



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(2\angle \frac{CEM}{\angle CAN}) = -\frac{3}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\pi 1 \quad x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

Квадратное при  $t \in \mathbb{R}$ :

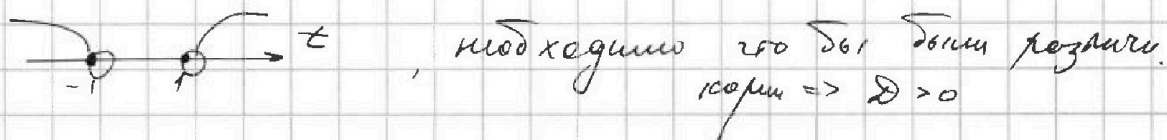
$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

По теореме Виета:

$$x_1 x_2 = 9t^2 - 9, \quad \text{по усл. } x_1 x_2 > 0$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$t^2 > 1$$

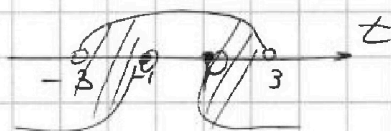
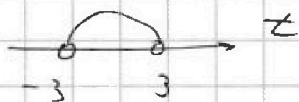


$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 > 0$$

Общее:

$$t^2 < 9$$



$$\text{Ответ: } t \in (-3; -1] \cup [1; 3)$$

$$t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{нз } a - b = 12, \quad a = b + 12, \quad a, b \in \mathbb{N}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b =$$

$$= (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(3+a+b)$$

подставим  $a$  ~~вместо~~

$$(2b+12)(15+2b) = 2(b+6)(15+2b) = 19p^2$$

$b$  разном. на прост. множ.

$\leftarrow$  м.б. значит есть 2, то  $p=2, 5, 13$   
 $2(b+6)(15+2b) = 19 \cdot 2^2$  это разном. того же числа  
 на множ, а 2 и 19 взаим. прости

$$2b^2 + 27b + 90 = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$(2b+31)(b-2) = 0$$

$$b=2 \text{ подходит. } a = 12 + b \quad a = 14$$

$$b = -\frac{31}{2} < 0 \rightarrow \text{не подходит. т.к. } b \in \mathbb{N}$$

Ответ:  $a = 14$   
 $b = 2$



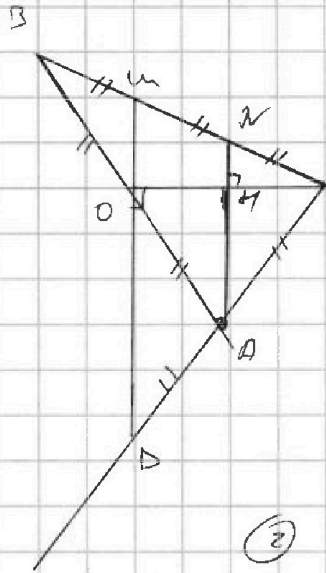
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.



① по @ Талесса для

|| прямых MN и AD и

$\angle BCO$ :

$$\frac{ON}{OC} = \frac{OA}{AC} = 1$$

|| MN и AD,  $\angle CBA$ :

$$\frac{BM}{MN} = \frac{BO}{OA} = 1,$$

②

BA = DC по уг.

BO = OA = DA = DC, из ①

OA - мед AD равна полов. стороне к которой проведена по предик пр/уг  $\Delta$

DBC - пр/уг ( $\angle DOC = 90^\circ$ )

$\angle DOC = \angle AOC = 90^\circ$  т.к. DO || AN и CO - секущ

(накрест. углам.)  $\Rightarrow$  AN - высота  $\Delta OAC$

Пусть BO = x = OA = AC,  $x > 0$   
по ① Косинусов по  $\Delta BAC$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos(\angle BAC) \cdot BA \cdot AC$$

$$36 = 4x^2 + x^2 - 2 \cos(2\angle OAN) \cdot 2x^2 \text{ по св-ву пр/уг } \Delta$$

$$36 = 5x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2x^2$$

$$36 = 8x^2$$

$$x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}, \text{ по ф.к } x > 0, \text{ то } x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle OAN = \angle OAC = 2\angle OAN$$

(OA = AC  $\Rightarrow$  по опред.  $\Delta OAC$  - р/с)  
 $\Rightarrow$  AN - высота  
 $\angle$  пр/уг к основанию р/с  $\Delta$   
AN - выс, мед, высота



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в.к. если всего  $C_{12}^{11}$  вар. раскладки, а комбинаций угловых рядов угловых занимает  $(3!)^4$  вариантов, то  $\frac{C_{12}^{11}}{(3!)^4}$  - кол-во таких

и в каждом ряду 4 подсушки, то комбинаций по \* фиксиров. рядам всего удачных раскладок

$$\frac{C_{12}^{11}}{(3!)^4} \cdot 4 = \frac{12! \cdot 4}{2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{12!}{6^3 \cdot 3} = \frac{11!}{54}$$

Ответ:  $\frac{11!}{54}$

\* имеется виду по комбинациям:

считаются комбинациями по фикс. рядам.

