



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(\angle CAM) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

По м. Виета $9t^2 - 9 = \underbrace{x_1 x_2}_{\text{корни}} > 0$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$t^2 > 0 \Rightarrow t \neq 0$$

Если 2 разл. корня $\Rightarrow D > 0$

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36 > 0$$

$$36 > 4t^2$$

$$9 > t^2 \Rightarrow t \in (-3; 3), \text{ но м.к. } t \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$$

Ответ: $t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$a - b = 12 \Rightarrow a = b + 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Подставляем $a = b + 12$

$$(b+12+b)(b+12+b+3) = 19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

Выражение в левой части $:2 \Rightarrow p=2$, т.к.

$19p^4 : 2$ и 19 - нечет., p - простое.

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 16$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 152$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$(b-2)(2b+31) = 0$$

$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = -\frac{31}{2} \end{cases} \text{ - не подходит, т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$b_1 = 2 \Rightarrow a = 14$$

Ответ: $a=14, b=2$

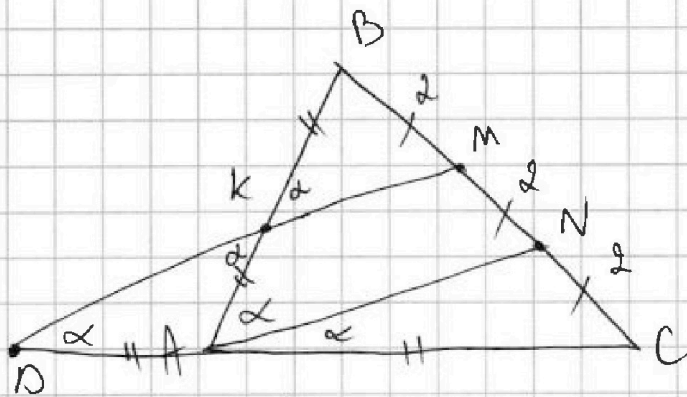


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.



$$DC = AB$$

$$BC = 6$$

$$\cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}$$

$$AB = ?$$

- 1) $AB \cap DM = K$
- 2) Т.к. $KM \parallel AN$ и $BM = MN \Rightarrow BK = AK$
- 3) $\angle NAC = \angle MDC = \alpha$ (т.к. $AN \parallel DM$) и $AN \parallel DM$, $AC = AD$ (т.к. $NC = MN$) $\Rightarrow AC = AD = BK = AK$ (т.к. $CD = AB$)
- 4) $\triangle ADK - \text{р/б} \Rightarrow \angle KDA = \angle DKA = \angle BKM = \alpha = \angle BAN$ ($KM \parallel AN$) $\Rightarrow AN - \text{бисс.}$ (т.к. $\angle BAN = \angle NAC$)

$$5) \quad BN = 4$$

$$NC = 2$$

$$\text{По т.о бис-се: } \frac{BN}{AB} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{4}{AB} = \frac{2}{AC} \rightarrow 2AC = AB$$

Пусть $AC = x$,
тогда $AB = 2x$

с) Т. косинусов для $\triangle BAC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC$$

$$36 = 4x^2 + x^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot 2x \cdot x$$

$$\text{Т.к. } \cos 2\alpha = \cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}:$$

$$36 = 5x^2 - 4x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 5x^2 + 3x^2 = 8x^2$$

$$9 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 2x = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $3\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Т.к. парт $4 \cdot 3 = 12$, а тепловк $11 \Rightarrow$ одна парты должна

быть пустой. Пусть она будет в одном из рядов на первом



Тогда, когда мы выстроим людей по ряд ^{возрастанию} мы их выстроим в порядке ^{убывания}. (в каждом таком выборе мы можем это сделать).

Если люди будут сидеть не в порядке ^{возрастания}, то кому-то будет плохо видно.

Кол-во способов рассадить людей ~~на~~ с пустой парты на первом месте:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ пустая парты может быть в одном из четырех рядов

2) Пусть пустая парты будет на втором месте в каком-то ряду



Тогда в каждом из трех рядов оставшихся (без пустой парты) мы также выстроим людей в порядке ^{возрастания} (от первой парты и последней). Ряд, в котором ~~на~~ пустая парты, мы можем посадить двух людей в любой порядке, т.к. человек на 1й парте будет хорошо видеть, и человек на 3ей парте тоже, т.к. перед ним пустая парты (ближайшая).

