



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(\angle CAM) = -\frac{3}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Видно два промежутка  $(-3; -1)$  и  $(1; 3)$

но не рассматривен случай если  $t = 0$

$x^2 - 9 = 0$   $x = \pm 3 \Rightarrow t = 0$  не подходит

ответ:  $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 4(9 - t^2)$$

$$x = \frac{-4\sqrt{2}t \pm 2\sqrt{9-t^2}}{2} = -2\sqrt{2}t \pm \sqrt{9-t^2}$$

Раз произведение корней положительно

значит корни одного знака  $\Rightarrow$  2 варианта  
оба  $> 0$     оба  $< 0$

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2} > 0 \\ -2\sqrt{2}t - \sqrt{9-t^2} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t > -\sqrt{9-t^2} \quad (2) \\ -2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2} \quad (1) \end{cases}$$

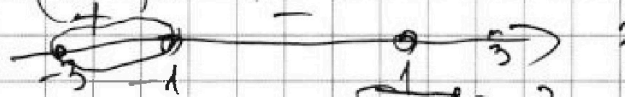
$$\begin{aligned} (1) \quad -2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2} \\ \sqrt{9-t^2} > 0 \Rightarrow -2\sqrt{2}t > 0 \\ \Rightarrow t < 0; \end{aligned}$$

$$9t^2 > 9 - t^2$$

$$9t^2 > 9$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

  
 $t < -1$  и  $t > 1$  и  $\sqrt{9-t^2} > 0$   
и  $t \neq 3$  т.к. корни будут  
одинаковыми

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2} < 0 \quad (1) \\ -2\sqrt{2}t - \sqrt{9-t^2} < 0 \quad (2) \end{cases}$$

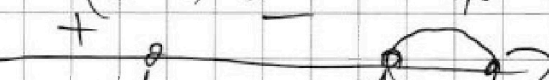
(1)

$$-2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2}$$

$$-\sqrt{9-t^2} < 0 \Rightarrow t > 0$$

$$9t^2 > 9 - t^2$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

  
(2)  $-2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$

$-2\sqrt{2}t < 0$   $\sqrt{9-t^2} > 0 \Rightarrow$   
промежуток неизменится

(2)  $-2\sqrt{2}t > 0$   $\sqrt{9-t^2} < 0$   
 $\Rightarrow$  промежуток изменится



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=12 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4 \quad (1) \\ \end{cases}$$

$$(1) \quad (a+b)^2+3(a+b)=19p^4$$

$$\begin{cases} (a+b)(3+a+b)=19p^4 \\ a=b+12 \end{cases}$$

$$(b+12+b)(3+b+12+b)=19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15)=19p^4$$

Заметим что  $2b+12$  ~~всегда~~ при любой "b" четное  $\Rightarrow 19p^4$  четное

$$19 \text{ не кратно } 2 \Rightarrow p^4 : 2 \Rightarrow p=2$$

$$\Rightarrow p^4=16 \Rightarrow (2b+12)(2b+15)=19 \cdot 16$$

$$4b^2+30b+24b+15 \cdot 12=19 \cdot 16$$

$$4b^2+54b+180-304=0$$

$$4b^2+54b-124=0$$

$$2b^2+27b-62=0$$

$$D=27^2+4 \cdot 62=729+248=977$$

$$b = \frac{-27 \pm \sqrt{977}}{4} \begin{cases} 10 \text{ не подходит т.к. } b \in \mathbb{N} \\ \text{натуральное} \end{cases}$$

$$b=2 \Rightarrow a=14 \quad \text{ответ: } a=14; b=2$$

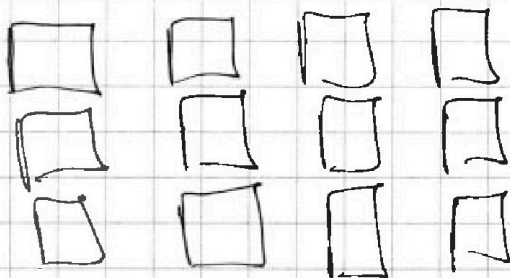


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!



Пусть пустая парта  
парта может быть  
уширеком тогда  
всего  $n$  уширик.ов  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  способов рассадить посадить 1 ряд

$C_{12}^3$  выбрать любых 3 из 12

$\forall n$  в таком случае они сядут

однозначно место самый высокий на  
последней, в средней на 2, низкий на 1.