1	4	2	10
2	5	8	11
3	6	9	0
3	6	9	0
2	4	7	11
1	5	8	10

можно получить комбинацией в 1 ряду

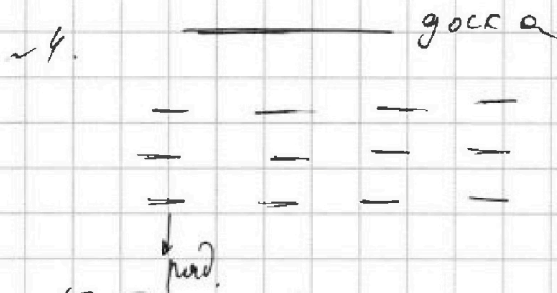


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



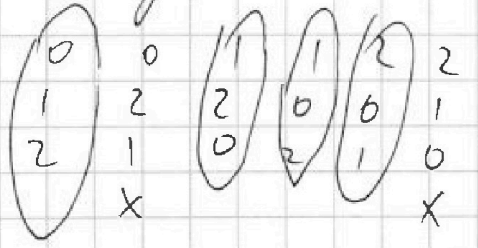
Всего расщадок:  
 $C_{12}^{11}$

Предположим мы едмми едмми расщадку:  
тогда есть 3 низких ряда и 1 ряд с 2 у  
Рассмотрим низкие ряды: Ряди каид. у.  
номер в своем ряду в зависимости от  
ряда: 1, 2, 3, где 1 - самый низкий

3 - самый высокий ряд.  
Рассмотрим все возможные их расщадки  
в этом ряду

1	1	2	2	3	3	из 6 возможных расщадок подана голова 1
2	3	3	1	1	2	
3	2	1	3	2	1	
	X	X	X	X	X	

Рассмотрим ряд 2 у: едмми едмми, только пустое место = 0



~~3~~ 4 из 6, тогда можно сказать, что ~~тогда~~ \*1 по фиксиров. ряду

если не мешать комбинации, ~~изменить~~ ~~ряд~~, то существует всего 4 подходы. ед. из  $(3!) = 6$  вариантов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle D_1 O H$  - прямоугольн.  $\nabla . K . P_1 O \parallel BH$



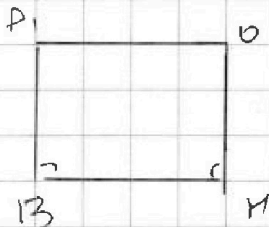
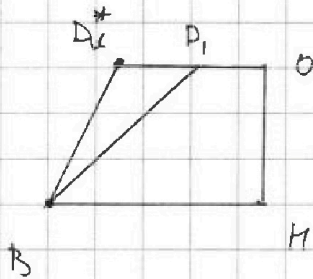
$D_1 O < BH$ , то если все больше  $\angle B$ , то

больше  $D_1 O \Rightarrow \angle B$  - достигнет максимума, но

$\nabla . K . B P_1 \cap A C_1 = \emptyset$  за

откажем  $P_1$  и  $C_1$ , то

$\angle B < 90^\circ$ , в случае же  
 $\angle B = 90^\circ$



$D_1 O = BH$  по св-ву паралл-ма

$(B O \parallel D_1 O$

$D_1 B \perp B C_1 \Rightarrow D_1 B \parallel O C_1$   
 $O B \perp B C_1$ )

$\nabla . K . D_1 E + D_1 B = 12$

$B E = \underline{\underline{E P_1 + D_1 B}}$



$D_1 B = B C_1 - \nabla . K .$   
св-во касат.

$E D_1 + D_1 O = 12$

в случае  $B C_1 = D_1 O$

где  $\angle B = 90^\circ$  и больше все  
быть не могут.