Способов так рассадить

$$C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ ~~пустая парты~~ пустая парты на втором месте может быть в одном из 4х рядов

3) Пусть пустая парты будет на третьем месте в одном из рядов, тогда аналогично тому случаю рассаживаем людей в порядке ^{возрастания}.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

м.ч. (применение)
Тогда способов будет
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$

4) Складываем все эти способы

$$\begin{aligned} & C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \\ &= C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \cdot 2 = \\ &= 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 = 16 \cdot 55 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 20 = 1478400 \text{ способов} \end{aligned}$$

Ответ: 1478400 способов



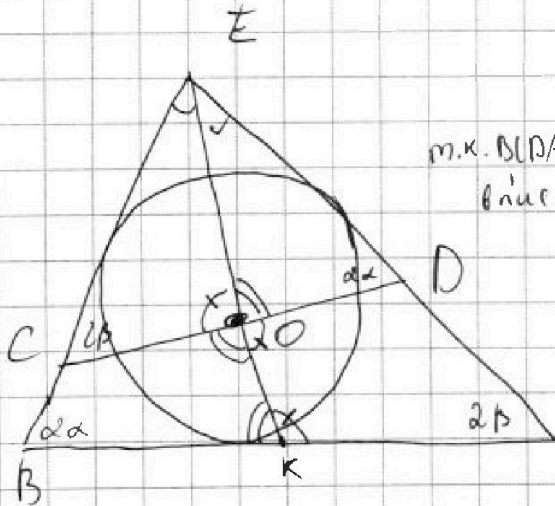
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.



м.к. $\triangle ODA$
впис.

$DO + ED$ макс.?
 $DO + ED$ будет максим.

$\rightarrow \triangle EDO \sim \triangle EBK \Rightarrow$
 $\Rightarrow ED + DO = (EB + BK)$
Пусть $\frac{DE}{BE} = m$ - коэффициент подобия.

$$DE = m \cdot BE$$

$$DO = m \cdot BK$$

$$A \quad DE + DO = m(BE + BK) =$$

$$= \frac{DE}{BE} (BE + BK) = DE + \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$BE \cdot DO = DE \cdot BK$$

$$DO + DE = \frac{DE \cdot BK}{BE} + DE = DE \left(\frac{BK}{BE} + 1 \right) \text{ макс при } \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$BK = \text{max} \cdot \frac{DE \cdot BK}{BE} \quad \text{м.к.} \quad \triangle ODO \sim \triangle EBK \rightarrow DO = \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$DO + DE = \frac{DE \cdot BK}{BE} + DE = DE \left(\frac{BK}{BE} + 1 \right) \text{ макс}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Если из каждой вершины можно добраться в любую другую, то граф - связный (граф-дерево-вершины, дороги-ребра)

~~Предположим~~ Предположим, что в графе есть цикл, тогда из какой-то вершины можно добраться в какую-то точку, от которой можно вернуться (то 2м путем цикла) - противоречие условию.

Тогда в графе циклов нет \Rightarrow он-дерево

Посчитаем ребра в графе (пусть вершин n) \Rightarrow

\Rightarrow ребер $n-1$ (т.к. граф-дерево)

$$n-1 = \frac{5+6+7+9+n-4}{2}$$

степень всех вершин, сумма степеней вершин, из которых выходит по 1 ребру

$$2n-2 = 11+16+n-4$$

$$2n-2 = 27+n-4$$

$$n-2 = 23$$

$$n=25 \Rightarrow \text{вершин } 25.$$

Ответ: 25.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

УД.

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

1) $1-|x-y-1| \geq 0$

$$|x-y-1| = 1$$

$\begin{cases} x-y=0 \rightarrow \text{не подходит, т.к. } 2x-2y-x^2-y^2 = -2x^2 \neq 0 \\ x-y=2 \rightarrow \sqrt{1-|x-y-1|} = 0 \rightarrow \sqrt{4-x^2-y^2} = 2 \rightarrow x^2+y^2=0 \end{cases}$
но $x-y=2$ пр-ше

при $x=0=y$
нигде не выпол.
р-венств

2) $1-|x-y-1| > 0$

$$|x-y-1| < 1$$

$$\begin{cases} x-y-1 < 1 \\ x-y-1 > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y < 2 \\ x-y > 0 \end{cases} \Rightarrow x-y \in (0; 2)$$

