beta + \alpha)) = 5$$

$$= \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} (\cos \beta \cos \alpha + \sin \alpha \sin \beta + \cos \beta \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta) =$$

$$= \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} \cdot 2 \cos \alpha \cos \beta = 10$$

$$\Downarrow$$
$$OD + DE = 10 \Rightarrow \min(OD + DE) = 10$$

Ответ: ~~5~~  $\min(OD + DE) = 10$

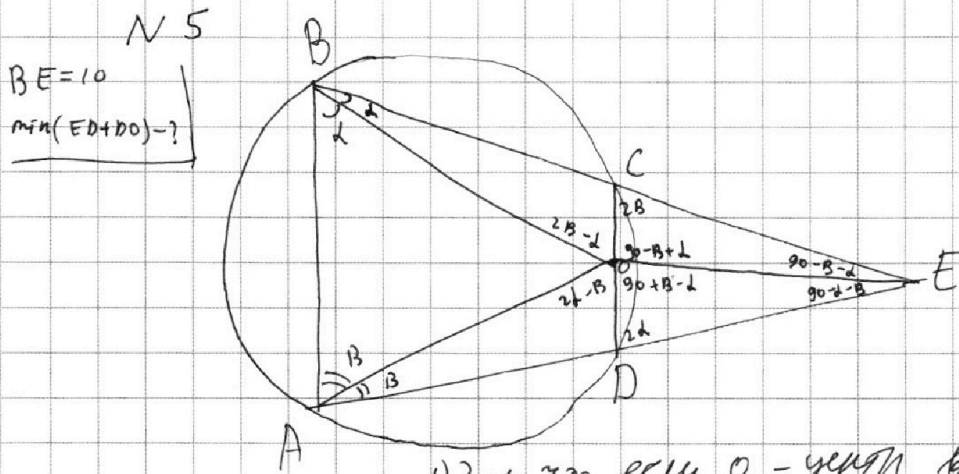


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) 3-4, что если O - центр впис. окруж.  $\triangle ABE$

2) Пусть  $\angle ABO = \angle OBC = \alpha$   $\Leftarrow$  AO - бисс.  $\angle BAD$   
 $\angle BAO = \angle OAD = \beta$   $\Leftarrow$  BO - бисс.  $\angle ABC$   
 EO - бисс.  $\angle BEA$

$\angle DCE = \angle BAD = 2\beta$   
 (бисс. впис.  $\triangle B(D)$ )

$\angle CDE = \angle ABC = 2\alpha$  (бисс. впис.  $\triangle B(D)$ )

Кроме того, пусть  $\gamma = \angle CEO = \angle OED \Rightarrow$  в  $\triangle CDE$  сумма углов равна  $2\gamma + 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$   
 (т.к. EO - бисс.  $\angle BEA$ )

3) В  $\triangle BEO$ , впис. сумма углов:

$$\angle OBE + \angle BEO + \angle BOE = 180^\circ$$

$$\alpha + 90 - \beta - \alpha + 90 - \beta + \alpha + \angle BOE = 180^\circ$$

$$\angle BOE = 2\beta - \alpha$$

В  $\triangle COE$ :

$$\angle COE = 180^\circ - \angle OCE - \angle CEO = 90 - \beta + \alpha$$

Аналогично в  $\triangle AOE$ :  $\angle AOE = 2\alpha - \beta$

$$\angle DOE = 180^\circ - \angle COE = 90 + \beta - \alpha$$

4) В  $\triangle BEO$  по синусов:

$$\frac{OE}{\sin(90 + \beta)} = \frac{BE}{\sin \alpha} \Rightarrow OE = 10 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

5) В  $\triangle DOE$  по синусов:

$$\frac{OE}{\sin(2\alpha)} = \frac{DE}{\sin(90 + \beta - \alpha)} = \frac{OD}{\sin(90 - \alpha - \beta)}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Представим систему дорог на острове в виде графа. (Вершины - деревни; ребра - дороги). Т.к. из любой деревни в любую другую можно добраться и при том единств. образом, то это означает, что наш граф - связное дерево. Пусть деревень на острове  $n$  штук. Тогда по свойству дерева, ребер в нем  $n-1$ .