$E D_1 + D_1 O = 12$

Итого:  $E D_1 + D_1 O = 12$



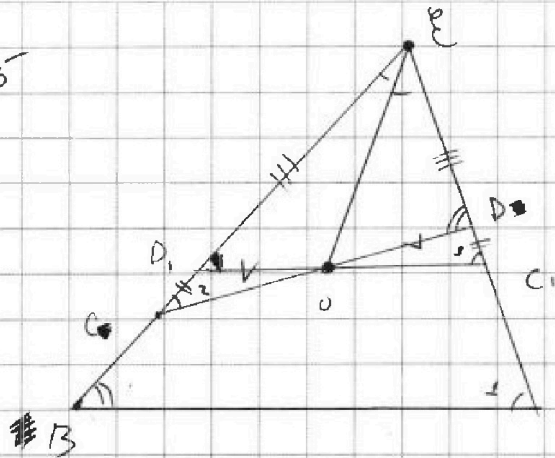
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5



1) Определим радиусы  
 $C_1, D_1, 2r_0$   
 $EO = EC$   
 $ED_1 = ED$ , тогда  
 $D_1C = DC_1 =$   
 $= EC_1 - ED =$   
 $= EC - ED,$

1)  $EO$  - биссектриса  $\angle AEB$  по в.к.  $O$  центр

вписанной окружности

по св-ву биссектрисы:

$$\frac{CE}{ED} = \frac{EO}{OD}$$

$$\frac{EC_1}{ED_1} = \frac{C_1O}{D_1O}$$

$\Rightarrow \triangle CO D_1 \sim \triangle C_1 O D_1$  по двум пропорциям и  $\angle$  между ними;

$$\angle D_1 O C = \angle D O C_1 \text{ - верт.}$$

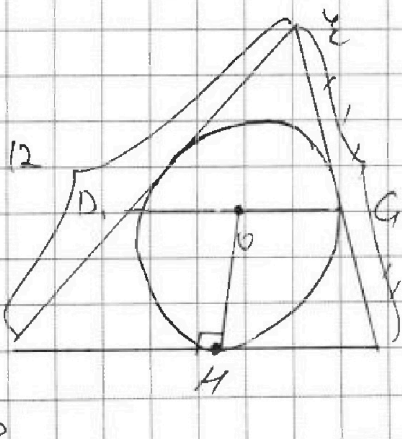
, по в.к.  $D_1 C = DC_1$ , по катетам подобия = 1

$$ED + DO = ED_1 + D_1 O$$

$\triangle CO D_1 = \triangle C_1 O D_1$   
 $\Rightarrow$  как соответ. стороны

$$DO = D_1 O; \angle 2 = \angle 3 \Rightarrow D_1 C_1 \parallel BC$$

$BC_1 = BD_1$  (по св-ву касат. к окружности)  
 $D_1 E + D_1 B = BE = 12$  (дан)