ко-во сп. рассадить посадить 2 ряд

$C_9^3$ , 3 ряд  $C_6^3$ , 4 ряд  $C_3^3$

1 Пусть пустая парта

Рассмотрим ряд с пустой партой

там рассадка стала неоднозначной

весь пустая парта выполняет одновременно 3 роли и самого высокого, среднего и

низкого. тогда способов рассадить такой

ряд 4,  $\forall a_i > a_j$  0 - пустая парта  $a_i$  - уширик

$\forall$  рост  $a_i > a_j$

$$\begin{array}{cccc|l} a_j & a_j & a_i & 0 & \Rightarrow \text{общее ко-во способ.} \\ a_i & 0 & 0 & a_j & C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \\ 0 & a_i & a_j & a_i & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} C_{12}^3 \cdot C_9^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 &= \frac{12!}{9! \cdot 3!} \cdot \frac{9!}{3! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 4 = \\ &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2} \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot 4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 = \\ &= \frac{12!}{9 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2} = 12! \cdot \frac{1}{324} \\ \text{ответ: } &12! \cdot \frac{1}{324} \end{aligned}$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
9 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

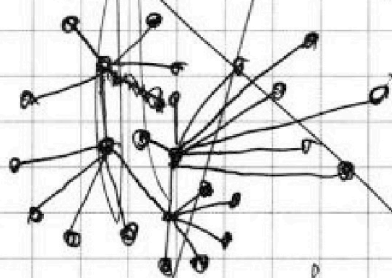
~~Рассчитали в код-во деревню.~~

~~ВИА (6-1) ~~ВИА~~ Вершины ~~и~~ посчитал в прошлой сессии~~

~~$$(5+1) + (7-2) + (9-2) + (10-2) = 25$$~~

~~5 дорог в города с 1 дорогой и сама вершина~~

~~Пример~~



~~5) В пункте у меня было 2 деревни у к. > 1 дор. соединившие с дор. у к. > 1 дор.~~

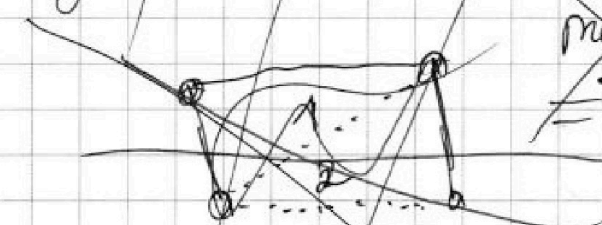
~~Предположим что их > 2~~

~~Тогда рассмотрим по дор.~~

~~у к. > 1 дор. Если будет дорога <sup>или 2</sup>~~

~~то образуется цикл =>~~

~~=> невозможно~~



6) Из 5 пункта то очевидно что

если предположить существование

нового ребра между дор у к > 1 дор

то образуется цикл. Ведь если

ребр стало > 2 у какойто вершинки то

Предположим что будет найдется

1 вершина ~~какойто~~ дор. у к > 1 дор.

у которой ~~какойто~~ есть дороги к дор.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

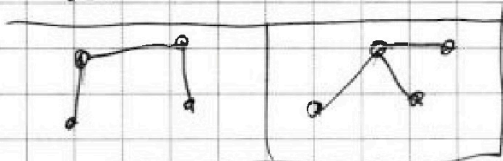
СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

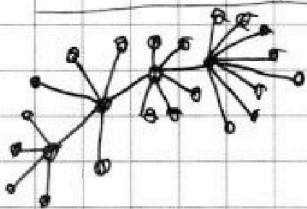
дер. у которой есть дорога

4) Предположим что все дорожки соединяющие дер у к. > 1 др.

может быть 3. Умаче образуется



т.е. образуются > 1 маршрута.



так как ребер кол-во равно кол-ву вершин.

тогда кол-во вершин.

$$5 + 6 + 7 + 9 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 = 28$$

$$(5+1) + (6+1) + (7+1) + (9+1) - 2 = 25$$

сами деревья и кол-во связанных с ними; -2 - потому что у были уже посажены др.