3) $2x-2y-x^2-y^2 = 0 \Rightarrow 1-|x-y-1| = 4$

$$|x-y-1| = -3 \rightarrow \text{противоречие}$$

3) $2x-2y-x^2-y^2 > 0$

$$2(x-y) > x^2+y^2$$

$$\begin{matrix} x-y < 2 \\ (\text{из шага 2}) \end{matrix} \Rightarrow x^2+y^2 < 2(x-y) < 4.$$

т.к. $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x$ и y могут равняться только $0, 1, -1$, т.к. иначе если либо $|x|$, либо $|y| \geq 2 \rightarrow x^2+y^2 \geq 4 \rightarrow$ пр-ше

4) $x=0, y=1$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 0-2-0-1 < 0 \rightarrow \text{противоречие}$$

5) $x=1, y=0$

$$2x-2y=2$$

$$\sqrt{2-1-2\cdot 0-1\cdot 0} + \sqrt{1+|1-0-1|} = 1+1=2 \rightarrow \text{подходит}$$

~~6) $x=1, y=1$ $1^2+1^2 < 2\cdot 0$ - противор.~~

~~7) $x=0, y=-1$~~

6) $x=1, y=-1$

$$1-(-1) \geq 2 \rightarrow \text{противор. (т.к. } x-y < 2)$$

7) $x=-1, y=1$

$$x-y < 0 \rightarrow \text{пр-ше}$$

8) $x=-1, y=0$

$$x-y < 0 \rightarrow \text{пр-ше}$$

9) $x=0, y=-1$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-|0-(-1)|} = 2 \rightarrow \text{подходит}$$

Ответ: $x=1, y=0$; $x=0, y=-1$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

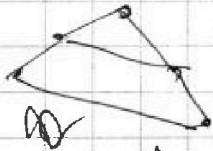
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$x-y \in (0; 2)$$

$$4 > 2(x-y) > x^2+y^2$$



2-1

1

$$2x-2y-x^2-y^2 + x - |x-y-1| = 1$$

$$x-y-1 \geq 0$$

$$2x-2y-x^2-y^2-x+y+1=1 \quad x-y \geq 0$$

$$x-y-1 < 0$$

$$x-y-x^2-y^2=0$$

$$x=1+y$$

$$x-y < 1$$

$$x-y > 0$$

$$x(x-1) = y(y+1)$$

$$x(x-1) \geq (1+y)y$$

$$2(1+y-y) \geq (1+y)^2 + y^2$$

$$2x-2y-x^2-y^2 + x-y-1=1$$

$$2 > 2y^2 + 2y + 1$$

$$1 > 2y^2 + 2y$$

$$\sqrt{3} \approx 1.732 \quad \frac{1}{2} > y(y+1)$$

$$3(x-y) - x^2 - y^2 = 2$$

$$x-y > 1$$

$$2 > 3 - x^2 - y^2$$

$$1 > -x^2 - y^2$$

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

$$1 < 1/1$$

$$2y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$D = 4 + 1 \cdot 4 \cdot 2 = 12$$

$$-2 \pm \sqrt{12} = 13$$

$$-2 - \sqrt{12}$$

$$\frac{-2 + \sqrt{12}}{4} < 1$$

$$\frac{-2 + 3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$-2 + \sqrt{12} < 4$$

$$\sqrt{12} < 6$$

$$1 - x + y + 1 = \sqrt{2-x+y}$$

$$2(x-y) - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$2(x-y) = x^2 + y^2$$