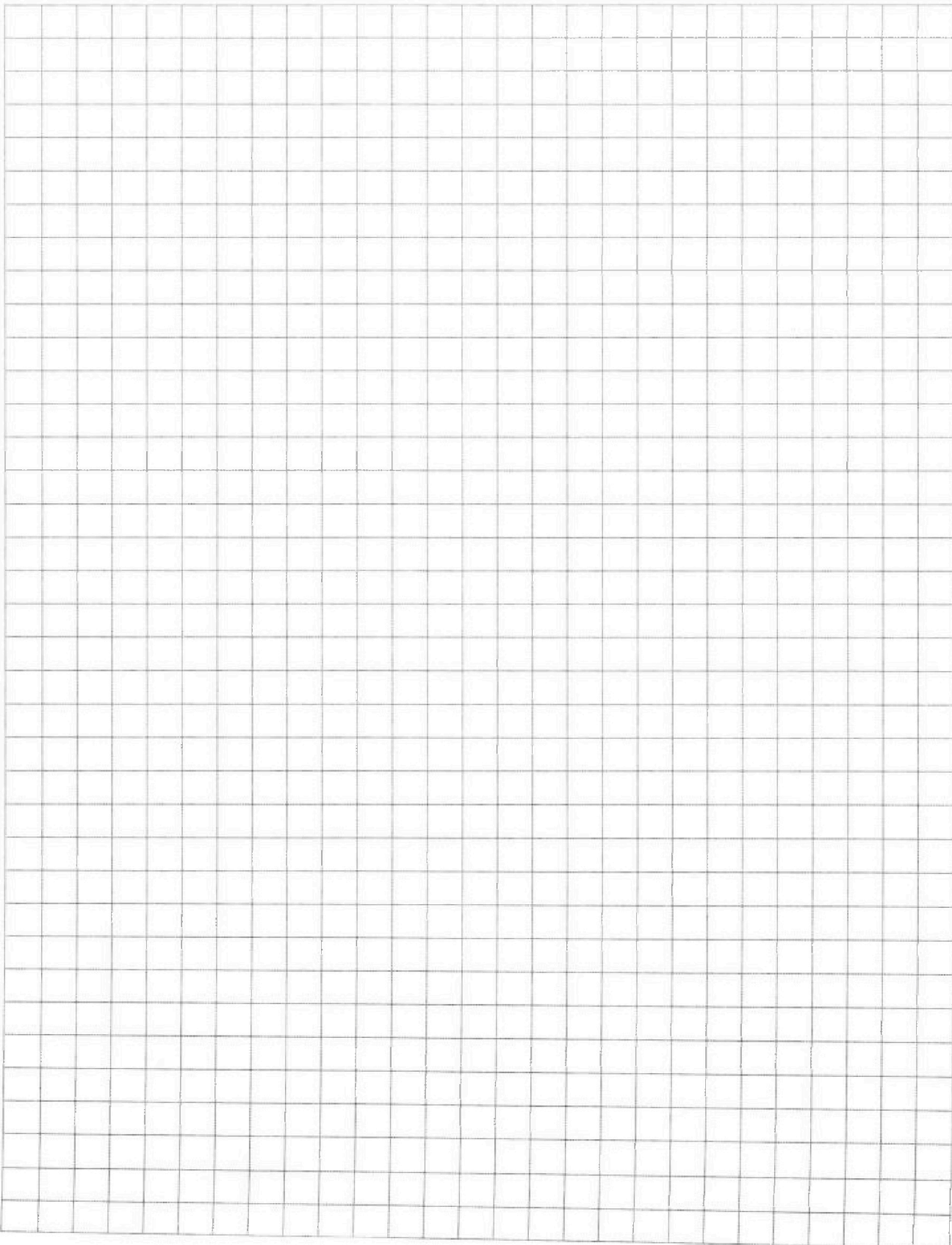


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб. Представим ~~то~~ деревья и дороги между ними в виде графа, где вершины - деревья, а дороги - ребра.

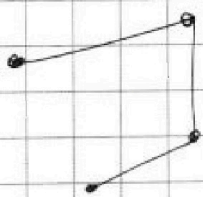
~~По сути~~

т.к. из любого дерева можно добраться в любую точку, то это связанный граф, а т.к. нуб. единичный (узелов нет) то это граф дерева

т.е. граф в котором нет циклов и кол-во вершин  $n$  и кол-во ребер  $m$  связаны

так  $m = n - 1 \Rightarrow$  т.к. есть 4 дерева:

5, 6, 7, 9, ~~то~~ между ними ровно 3 дороги:



~~в другом ст, либо~~

то между ними ровно 3 дороги,

т.к. другие города имеют только 1

дорогу, если эти какие-то 2 города

будут и связаны дорогой из этих 4, то

они точно не будут иметь связь через другие

вершины графа  $\Rightarrow$  хотя бы 3 дороги между ними, но.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

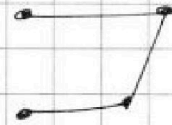
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если будет  $\geq 4$ , то образуется цикл.  
(из опред. дерева-графа)  $\rightarrow$  это не подходит

Един. сл;

тогда лучше кон-во  
ребер можно посчитать как:



$$\underbrace{5+6+7+9}_{\text{исход. из. "узлов" городов. всего.}} - \underbrace{3}_{\text{была}} = 24, \text{ и по формуле}$$

(больше ребра не добавляется тк. у всех ст. вершин степеней = 1)

~~$$m = n - 1$$~~

$$n = 25 - \text{число городов всего.}$$

Ответ: 25



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$17. \sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{2x-(y+x)^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

1) Д.с.  $x, y$  — действительные, тогда делаем то все значения  $|x-y-1|$  то же самое Д.с. полагая условия или разности целых чисел:

$$1-|x-y-1| \geq 0, \text{ по ОДЗ}$$

$$|x-y-1| \leq 1, \text{ по } |x-y-1| \geq 0 \text{ Д.с. получаем}$$

$$|x-y-1|=0 \rightarrow x=y+1 \text{ (2), при этом значение } \sqrt{1-|x-y-1|}=1$$

$$|x-y-1|=1 \rightarrow \left. \begin{array}{l} x=y \text{ (3)} \\ x=y+2 \text{ (3)} \end{array} \right\} \text{ при этом значение}$$

$$\sqrt{1-|x-y-1|}=0$$

Для (1):

$$\sqrt{2x-(y+x)^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{2y+2-(2y+1)^2} = 1 \quad |^2$$

$$2y+2-4y^2-4y-1=0$$

проверим позже что бы получилось  $(x; y)$  подходящим и не подберем. Вспомогательное  $\geq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4y^2 + 2y = 0$$

$$2(2y+1)y = 0$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2} & \text{— не подходит, т.к. } y \in \mathbb{Z} \\ y = 0 \end{cases}, \text{ тогда } x = y + 1$$

$$x = 1$$

$$2 - (0+1)^2 > 0 \text{ верно} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{(1; 0) \text{ подходит}}$$

