



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle C \overset{\text{AM}}{A} N) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшаяпарта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Были два промежутка $(-3; -1)$ и $(1; 3)$
но не рассмотрен случай если $t=0$
 $x^2 + 9 = 0 \quad x = \pm 3 \Rightarrow t = 0$ не подходит
ответ: $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}x + 9 - t^2 = 0$$

$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 4(36 - t^2)$$

$$x = \frac{-4\sqrt{2}t \pm 2\sqrt{9-t^2}}{2} = -2\sqrt{2}t \pm \sqrt{9-t^2}$$

Раз пронизведение корней положительно

Значит корни одного знака \Rightarrow 2 варианта
 $t^2 > 0$ оба < 0

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2} > 0 \\ -2\sqrt{2}t - \sqrt{9-t^2} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t > -\sqrt{9-t^2} \quad (1) \\ -2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2} \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) -2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2} \\ \sqrt{9-t^2} > 0 \Rightarrow -2\sqrt{2}t > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t < 0;$$

$$8t^2 > 9 - t^2$$

$$9t^2 > 9$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

$$\begin{array}{c} + \\ - \\ \hline -1 \end{array}$$

$$t < 0 \text{ и } \sqrt{9-t^2} > 0$$

и $t \neq \pm 3$ т.к. корни будут одинаковы

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2} < 0 \quad (1) \\ -2\sqrt{2}t - \sqrt{9-t^2} < 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} (1) \\ -2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2} \\ -\sqrt{9-t^2} < 0 \Rightarrow t > 0 \end{array}$$

$$8t^2 > 9 - t^2$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

$$\begin{array}{c} + \\ - \\ \hline 1 \end{array}$$

$$(2) -2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

$-2\sqrt{2}t < 0 \quad \sqrt{9-t^2} > 0 \Rightarrow$
промежуток неизменится

$$(2) -2\sqrt{2}t > 0 \quad -\sqrt{9-t^2} < 0$$

\Rightarrow промежуток неизменится



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} a-b=12 \\ a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(1) \quad (a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (a+b)(3+a+b) = 19p^4 \\ a=b+12 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} (b+12+b)(3+b+12+b) &= 19p^4 \\ (2b+12)(2b+15) &= 19p^4 \end{aligned}$$

Заметим что $2b+12$ ~~делит~~ при любом "b" четное $\Rightarrow 19p^4$ четное

$$19 \text{ не кратно } 2 \Rightarrow p^4 : 2 \Rightarrow p=2$$

$$\Rightarrow p^4=16 \Rightarrow (2b+12)(2b+15)=19 \cdot 16$$

$$4b^2+30b+24b+15 \cdot 12=19 \cdot 16$$

$$4b^2+54b+180-304=0$$

$$4b^2+54b-124=0$$

$$2b^2+27b-62=0$$

$$D = 27^2 + 6 \cdot 62 = 729 + 496 = 1225$$

$$b = \frac{-27 \pm 35}{4} \quad \begin{matrix} \times 10 & \text{не подходит m.k} \\ \times 2 & \text{натуральное} \end{matrix}$$

$$b=2 \Rightarrow a=14 \quad \text{ответ: } a=14 ; b=2$$

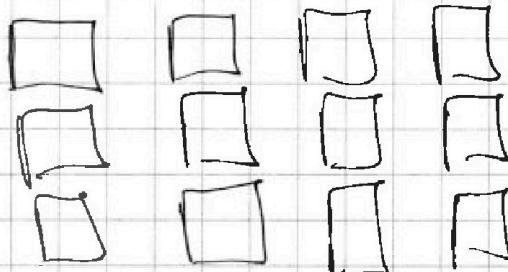


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть пустая
парта тоже будет
учебной тогда
Всего ит. учеников \Rightarrow

\Rightarrow способов расставить пасадитъ 1 ряд

C_{12}^3 Выберите любых 3 из 12

В таком случае они сядут

вдознаку то есть самой высокий на
последней, средний на 2, наименее на 1.