$$DO + ED =$$

$$\frac{DO}{BK + BE} \cdot \frac{DE}{BE} = 1 - |x-y-1| = 4$$

$$4 > 2(x-y) > x^2 + y^2 \quad |x-y-1| = -3 \rightarrow \text{нр-ше}$$

$$\frac{OD}{DK} = \frac{DE}{BE}$$

$$x-y < 2 \quad 4 > x^2 + y^2$$

$$= BK \cdot DE \quad 3 \cdot 3 = 9 \quad 12 + DE$$

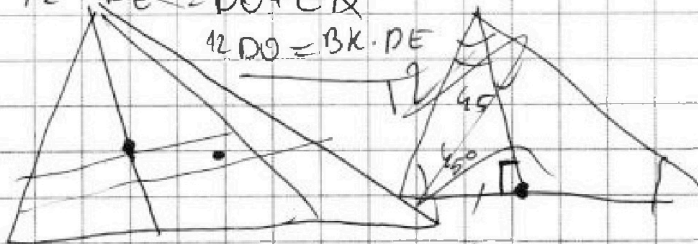
$$DO + ED = k \cdot EB + k \cdot MB$$

$$k(EB + MB) =$$

$$\frac{DO}{12} (12 + MB)$$

$$\frac{12 + DE}{12} = \frac{DO + ED}{12}$$

$$12 \cdot DO = BK \cdot DE$$

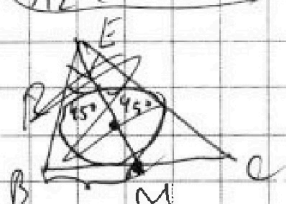


$$DO =$$

$$DO + DE = \frac{12 + BK}{12} =$$

$$= \frac{DE}{12} (12 + BK) =$$

$$= DE + DE \cdot BK$$



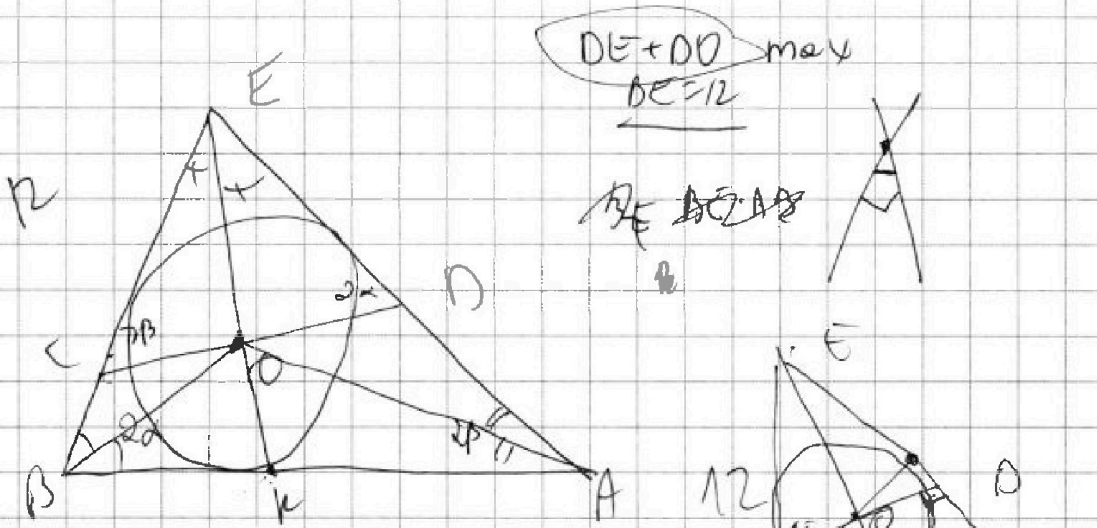


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



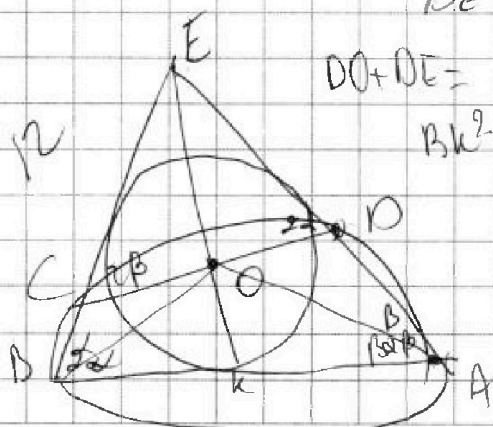
$DE + OD \rightarrow \max$
 $BE = 12$

$BE = BE - AB$

$AK < BE = 12$
 $7 + 10 + 9 + 5 =$
 $= 31$
 $\rightarrow 5 + 5 +$
 $4 + 5 =$
 $15 + 11 =$
 $= 26$

$(BE + AK) \cdot \frac{OD}{BK} = \frac{OD \cdot BE}{BK + OD} = DE + OD$
 $DE + OD = \frac{OD \cdot 12}{BK + OD}$

$DO + DE = BK^2$



DE
 BE
 $DE \left(\frac{BK}{12} + 1 \right)$

Handwritten calculations and numbers:

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 55 \\ \hline 5500 \\ 11000 \\ \hline 12100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1504 \\ \times 116 \\ \hline 9024 \\ 15040 \\ \hline 17544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ \times 114 \\ \hline 5376 \\ 13440 \\ \hline 15168 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$90 - \beta - \alpha + 2\beta = 90 + \beta - \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} = \frac{EO}{EO}$
 $EO = \frac{12 \sin \beta}{\cos \alpha}$

$DE + DO < AE + AO$
 $DE < AE$
 $OD < OA$

$130 - 2\beta - 2\alpha$
 $max: ?$

$BE = 12$
 $EO + DO = ?$

$\frac{DE}{BE} = \frac{DO}{AB}$
 $\frac{DE}{12} = \frac{DO}{130}$
 $\frac{DO}{12} = \frac{12}{130}$
 $\frac{DO}{12} = \frac{O'A}{AE}$

$EO^2 = DE^2 + DO^2 - 2 \cos 2\beta \cdot ED \cdot OD$
 $EO^2 + 2 \cos 2\beta \cdot ED \cdot OD + 2 \cdot DE \cdot DO = 2 \cdot E \cdot (DE + OD)^2$

$\frac{12 \sin \beta}{\cos \alpha} \leq 1$
 $\frac{12}{\cos \alpha} + 2x \leq 1$ max

$\leq \frac{12}{\cos \alpha} + 2x$

$90 - \beta - \alpha + \beta = 90 - \alpha$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

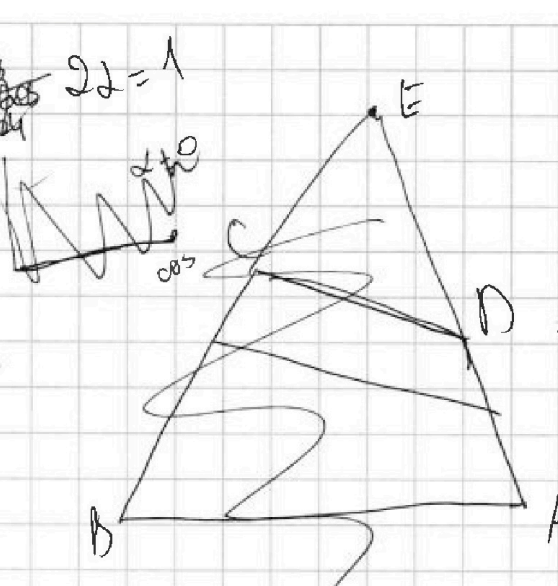
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$524 \times 11 = 5764$
 $5544 \times 11 = 60984$
 $594 \times 11 = 6534$
 $81 \times 11 = 891$
 $12 \times 8 = 96$
 $1344 \times 11 = 14784$
 $1344 \times 11 = 14784$
 $84 \times 16 = 1344$
 $504 \times 16 = 8064$
 $11 \times 55 = 605$
 $1100 \times 11 = 12100$
 $2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3 = 432$
 $3! \cdot 3! = 36$
 $6! = 720$
 $3! \cdot 9! = 720$
 $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$

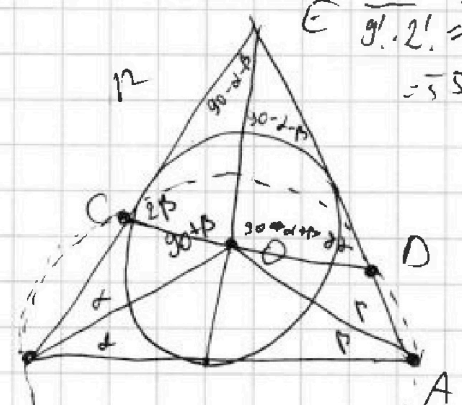


$DO + PE \text{ max}$
 $12 = \frac{\sin 90^\circ + \beta}{12} = \frac{\sin \alpha}{EO}$
 $EO = \frac{12 \sin \alpha}{\sin 90^\circ + \beta}$

$EO^2 = OD^2 + ED^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD$
 $EO^2 + 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD + 2 \cdot EO \cdot OD = (EO + EO)^2$

$DE + DO = (P - EO) \text{ max}$

$S_{\triangle EDO} = \frac{1}{2} ED \cdot OD \cdot \sin 2\alpha$
 $S = p \cdot r$