ответ: 25





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) Деревня из которой выходит 1 дорога <sup>может</sup> не ~~может~~ быть эта дорога не ~~может~~ соединять ее с другой деревней с дорогой, иначе ~~они~~ в них нельзя будет попасть из любых других деревень.  
значит она соединяет с деревнями у которых  $> 1$  дороги
- 2) у любой деревни существует дорога <sup>или дорог</sup> в деревню с количеством дорог  $> 1$  иначе, ~~пусть~~ ~~мы~~ ~~предположим~~ ~~что~~ ~~у~~ ~~деревни~~ ~~у~~ ~~которой~~  ~~$> 1$~~  ~~дороги~~ ~~нет~~ ~~дороги~~ ~~в~~ ~~дру-~~ ~~гую~~ ~~деревню~~ ~~у~~ ~~которой~~ ~~тоже~~  ~~$> 1$~~  ~~дороги~~ тогда образуется 2 не связанных графа, поэтому ~~мы~~ ~~предположим~~ ~~что~~ это не так значит ~~мы~~ ~~у~~ ~~деревни~~ ~~с~~ ~~1~~ ~~дорогой~~ ~~есть~~ ~~еще~~ ~~1~~ ~~дорога~~ ~~в~~ ~~деревню~~ ~~уже~~ ~~не~~ ~~связанной~~ ~~с~~ ~~этой~~, значит у нее 2 дороги противоречие.
- 3) предположим что есть у деревни у которой  $> 1$  дороги ~~и~~ есть только 1 дорога в деревню у которой  $> 1$  дороги тогда образуется 2 несвязанных графа. ~~Воткнув~~ Доказательство





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) 2 + 0

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} = 2$$

$$|1 - |x - y - 1|| = 0$$

$$2x - 2y - x^2 - y^2 = 4 \quad (2)$$

$$1 - |x - y - 1| = 0 \quad (1)$$

$$\text{по (1)} \quad 1 - |x - y - 1| = 0$$

$$x - y - 1 = 1$$

$$x - y = 2$$

$$x = y + 2$$

$$(2) \quad 2(y + 2) - 2y - (y + 2)^2 - y^2 = 4$$

$$2y + 4 - 2y - y^2 - 4y - 4 - y^2 = 4$$

$$-2y^2 - 4y = 4$$

$$2y^2 + 4y + 4 = 0$$

$$y^2 + 2y + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$x \in \emptyset$$

$$x - y - 1 = -1$$

$$x = y$$

(2)

$$2x - 2x - x^2 - x^2 = 4$$

$$-2x^2 = 4$$

$$-x^2 = 2$$

$$x \in \emptyset$$

3) 0 + 2

$$|1 - |x - y - 1|| = 2$$

$$1 - |x - y - 1| = 4$$

$$-|x - y - 1| = -3$$

$$\emptyset$$

ответ: (1; 0), (0; -1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим выражение

$\sqrt{a} + \sqrt{b}$  где  $a$  и  $b$  натуральные числа

и не ~~являющиеся~~ квадратами. Пусть их сумма

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2$$

$$2 - \sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$(2 - \sqrt{a})^2 = b$$

$$2^2 + a - 2\sqrt{a} = b$$

$$2^2 + a - b = 2\sqrt{a}$$

$$\frac{2^2 + a - b}{2} = \sqrt{a}$$

Предположим что  $2$  - рациональное

тогда  $\frac{2^2 + a - b}{2}$  тоже рациональное но

$\sqrt{a}$  по условию не рациональное число  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2$  - иррационально;  $\Rightarrow$  аналогично

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

оба корня извлекаются  $x$  и  $y$  целые  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  и подкоренные выражения целые

$\Rightarrow$  выражение это  $(1+1)$  или  $(2+0)$  или  $(0+2)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) 1+1

$$\begin{cases} \sqrt{2x-2y-x^2-y^2}=1 \\ \sqrt{1-|x-y-1|}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-2y-x^2-y^2=1 \quad (2) \\ 1-|x-y-1|=1 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad 1-|x-y-1|=1 \quad -|x-y-1|=0 \quad x-y-1=0$$

$$x=y+1$$

$$2x-2y$$

$$(2) \quad 2(y+1)-2y-(y+1)^2-y^2=1$$

$$2y+2-2y-y^2-1-2y-y^2=1$$

$$-2y^2-2y=0$$

$$y^2+y=0$$

$$y(y+1)=0$$

$$\boxed{\begin{matrix} y=0 \\ x=1 \end{matrix}}$$

$$\boxed{\begin{matrix} y=-1 \\ x=0 \end{matrix}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_0 a_1 \dots a_{11}$ 
 $a+b+2\sqrt{ab}=2^2$ 
 $\sqrt{a+b} = d$

$\frac{2^2}{2} \frac{a-b}{2} \sqrt{ab}$

$2 - \sqrt{b} = \sqrt{a}$   
 $(2 - \sqrt{b})^2 = a$   
 $2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{b} + b = a$   
 $-2 \cdot 2 \cdot \sqrt{b} = a - b - 2^2$

$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 12 \\ 2 & 4 & 8 & 24 \\ 3 & 6 & 12 & 36 \\ 4 & 8 & 16 & 48 \end{matrix}$