ко-бо сп. расаг расставить 2 ряд

C_9^3 , 3 ряд C_6^3 , 4 ряд C_3^3

1 Пустые пустые парты

Рассмотрим пар с пустой партой
так расадка стола не однозначной
Весь пустая парта выполняет одновре-
менно 3 роли и самого высокого, среднего и
низкого. тогда способов расставить такой
пар 4, \Rightarrow 1040 - пустых парта \Rightarrow ученик
расст $a_i > a_j$

$$\begin{array}{cccc|c} a_j & a_j & a_i & 0 \\ a_i & 0 & 0 & a_j \\ 0 & a_i & a_j & a_i \end{array} \quad \Rightarrow \text{общее ко-бо способ.}$$

$$C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 &= \frac{12!}{9! \cdot 3!} \cdot \frac{9!}{6! \cdot 3!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 4 = \\ &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2} \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot 4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 = \\ &= \frac{12!}{9 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2} = 12! \cdot \frac{1}{324} \end{aligned}$$

Ответ: $12! \cdot \frac{1}{324}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
9 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

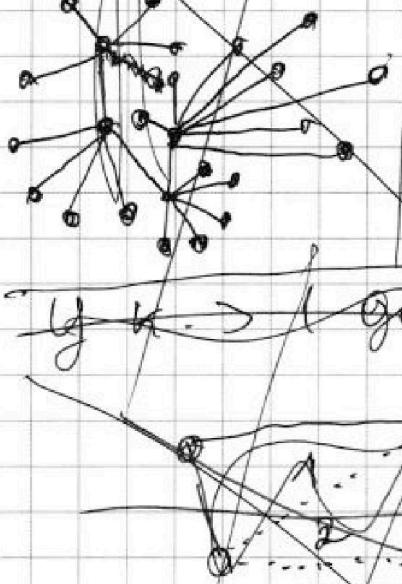
Было 5 городов в деревне.

~~Было 6 вершин~~ Вершина ~~посчитал~~ в прошлой сумме

$$(5+1) + (7-2) + (9-2) + (10-2) = 25$$

5 городов в городе с 1 дорогой и сама вершина

Пример



5) Из пункта ~~у к~~ пути не уменьшить
было 2 деревни у к. > 1 дор.
согласно условию у к > 1 дор.
Предположим что $k \geq 2$
тогда рассмотрим ~~из~~ деревни \rightarrow
~~у к~~ > 1 дор. Если будет дорого
то образуется цикл \Rightarrow
 \Rightarrow невозможно

6) Из 5 пункта мы очевидно что
если предположить существование
нового города между дер. у $k > 1$ дор
то образуется цикл. Ведь если
дорог стало ≥ 2 у какой-то вершины то
предположим что будет найден
1 вершина ~~расположение~~ дер. у $k > 1$ дор.
у которой ~~расположение~~ есть дороги к дер.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

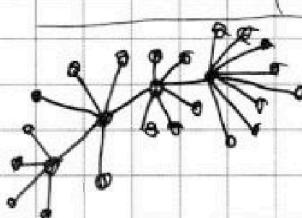
СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дем. У которой есть дерево

Ч) Предположим что всеего зоря
соглашающихся дер у к. > 1 ~~0~~ зор.

шансов быть 3. Иначе образует-
ется цикл \Rightarrow 1 мар-
шрута.



так как ребра
кол-во ребер равно
кол-ву вершин.

Потом кол-во вершин.

$$(S+1)+(G+1)+(7+1)+\cancel{6+1}-2=25$$

сами деревья и кол-во связанных с
ними ; -2 - потому что ~~бы~~ были
уже посчитаны ~~зат~~.

Ответ: 25



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач numеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) Деревня из которой выходит 1 дорога ~~может~~
~~не может быть~~ эта дорога не ~~единственная~~
связывает ее с другой деревней с 1
дорогой, иначе ~~все~~ из них неизгда
будет попасть из любых других дере-
вень.
- 2) Значит она связана с деревней
у которых > 1 дороги
- 3) У любой деревни существует
~~одна~~ дорога в деревню с какими дорогами > 1
иначе, ~~никаких нет~~, (пункт, ~~и~~)
предположим что у деревни у
которых > 1 дороги нет дороги в другую
деревню у которой > 1 дороги
тогда образуется цепь из связанных
засада, подумавшись предположим что
это не так значит ~~нет~~ деревни с 1
дорогой есть еще 1 дорога в деревню
уже не связанной с этой, значит
у нее 2 дороги противоречие.
- 3) Предположим что есть у деревни
у которой > 1 дороги ~~и~~ есть такая
1 дорога в деревню у которой > 1 дороги
тогда образуется цепь из несвязанных
засада. Доказательство



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

такое же как и во 2 пункте задач.