Для (2)

$$\sqrt{2y - (2y)^2} = 2 \quad | \cdot 2$$

$$2y - 4y^2 = 4$$

$$2y^2 - y + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1 - 16 = -15 < 0$$

Для (3)  $\sqrt{2y+4 - (2y+4)^2} = 2 \quad | \cdot 2$

$$2y+4 - 4y^2 - 8y - 4 = 4$$

$$4y^2 + 6y + 4 = 0$$

$$2y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 - 16 = -7 < 0 \rightarrow \text{единств. ответ. } (1; 0)$$

Ответ:  $(1; 0)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

$\sqrt{1 - |x - y - 1|}$

$x = y + 1 \leftarrow |x - y - 1| = 0$

$|x - y - 1| = 1$

$x = y \quad (2)$

$x = y + 2 \quad (3)$

$\sqrt{2x - (x+y)^2} = 1 \quad |x=1$

$(2)$

$$2y + 2 - (2y + 1)^2 = 1$$

$$2y - 4y^2 - 4y - 1 + 2 - 1 = 0$$

$$2ky^2 + ky = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 & x = 1 \quad \checkmark \\ y = -\frac{1}{2} & x = 0.5 \quad \times \\ & \text{не в ОА.} \end{cases}$$

~~$1 - x$~~

$$2y - 4y^2 = 2$$

$$4y^2 - 2y + 2 = 0$$

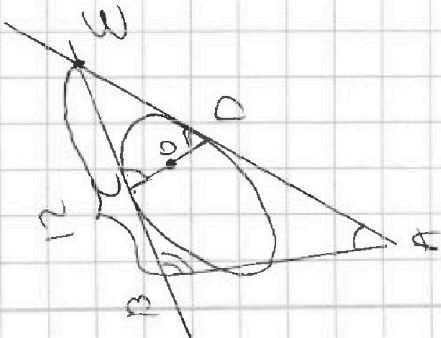
~~$2y^2 - y + 2 = 0$~~

(3)

$$2y + 4 - (2y + 2)^2 = 2$$

~~$2y + 4 - 4y^2 + 4 - 8 = 2$~~

~~$2y^2 - y + 2 = 0$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$C_{12}^{11} = \frac{12!}{6! \cdot 6!} \cdot 3$   
 $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$   
 $\frac{12!}{4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}$   
 $C_{12}^{11} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$   
 $2y^2 + y = 0$   
 $\frac{12!}{2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}$   
 $\sqrt{2y+2} - (2y+1)^2 = 1$   
 $2y+2 - 4y^2 - 4y - 1 = 0$   
 $4y^2 + 2y = 0$   
 $y=0 \Rightarrow x=1$   
 $y=-\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$   
 $\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$   
 $\sqrt{2x-(x+y)^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$   
 $|x-y-1| < 1$   
 $|x-y-1| \in [0; 1]$   
 $x-y-1=0 \Rightarrow x=y+1$   
 $x-y-1=1 \Rightarrow x=y+2$

$C_{12}^{11} = \frac{12!}{6! \cdot 6!} \cdot 3$   
 $\frac{12!}{4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}$   
 $C_{12}^{11} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$   
 $2y^2 + y = 0$   
 $y=0 \Rightarrow x=1$   
 $y=-\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$\sqrt{2y+2} - (2y+1)^2 = 1$   
 $2y+2 - 4y^2 - 4y - 1 = 0$   
 $4y^2 + 2y = 0$   
 $y=0 \Rightarrow x=1$   
 $y=-\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$   
 $\sqrt{2x-(x+y)^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$   
 $|x-y-1| < 1$   
 $|x-y-1| \in [0; 1]$   
 $x-y-1=0 \Rightarrow x=y+1$   
 $x-y-1=1 \Rightarrow x=y+2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