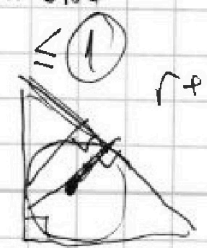
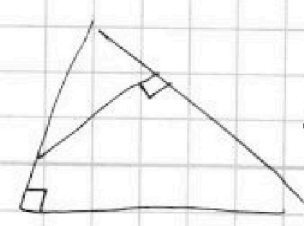
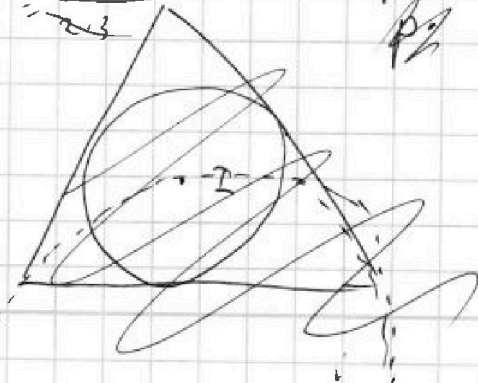
$EC \cdot BE = ED \cdot EA$
 $ED + OD > EO$
 $EO + OD > DE$
 $EO + OD > DE$
 $EO + ED > OD$

$\sqrt{(12 + p)(p - 12)(p - a)(p - b)}$

$\sqrt{(6 + \frac{p+p}{2})(p - 12)(p - a)(p - b)}$

$p \cdot r = 12 \cdot AB \cdot \sin 2\alpha$

$(DO + ED)^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$
 $x^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$x_1, x_2 > 0$$

~~x > 0~~

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2$$

$$(-2)$$

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2 > 0$$

$$x^2 - 9 > 0$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 9 = 0$$

$$x_1 x_2 > 0 \quad 3(-3) = -9$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 45 = 0$$

$$D = (8\sqrt{2})^2 + 4 \cdot 45 = 9$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^2 \quad p - \text{нроч.}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^2 \quad a, b = ?$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^2$$

$$a - b = 12$$

$$a = 12 + b$$

$$(12+2b)(12+2b+3) = 19p^2$$

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D > 0$$

$$x \frac{15}{90}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 19 \\ \times 8 \\ \hline 152 \\ 548 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \times 30 \\ \hline 4560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \times 62 \\ \hline 9524 \end{array}$$

$$8 + 54 = 62$$

$$61 \quad 62 : 31 = 2$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$2(b-2)(b+31) =$$

$$-2bx - 4b = 2bx = 2(b^2 + 31b - 62)$$

$$-2x = 31 \quad x = -\frac{31}{2}$$

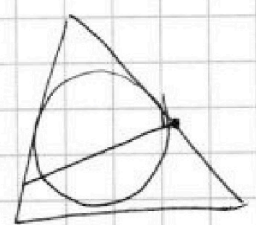
$$\begin{aligned} & (4\sqrt{2}t)^2 - (9t^2 - 9) \cdot 4 = \\ & = 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 = \\ & = 32t^2 - 36t^2 + 36 = \\ & = -4t^2 + 36 > 0 \\ & 4t^2 < 36 \\ & t^2 < 9 \\ & t \in (-3; 3) \\ & t \neq 0 \\ & (-3; 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2(b-2)(b+\frac{31}{2}) \\ & (b-2)(2b+31) \end{aligned}$$

$$2b^2 - 2bx - 4b + 4x$$

$$-2bx - 4b = 2bx = 2(b^2 + 31b - 62)$$

$$-2x = 31 \quad x = -\frac{31}{2}$$



S_{\text{вн}} \le S_{\text{вн}} \le S_{\text{вн}}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

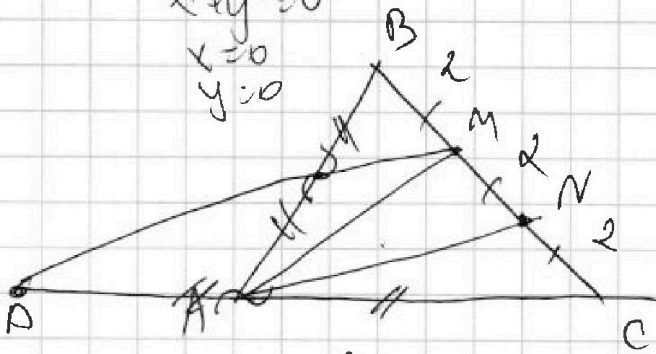
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4-x^2-y^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$\begin{aligned} 4-x^2-y^2 &= 4 \\ x^2+y^2 &= 0 \\ x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