$C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$

$\frac{12!}{3! \cdot 9!} \cdot 4$

$\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 12 \\ 2 & 4 & 8 & 24 \\ 3 & 6 & 12 & 36 \\ 4 & 8 & 16 & 48 \end{matrix}$

$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-(x-y-1)} = 2$

$\begin{cases} 2x > 2y + x^2 + y^2 \\ -1 < x - y - 1 < 1 \\ 0 < x - y < 2 \end{cases}$

$2(x-y) > x^2 + y^2$

$\begin{cases} 2x - 2y - x^2 - y^2 = 1 \\ 1 - (x-y) - 1 = 1 \end{cases}$

$x - y - 1 = 0$   
 $x = y + 1$

$C_4^2 = 1$

$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3}{2}$

$\textcircled{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{0} + 2 = \textcircled{0} + 1$$

$$\cdot 2 = \textcircled{0} = \textcircled{1} = 0$$

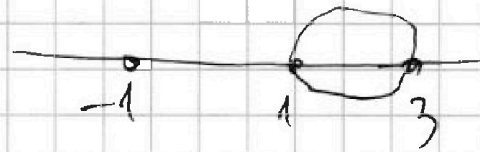
$$-2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

$$-2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2}$$

$$6t^2 > 9-t^2$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$x^2 + 4\sqrt{2}t x + 9t^2 - 9 = 0$$



$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36$$

$$-\sqrt{8}$$

$$\frac{-4\sqrt{2}t \pm 2\sqrt{9-t^2}}{2}$$

2

$$-2\sqrt{2}t \pm \sqrt{9-t^2}$$

$$-2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2}$$

$$-2\sqrt{2}t > -\sqrt{9-t^2}$$

$$6t^2 > 9-t^2$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$9(t-1)(t+1) > 0$$

$$(-3; -1)$$

$$6 + 9 + 6 + 9$$

12





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(y+1) - 2y - (y+1)^2 - y^2 = 2$$

~~$$2x - 20$$~~

~~$$2y + 1 - 2y - y^2 - 2y - 1 - y^2 = x$$~~

$$2(y+1) - 2y - (y+1)^2 - y^2 = 1$$

~~$$2y + 2 - 2y - y^2 - 2y - 1 - y^2 = 1$$~~

$$2 - 2y^2 - 2y = 0$$

$$-2y^2 - 2y - 1 = 0$$

$$1 - y^2 - y = 0$$

$$2y^2 + 2y + 1 = 0$$

~~$$y^2 - y + 1 =$$~~

$$1 + 4$$

Да

$$y^2 + y - 1 = 0$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$y^2 + y + 0,5 = 0$$

~~$$x_1 + x_2 = -1$$~~

$$1 - 2$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$\begin{cases} x = y + 1 \\ x = y \end{cases}$$

$$1 - |x - y - 1| = 0$$

$$-|x - y - 1| = -1$$

~~$$2x - 2x - x^2 - x^2 = 2$$~~

$$\begin{cases} x - y - 1 = 1 \\ x - y - 1 = -1 \end{cases}$$

$$-2x^2 = 2$$

$$-x^2 = 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b)$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

$$a-b=12$$

$$a=12+b$$

$$12+2b:19$$

$$15+2b:19$$

$$(12+b)(15+2b) = 19p^4 - 152$$

$$16 \cdot 19$$

6-15

90

8(20-1)

160-8

-152

62

$$\begin{array}{r} 35 \\ +27 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$(12+2b)(15+2b) = 16 \cdot 19$$

19,5

$$12 \cdot 15 + 30b + 2ab + 4b^2 = 16 \cdot 19$$

$$4b^2 +$$

54b

+27

+27

180

54

720

$$2b^2 + 27b + 6 \cdot 15 - 8 \cdot 19 = 0$$

$$\begin{array}{r} 27+35 \\ 4 \end{array}$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

62-8

480

82

$$720 + 486 = 1225$$

496

35

+35

175

105

1225

150

$$\frac{-27 \pm 35}{4}$$

$$\begin{array}{r} 496 \overline{) 6} \\ \underline{46} \phantom{0} \\ 16 \phantom{0} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