Посчитаем теперь  $\sum_v \deg(v)$ .  $\sum_v \deg(v) = 3+4+5+7+(n-4) \cdot 1 =$

$$= 7+7+5+n-4 = 14+1+n = n+15.$$

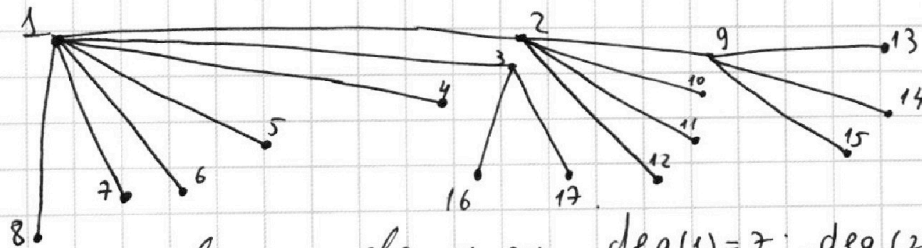
↑  
т.к. есть 4 такие деревни и  $n-4$  деревни со степенью 1.

Но з-м, что  $\sum_v \deg(v)$  равна

удвоенному числу ребер  $\Rightarrow \sum_v \deg(v) = 2(n-1)$

$$\begin{aligned} n+15 &= 2n-2 \\ 17=n &\Rightarrow n=17. \end{aligned}$$

Пример на 17:



это связное дерево, при том  $\deg(1)=7$ ;  $\deg(2)=5$ ;  $\deg(9)=4$ ,

$\deg(3)=3$ ;  
и степень всех остальных вершин равна 1.

↓  
Ответ: 17 деревень.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Упрощение N 7

$$3.2) \text{ Если } a = -1 \text{ и } b = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - (-1)^2} + \sqrt{1-0} = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$$

↓  
(-1; 1)

$$3.3) \text{ Если } a = -1 \text{ и } b = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - (-1)^2 - (-1)^2} + \sqrt{1-2} = 1$$

$$\begin{matrix} x-1 & & y-1 \\ // & & // \\ (a; b) \in \{ (0; 1); (0; -1); (1; 0); (1; -1); (-1; 0); (-1; 1) \} \end{matrix}$$

$$(x; y) \in \{ (1; 2); (1; 0); (2; 1); (2; 0); (0; 1); (0; 2) \}$$

Ответ:  $x = 1; y = 2$

или  $x = 1; y = 0$

или  $x = 2; y = 1$

или  $x = 2; y = 0$

или  $x = 0; y = 1$

или  $x = 0; y = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7

$x, y \in \mathbb{Z}$

~~2.1~~  
 $x = ?; y = ?$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

Пусть

$$a := x - 1$$

$$b := y - 1$$

$$\Rightarrow a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

~~$$x = a + 1$$~~

$$x = a + 1$$

$$y = b + 1$$

$\Downarrow$

$$2x - x^2 = 2a + 2 - a^2 - 2a - 1 = 1 - a^2$$

$$2y - y^2 = 1 - b^2$$

$$x + y - 2 = a + b$$

$$\sqrt{2 - a^2 - b^2} + \sqrt{1 - |a+b|} = 1$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 2 \\ |a+b| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 \leq 2 \\ b^2 \leq 2 \\ |a+b| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } a \in \mathbb{Z} \\ b \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } b \in \mathbb{Z} \\ a+b \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } a+b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

1.1) Если  $a=0$  и  $b=0 \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 \quad \nabla$

1.2) Если  $a=0$  и  $|b|=1 \Rightarrow \sqrt{2-0^2-1} + \sqrt{1-|b|} = 1$

(если  $b \neq 0 \Rightarrow |b|=1$ )

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow a=0; |b|=1$$

$\Downarrow$

$$(0; 1)$$

$$(0; -1)$$

2.1) Если  $a=1$  и  $b=0 \Rightarrow \sqrt{2-1^2-0} + \sqrt{1-1} = 1$

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow (1; 0)$$

2.2) Если  $a=1$  и  $b=1 \Rightarrow \sqrt{2-1^2-1^2} + \sqrt{1-2} = 1$

$\nabla$

2.3) Если  $a=1$  и  $b=-1 \Rightarrow \sqrt{2-1^2-(-1)^2} + \sqrt{1-0^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$

$$\Downarrow$$

$$(1; -1)$$

3.1) Если  $a=-1$  и  $b=0 \Rightarrow \sqrt{2-(-1)^2-0} + \sqrt{1-1} = 1$

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow (-1; 0)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