~~Предположим что найдется 2~~
~~дорога из деревни у к. > 1 др.~~
~~одну другую дер. у к. > 1 дер.~~
~~также если это такой что~~^{есть маршрут}
~~в новую другую вершину~~^{появится}
~~посмотрим~~^{на} граф из 2 пункта.



Очевидно что он ни связа имеет
меньше 1 маршрута.

Посмотрим граф из 3 пункта.



Отличается от 2 пункта
тем что проведено ребро
между дер. у к. > 1 др.

Если из некоторой деревни нужно
добраться в деревню с другой
~~в деревне дер. у к. > 1 др.~~ Теперь
стало доступно ~~дор.~~ добраться во
второго графа и раз этого только
1 то и маршрут тоже 1.

~~Посмотрим граф из 4 пункта~~
~~аналогична~~^{все} с 3 пунктом 2 графа
~~и у каждого есть лишь 1 маршрут~~
~~из любой вершины дер. в новую другую~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $2+0$

$$\begin{cases} \sqrt{2x-2y-x^2-y^2}=2 \\ \sqrt{1-(x-y-1)}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-2y-x^2-y^2=4 \quad (1) \\ 1-(x-y-1)=0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{из } (1) 1-(x-y-1)=0$$

$$x-y-1=1$$

$$x-y=2$$

$$x=y+2$$

$$(1) 2(y+2)-2y-(y+2)^2-y^2=4$$

$$2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2=4$$

$$-2y^2-4y=4$$

$$2y^2+4y+4=0$$

$$y^2+2y+2=0$$

$$\mathcal{D} = u - b < 0$$

$$x \in \emptyset$$

ответ: $(1;0), (0;-1)$

$$x-y-1=-1$$

$$x=y$$

$$(2)$$

$$2x-2x-x^2-x^2=4$$

$$-2x^2=4$$

$$-x^2=2$$

$$x \in \emptyset$$

3) $0+2$

$$\sqrt{1-(x-y-1)}=2$$

$$1-(x-y-1)=4$$

$$-(x-y-1)=-3$$

$$\emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим выражение

$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ где a и b кратные числа

и не ~~являются~~ квадраты ~~0~~. Пусть их сумма

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2$$

$$2 - \sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$(2 - \sqrt{a})^2 = b$$

$$2^2 + a - 2 \cdot 2 \sqrt{a} = b$$

$$2^2 + a - b = 2 \cdot 2 \sqrt{a}$$

$$\frac{2^2 + a - b}{22} = \sqrt{a}$$

Предположим что 2 - рациональное
число $\frac{2^2 + a - b}{22}$ тоже рациональное но

\sqrt{a} по условию не рациональное число \Rightarrow

$\Rightarrow 2$ - иррационально; \Rightarrow аналогично

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

оба корня извлекаются из целое \Rightarrow

\Rightarrow и подкоренное выражение всегда целое

\Rightarrow выражение это $(1+1)$ или $(2+0)$ или $(0+2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} 1+1 \\ \sqrt{2x-2y-x^2-y^2}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-(x-y-1)}=1 \\ 2x-2y-x^2-y^2=1 \quad (2) \\ 1-(x-y-1)=1 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad 1-(x-y-1)=1 \quad -(x-y-1)=0 \quad x-y-1=0$$