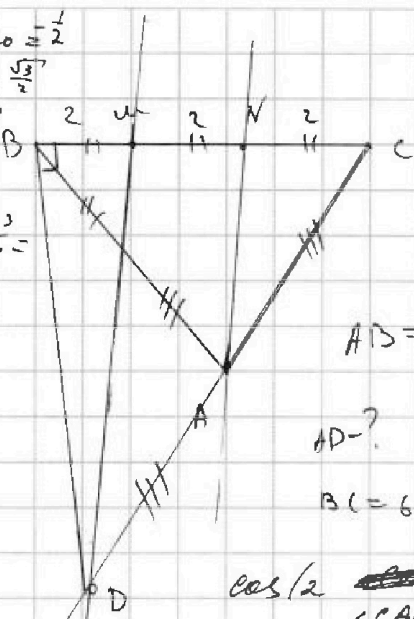
$$\cos 120 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{4} =$$

$$-\frac{1}{2}$$



$$AB = CD$$

$$AD = ?$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

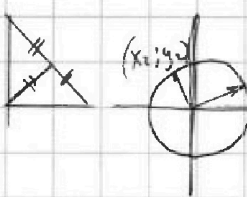
$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\cos^2 d - \sin^2 d}$$

$$\cos 2d =$$

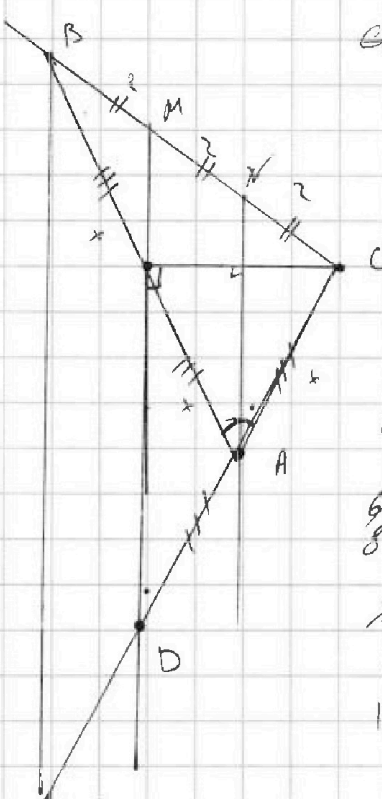
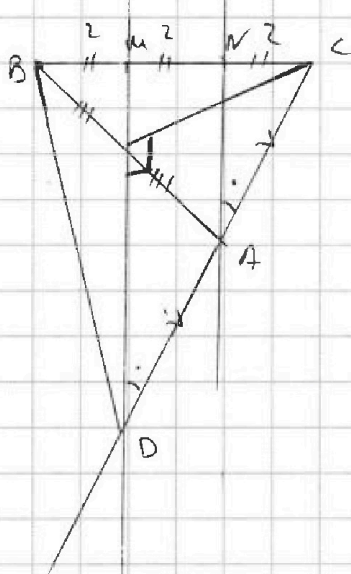
$$\frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}$$



$$\sin 60 = 2 \cos 30 \sin 30$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cos \alpha = x_1 x_2 + y_1 y_2$$



$$\cos^2 d + \cos^2 d - \sin^2 d = \frac{-3}{4}$$

$$64 = 4x^2 + x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot Ax^2$$

$$64 = 8x^2$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$$BA = 4\sqrt{2}$$

$$\cos 2d = \sqrt{1 - \sin^2 d} = \sqrt{1 - 4 \cos^2 d \sin^2 d} = \sqrt{(1 - 2 \cos d \sin d)(1 + 2 \cos d \sin d)}$$

$$1 - 4 \cos^2 d \sin^2 d = \frac{1}{4} \cdot \frac{0}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$x_1 x_2 = 9t^2 - 9 > 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$g(t^2 - 1) > 0$$

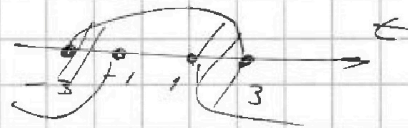
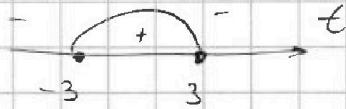
$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 > 0$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$t^2 > 1$$

$$36 > 4t^2$$

$$9 > t^2$$



$$x^2 + 15x - 6 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = -6$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b =$$