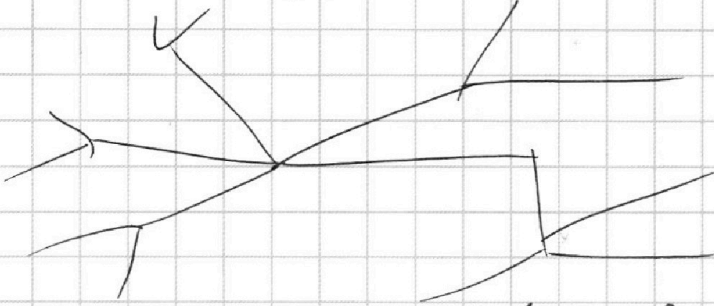
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Очев, что дерево



Если дерево  $\Rightarrow$  то  $n$  вершин  $(n-1)$

$$2(n-1) = \sum \deg = 3 + 4 + 5 + 7 + (n-4) \cdot 1 \Rightarrow 2n - 2 = 7 + 7 + 5 + n - 4$$

$$2n - 2 = 19 + n - 4 = 15 + n$$

$$\left(\frac{5}{\sin \alpha}\right)^2 (\cos \alpha + 1) = \frac{5(\cos \alpha + 1)}{\sin^2 \alpha} = 5 \cdot \frac{\cos \alpha + 1}{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$n - 2 = 15 \Rightarrow n = 17$$

$$x = 0 \Rightarrow 1$$
  

$$x = 1 \Rightarrow 0$$

$$\frac{x+1}{1-x^2}$$

$$(x+1)(1-x^2) - (x+1)(1-x)^2 = 0$$

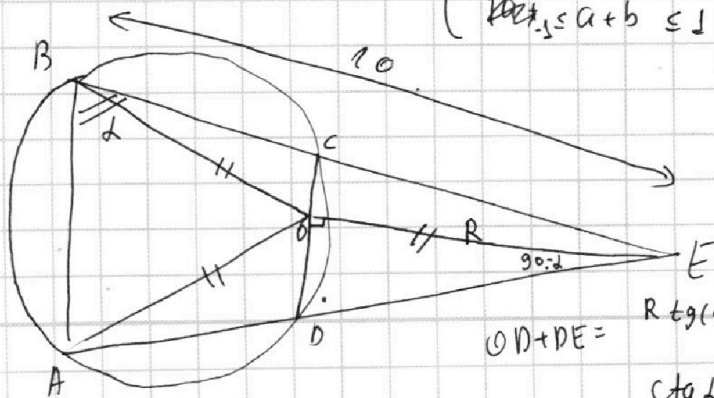
$$1 - x^2 - (x+1)(1-x)^2 = 0$$

$$\sqrt{2 - 1 + 2x - x^2 - 1 + 2y + y^2 + 2} = \sqrt{2 - (x^2 - 2x + 1) - (y^2 - 2y + 1)} = \sqrt{2 - (x-1)^2 - (y-1)^2}$$

Пусть  $a = x - 1$   
 $b = y - 1$   
 $x = a + 1$   
 $y = b + 1$

$$\Rightarrow \sqrt{2 - a^2 - b^2} + \sqrt{1 - |a+b|} = 1$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 2 \\ |a+b| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 \leq 2 \Rightarrow a \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$



BE = 10  
 min(OD + DE) - ?

$$OD + DE = R \operatorname{tg}(90 - \alpha) + \frac{R}{\cos(90 - \alpha)} = R \operatorname{ctg} \alpha + \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4225$   
 $- 1824$   
 $2401$   
 $\sqrt{2401} = 49$   
 $2(5-9) = -8$   
 $100 - 0.012 =$

$1.2 \cdot 22.8 =$   
 $= 8 \cdot 200 + 8 \cdot 20 + 64 =$   
 $= 1600 + 160 + 64 =$   
 $= 1760 + 64 =$   
 $= 1824$

$3 \text{ шаг}$   
 $2 \text{ шаг}$   
 $1 \text{ шаг}$   
 $2 \text{ шаг}$   
 $3 \text{ шаг}$   
 Восста  
 $\min(ED + DD) = ?$