$$x=y+1$$

$$\cancel{2x-2y}$$

$$(2) \quad 2(y+1)-2y-(y+1)^2-y^2=1$$
$$2y+2-2y-y^2-(x-2y-y^2)=1$$

$$-2y^2-2y=0$$

$$y^2+y=0$$

$$y(y+1)=0$$

$$y=0$$

$$y=-1$$

$$x=1$$

$$x=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_0 \ a_1 \dots a_{11}$

$a+b+2\sqrt{ab}=2^2$

$\cancel{a-b} \cancel{\sqrt{ab}} \sqrt{a+b}=2$

$2-\sqrt{b}=\sqrt{a}$

$(2-\sqrt{b})^2=a$

$2^2=2\sqrt{b}+b=a$

$-2\sqrt{b}=a-b-2^2$

$C_{12}^3 = \frac{12!}{3! \cdot 9!} \cdot 4$

$C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$

2^0

$1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$

$2 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2$

$3 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0$

$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$

$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{-(x-y-1)} = 2$

$\begin{cases} 2x > 2y + x^2 + y^2 \\ -1 < x - y - 1 < 1 \end{cases}$

$2x > 2y + x^2 + y^2$

$2x > 2y + 2x^2 + 2y^2$

$0 < x - y < 2$

$2(x-y) > x^2 + y^2$

$2x-2y-x^2-y^2=1$

$1 - (x-y-1) = 1$

$x-y-1=0$

$x=y+1$

$4 >$

$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0+2=0 \text{ or}$$

$$\cdot 2 - 0 = 1 > 0$$

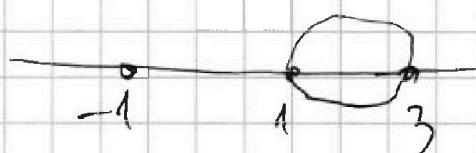
$$-2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

$$-2\sqrt{2}t < 2 - \sqrt{9-t^2}$$

$$8t^2 > 9 - t^2$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$x^2 + 4\sqrt{2}t x + 9t^2 - 9 = 0$$



$$\Delta = 32t^2 - 36t^2 + 36 = -8t^2$$

$$\frac{-4\sqrt{2}t \pm 2\sqrt{9-t^2}}{2}$$

$$-2\sqrt{2}t \pm \sqrt{9-t^2}$$

$$-2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2}$$

$$2\sqrt{2} > \sqrt{8}$$

$$-2\sqrt{2}t > -\sqrt{9-t^2}$$

$$(-3; -1)$$

$$8t^2 > 9 - t^2$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$6+9+6+8$$

$$9(t-1)(t+1) > 0$$



12



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) 2(y+1) - 2y - (y+1)^2 - y^2 = 2$$

~~$$2x - 2y$$~~

$$2y + 2 - 2y - y^2 - 2y - 1 - y^2 = x$$

$$2(y+1) - 2y - (y+1)^2 - y^2 = 1$$

$$2y + 2 - 2y - y^2 - 2y - 1 - y^2 = 1$$

$$2 - 2y^2 - 2y = 0 \quad -2y^2 - 2y - 1 = 0$$

$$1 - y^2 - y = 0 \quad 2y^2 + 2y + 1 = 0$$

~~$$y^2 - y + 1 = 0$$~~

$$y^2 + y - 1 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = -1$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$1 + q$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

14

$$y^2 + y + 0,5 = 0$$

$$1 - 2$$

$$\begin{cases} x = y + 1 \\ x = y \end{cases}$$

$$1 - (x - y - 1) = 0$$

$$-(x - y - 1) = -1$$

$$2x - 2x - x^2 - y^2 = 2$$

$$\begin{cases} x - y - 1 = 1 \\ x - y - 1 = -1 \end{cases}$$

$$-2x^2 = 2$$

$$-x^2 = 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + 3\alpha + 3\beta = 19p^4$$

6-15

90

$$(\alpha+\beta)^2 + 3(\alpha+\beta)$$

$$8(20-1) \\ 160-8$$

$$(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+3) = 19p^4$$

-152

$$\alpha - \beta = 12$$

$$(12+\beta)(15+2\beta) = 19p^4 - 152$$

$$\alpha = 12 + \beta$$

62

$$12+2\beta : 19$$

$$19H \cdot p^4$$

$$15+2\beta : 19$$

$$16 \cdot 19$$

$$\begin{array}{r} +35 \\ +27 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$(12+2\beta)(15+2\beta) = 16 \cdot 19$$

546

$$\begin{array}{r} 15,5 \\ -15 \\ \hline 5 \end{array}$$

(824)

$$\begin{array}{r} 27 \\ 27 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$2\beta^2 + 27\beta + 6 \cdot 15 - 8 \cdot 19 = 0$$

62.6

$$\begin{array}{r} 27+35 \\ 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$2\beta^2 + 27\beta - 62 = 0$$

480

$$82$$

$$729 + 496 = 1225$$

496

$$\begin{array}{r} -22 \pm 35 \\ 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 496 \\ -46 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 235 \\ +39 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