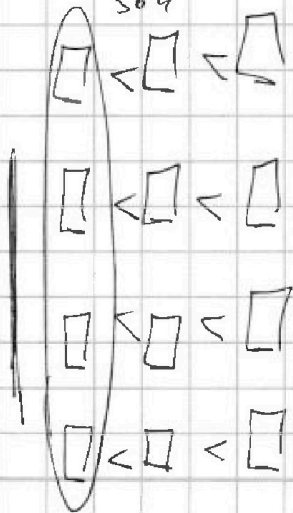
$$a = 12 + b$$

$$= (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b+3)(a+b)$$

$$(15+2b)(12+2b) = 2(b+6)(15+2b)$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ 104 \\ \hline 114 \\ 190 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \\ \hline 152 \end{array}$$



11 1188 78810 11

$$152 = (b+6)(15+2b)$$

$$152 = 90 + 27b + 2b^2$$

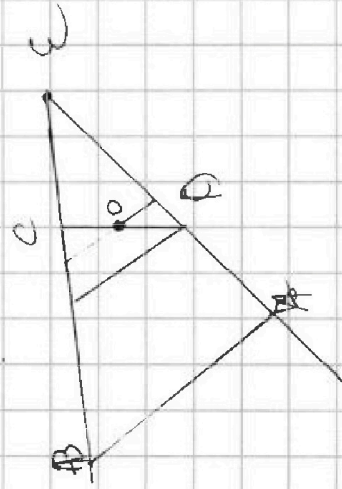
$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$(b-2)(2b+31) = 0$$

$$b = 2$$

$$b = -\frac{31}{2}$$

$$a = 14$$





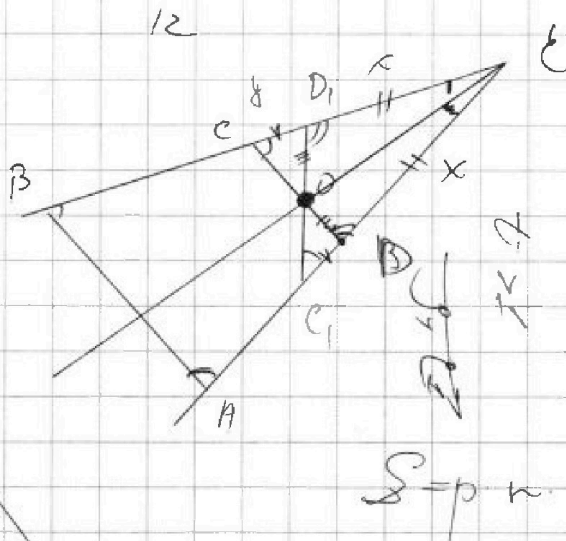
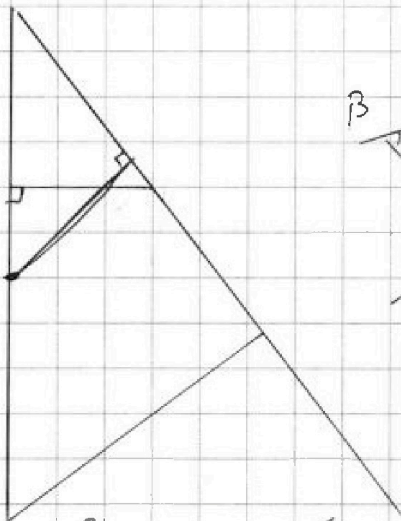
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

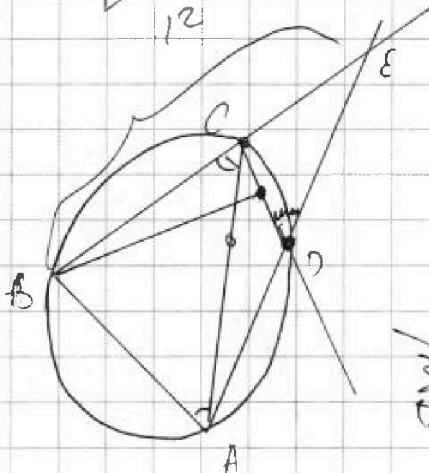
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 300 \overline{) 119} \\ \underline{190} \\ 119 \end{array}$$