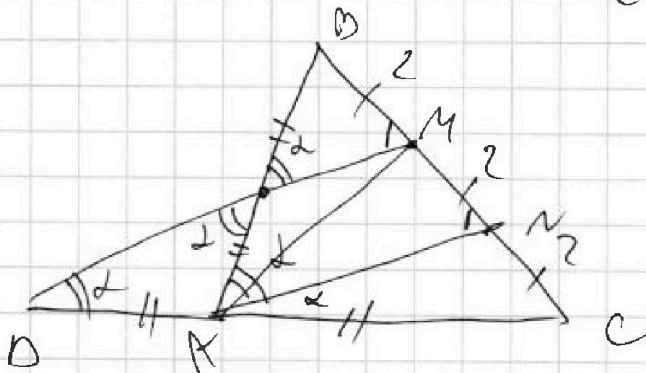
$$AB = 9$$



$$AB = CD$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$$



$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

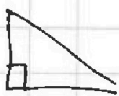
cos

$$\frac{BM}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{2}{AB} = \frac{2}{AC}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos 2\alpha$$

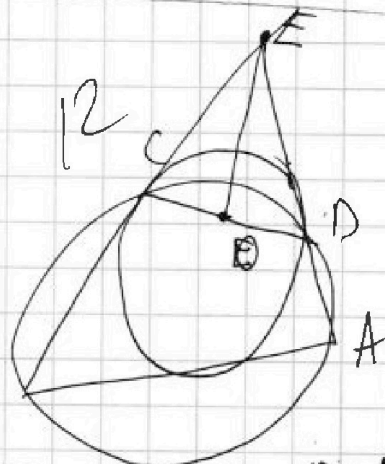
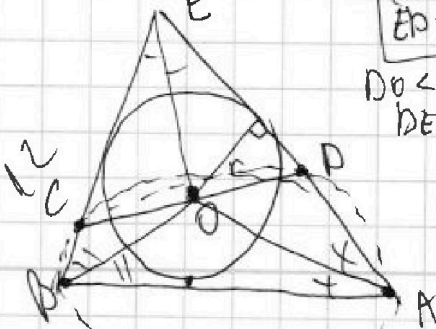
$$AB = 9$$



$$\cos 90^\circ = 0$$

$$ED < DO$$

$$\begin{aligned} DO &< CD \\ DE &< CA \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} BE &= 12 \\ ED &= DO \end{aligned}$$

$$DO > r$$

$$r \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sin 2\alpha \cdot AB < r \cdot DO \cdot BE \cdot \frac{DE}{AB} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 **СТРАНИЦА**
 _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$C_{11}^2 \cdot C_3^3 \cdot C_3^3 \cdot C_3^3$

x :

 x, y
 $x \cdot y$
 $z + \text{He } z = z$
 $\text{He } z + \text{He } z = z$

$$\frac{5!}{4! \cdot 1!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 105$$

$$C_{11}^2 = \frac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1} = 55$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 5 \cdot 2} = 20$$

$$\frac{12}{84}$$

$$\frac{84}{35} = 24$$

$$\frac{55}{1100}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times 11 \\ \hline 84 \\ + 84 \\ \hline 924 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 924 \\ \times 16 \\ \hline 5544 \\ + 924 \\ \hline 15784 \end{array}$$

$$2x - 2y + x^2 - y^2 = 0$$

$$= 2(x-y) - (x^2 - y^2) = 0$$

$$2(x-y) = x^2 - y^2$$

2(m)



$$1 - |x - y - 1| \geq 0$$

$$1 - |x - y - 1| > 0$$

$$1 > |x - y - 1|$$

$$2m - (x^2 + y^2 - 2xy) = 2m - m^2 - 2p \geq 0$$

$$2(x-y) - x^2 - y^2 = 0$$

$$x - y - 1 = 1 \Rightarrow x - y = 2$$

$$x - y - 1 = -1 \Rightarrow x - y = 0$$

$$\sqrt{2m - x^2 - y^2}$$

$$m \in (0; 2)$$



$$\frac{5+6+7+9+x}{2} = x+4-1$$

$$\frac{5+6+7+9+x}{2} = x+4-1$$

$$27+x = 2x+6$$

$$27 = x \rightarrow 28$$