150



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 4\sqrt{2}t + x + 9 - t^2 - 9 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 32t^2 - 4(9 - t^2) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = \\ &= -4t^2 + 36 = 4(9 - t^2) \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4\sqrt{2}t \pm 2\sqrt{9-t^2}}{2}$$

$$-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2}$$

$$32t^2 \leq 4(9-t^2)$$

или

$$8t^2 > 9 - t^2$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

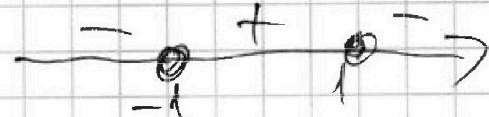
$$9(t+1)(t-1) > 0$$

$$\begin{cases} -4\sqrt{2}t > -2\sqrt{9-t^2} \\ 16t^2 > 4(9-t^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2} \\ 8t < 9-t^2 \end{cases}$$

$$9(1-t^2) > 0$$

$$9(1-t)(1+t) > 0$$



$$-4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2}$$

$$2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

$$8t^2 < 9 - t^2$$

$$9 - 9t^2 > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Diagram illustrating geometric relationships between triangles and points A, B, C, D, E, O, and A₁. Various ratios are calculated using the formula $\frac{AB}{AD} = \frac{BE}{BD}$.

Top left: $\frac{AB}{AD} = \frac{BO}{OD}$

Top right: $BE = 12$
 $16D + DO$

Middle right: $1AD + DO$

Bottom right: $A B C D \text{ впис}$

Bottom left: 12
 $\frac{BE}{AE} = \frac{EB_1}{EA_1}$
 $\frac{EC}{EA} = \frac{ED}{EB}$

Bottom center: $\frac{BE}{BA} = \frac{EB_1}{EA_1}$
 $\frac{BA}{AE} = \frac{BA_1}{EA_1}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

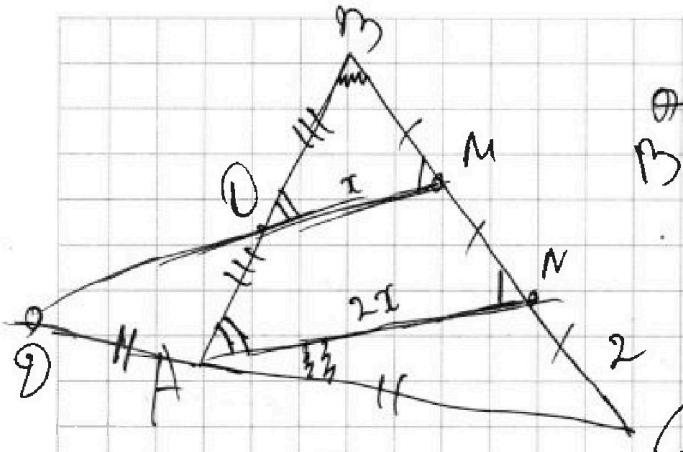


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$DA = AC$$

$$AB = CD$$

$$BC = 6$$

$$\cos 2 \angle BAC = -\frac{3}{4}$$

$$AB?$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BO}{AO} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

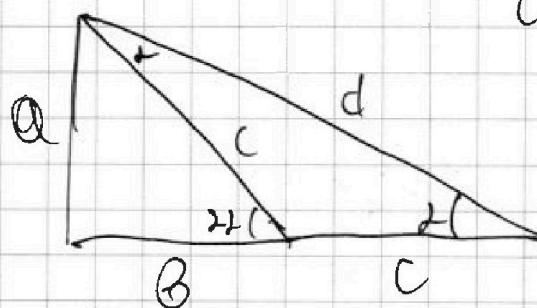
$$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{BO}{AO} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$36^{\circ}$$

$$\frac{b}{c} = \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{b+c}{d}$$

$$\frac{36^{\circ}}{32^{\circ}}$$



$$d^2 = a^2 + (b+c)^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + (b+c)^2}$$

$$\frac{b}{b+c}$$

$$\frac{b \cdot \sqrt{a^2 + (b+c)^2}}{(b+c) \cdot c} = \frac{b^2(a^2 + (b+c)^2)}{(b+c)^2 \cdot c^2}$$

$$= \frac{b^2 a^2 + b^2 (b+c)^2}{(b+c)^2 \cdot c^2} = \frac{b^2}{c^2} + \frac{b^2 a^2}{(b+c)^2 \cdot c^2}$$