$65 + 49 =$   
 $= 64 + 20 =$   
 $= 114 = \frac{57}{2}$   
 $65 - 40 =$   
 $= 66 - 50 =$   
 $= 16$   
 $\frac{65}{59}$   
 $\times$   
 $65$   
 $59$   
 $2 = 3600 + 225 + 600 =$   
 $(60 \pm 5)$   
 $= 4225$   
 $4 \cdot 2 \cdot 228$   
 $\frac{86}{22}$   
 $\frac{800}{4}$   
 $\times$   
 $22$   
 $800$   
 $4$   
 $D = 65^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 57 =$

$\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$   
 $\left(\frac{8}{4}\right)^2 \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \left(\frac{x}{2x}\right) = 1$   
 $BK = KA$

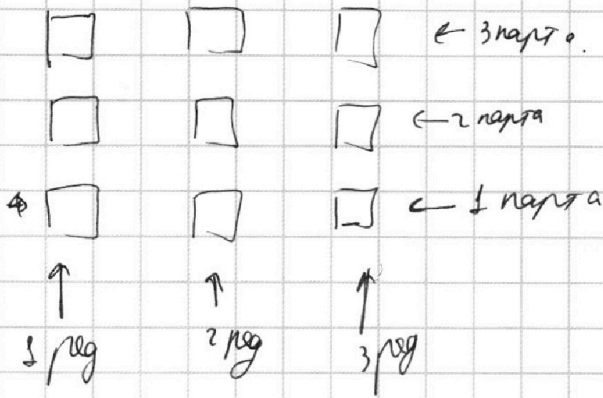


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

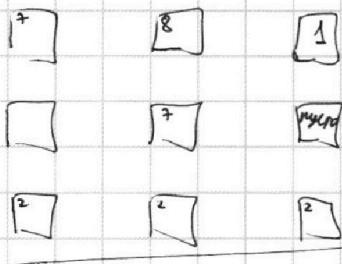
СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



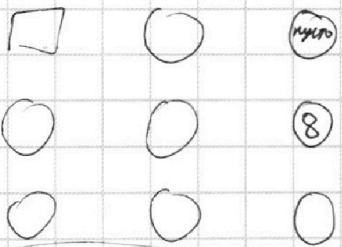
будет если: 1) сидит на первой карте  
2) если перед ним никого  
3) если перед ним человек ниже роста.

Если самый низкий человек ~~сидит~~ на 3 карте, при чем выше него. Тогда второй по высоте, он сидит на первой карте.  
Какой - то



по сути надо рассадить ростом 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2

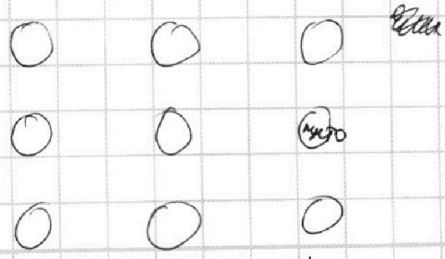


где 1 выбрать место 3 способами, где 2, 3 способами, где 3 способами.

по сути мы выбираем из множества {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8} два трех элементных множества.

Если пусто среди то  $3! \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$  вариантов

$$C_8^3 \cdot C_5^3$$



из 8 мы выбираем 2 м.ва:

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2$$

или по середине  $2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{8!} = \frac{3! \cdot 2! \cdot 3!}{8!} = 10 \cdot 56 = 560$$