$$x^2 + 4\sqrt{7}x + 97^2 - 900 = 0$$

$$x^2 + 4\sqrt{7}x - 900 = 0$$



$$\sqrt{p^2 + q^2 + r^2 + 2pqr}$$

$$pr = \frac{bc}{2}$$

$$pr^2 = \frac{bc}{2}$$

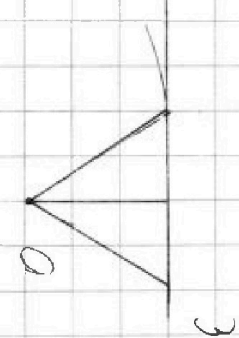
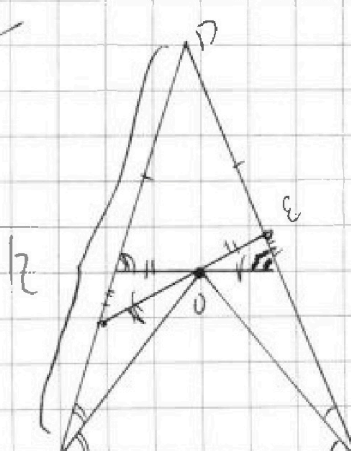
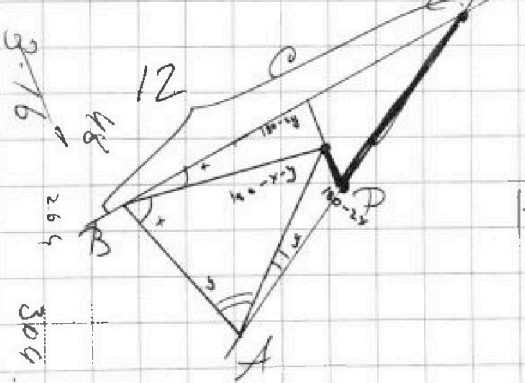
$$\frac{a+bc}{x} \cdot r = \frac{bc}{x}$$

$$r = \frac{bc}{a+bc}$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x = -6$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ + \\ 376 \\ \hline 632 \end{array}$$



$$300$$

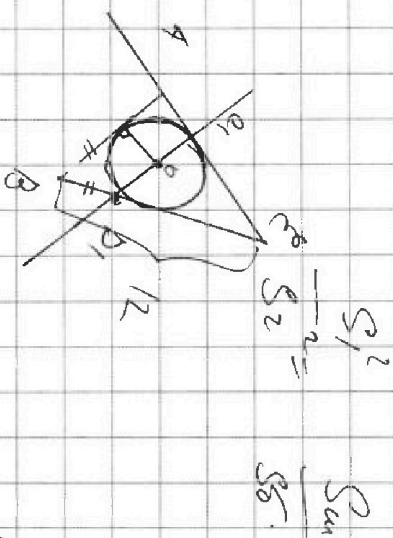
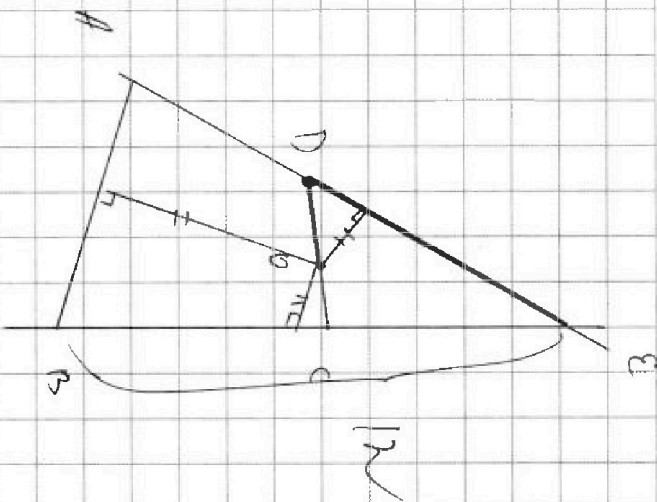
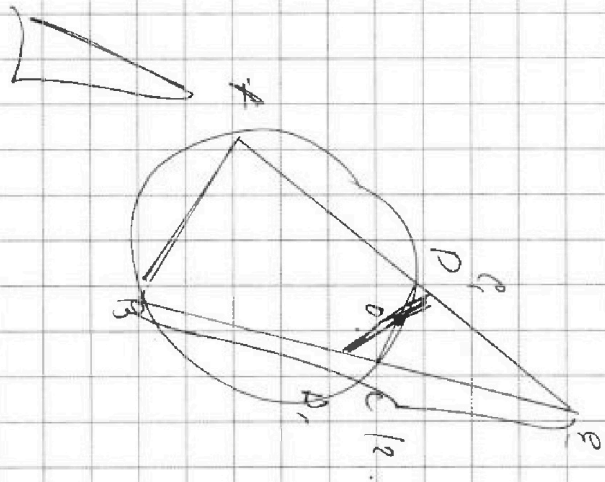


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~объем~~

$$\frac{a}{12} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{a}{\sqrt{S_2}}$$

$$\frac{S_1}{12} = \frac{a}{\sqrt{S_2}}$$

$$12 = \sqrt{\frac{S_1 S_2}{a}}$$