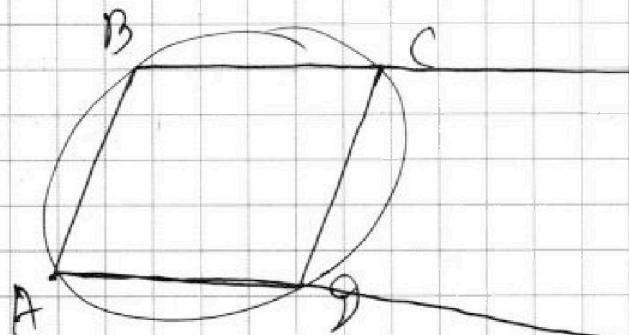
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

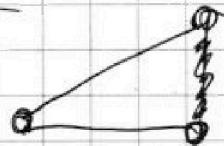
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

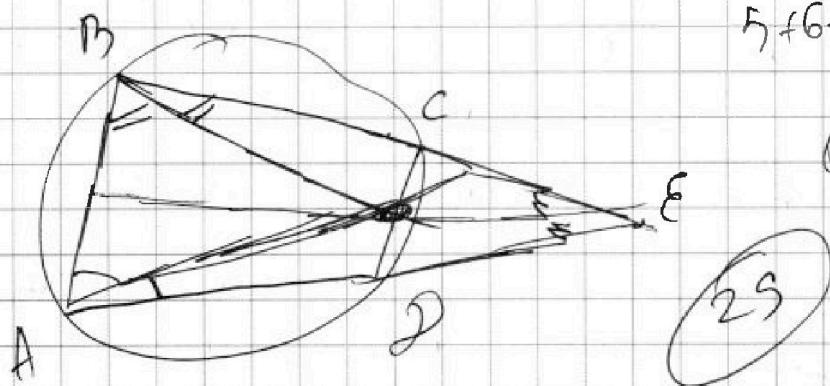
$$3+4+5+5+5+4+5 \quad 20 \quad 31$$



> 1

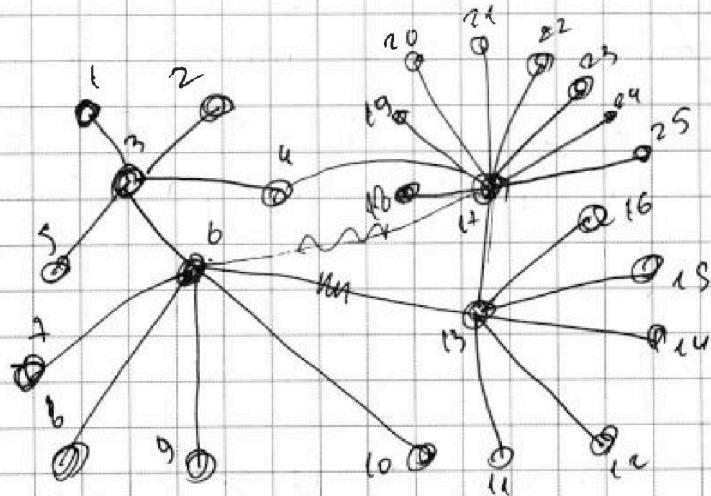
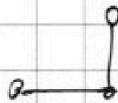


СТАНО



5+6+7+8

28





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$6\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$-4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2}$$

~~120-108~~

$$-2\sqrt{2}t > \cancel{2}\sqrt{9-t^2}$$

$$2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2}$$

$$8t^2 > 9-t^2$$

~~208~~

$$2\sqrt{2}t + \cancel{\sqrt{9-t^2}} < 0 \quad 9t^2 - 9 > 0$$

$$9(t^2-1)(t+1) > 0$$

~~248~~

$$\begin{array}{ccccccc} & + & & - & & + & \\ \cancel{-1} & -1 & & 1 & & & \end{array}$$

$$4\sqrt{2}t < 0$$

$$-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$t < 0$$

$$-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$\begin{array}{r} +15 \\ \hline 12 \end{array} \quad (20-1) \cdot 16$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -4\sqrt{2}t > -2\sqrt{9-t^2} \\ -4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} +150 \\ \hline 180 \end{array} \quad \begin{array}{r} +20 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

~~343/4~~

$$2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2}$$

$$320 - 16$$

$$\begin{array}{r} -384 \\ \hline 160 \\ \hline 124 \end{array}$$