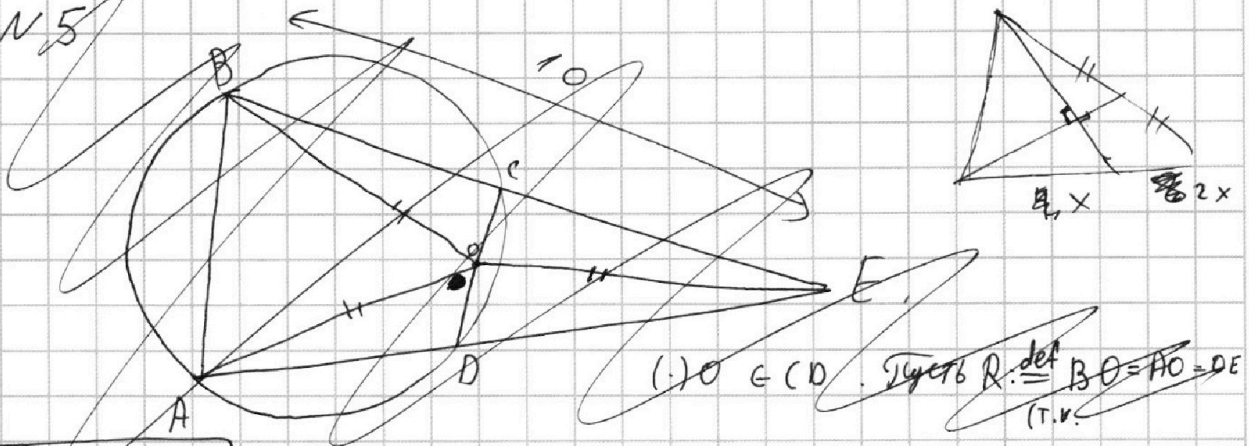
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_  
ИЗ \_\_\_\_\_

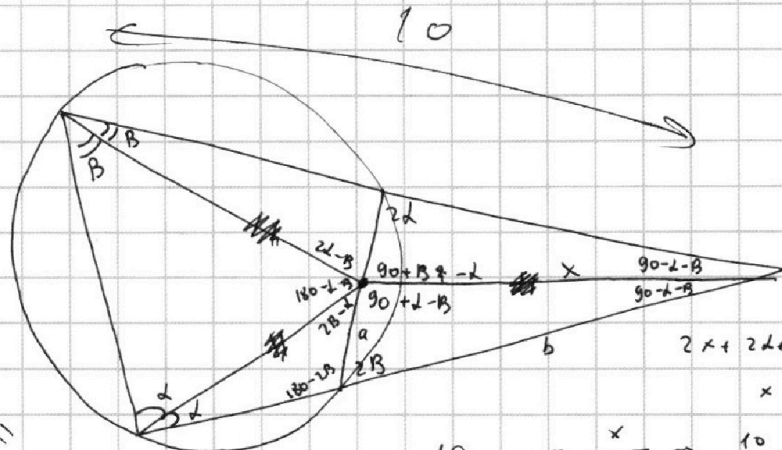
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



$\text{Min}(EO+DO) = ?$

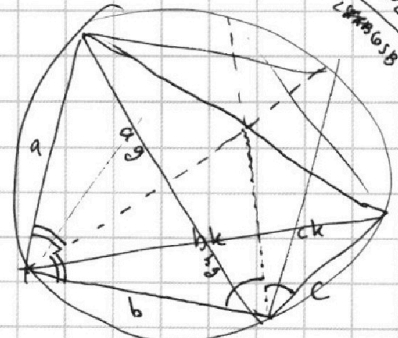
$(1) O \in CD$ . Пусть  $R$  — дуга  $BO=AO=DE$  (т.к. ...)



$\frac{5}{\cos B \cos d}$

$= 10 \frac{\sin 2B}{2 \cos B \cos d}$

$\frac{10}{\sin(90+d)} = \frac{x}{\sin B} \Rightarrow \frac{10}{\cos d} = \frac{x}{\sin B}$   
 $x = 10 \frac{\sin B}{\cos d}$



$\frac{x}{\sin 2B} = \frac{a}{\cos(d+B)} = \frac{b}{\sin(90+d-B)}$

$a = 5 \frac{\cos(2B)}{\cos d \cos B}$   
 $b = 5 \frac{\cos(d-B)}{\cos d \cos B}$

$\Rightarrow a+b = 5 \cdot \frac{\cos(d+B) + \cos(d-B)}{\cos d \cos B}$   
 $= 5 \cdot \frac{\cos d \cos B - \sin d \sin B + \cos d \cos B + \sin d \sin B}{\cos d \cos B}$

$x^2 + 2\sqrt{3}x + 12 = 0$

$D = 4 \cdot 4 \cdot 3 - 4 \cdot 12$

$= 5 \cdot \frac{2 \cos d \cos B}{\cos d \cos B}$   
 $= 10$

$-32 \cdot (-32 + 15) = 77 \cdot 32$