3  5

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}t x + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D = 32t^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36 = 4(9 - t^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-4\sqrt{2}t \pm 2\sqrt{9-t^2}}{2}$$

$$-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2}$$

$$32t^2 < 4(9-t^2)$$

$$6t^2 > 9-t^2$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$9(t-1)(t+1) < 0$$

$$-4\sqrt{2}t > -2\sqrt{9-t^2}$$

$$16 \cdot 32t^2 > 4(9-t^2)$$

$$2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

$$6t < 9-t^2$$

$$9(1-t^2) > 0$$

$$9(1-t)(1+t) > 0$$



$$-4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2}$$

$$2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

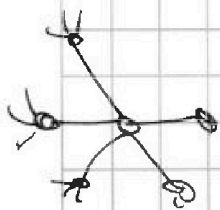
$$6t^2 < 9-t^2$$

$$9-9t^2 > 0$$

488

6+6+7+6

6+7+9-3



6  
7

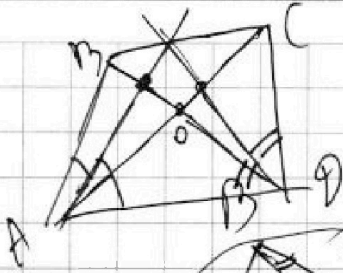


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

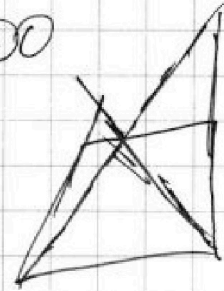
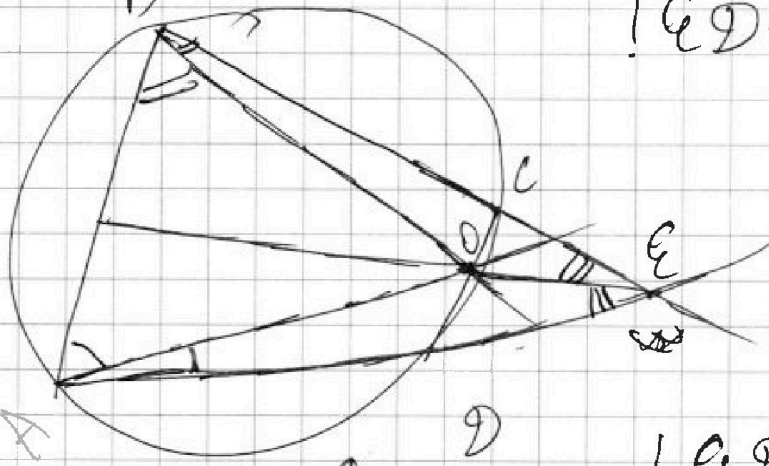
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{AD} = \frac{BO}{OD}$$

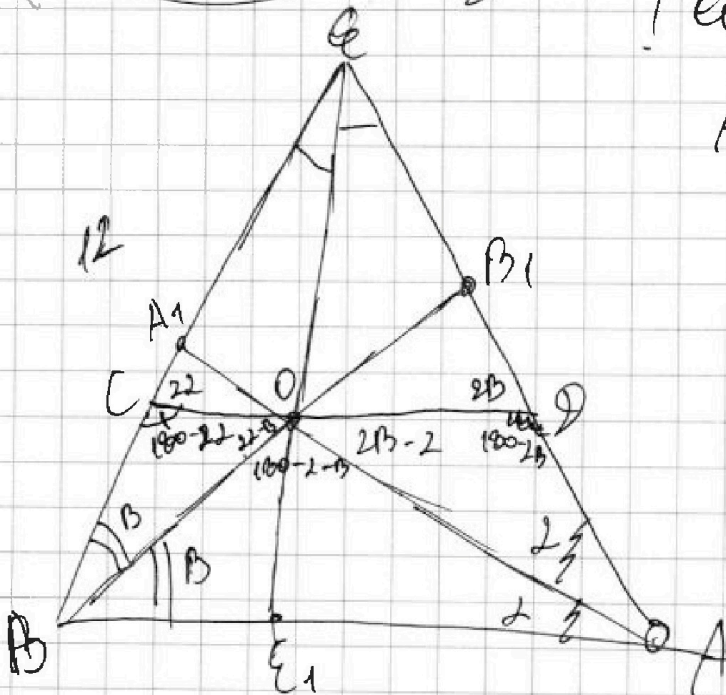
$$BE = 12$$

$$! ED + DO$$



$$! ED + DO$$

$$ABCD \neq \text{впис}$$



$$\frac{BE}{AE} = \frac{CB_1}{CA_1}$$

$$\frac{EC}{EA} = \frac{ED}{EB}$$

$$\frac{BE}{BA} = \frac{CB_1}{CA_1 B_1 A_1}$$

$$\frac{BA}{AE} = \frac{BA_1}{EA_1}$$

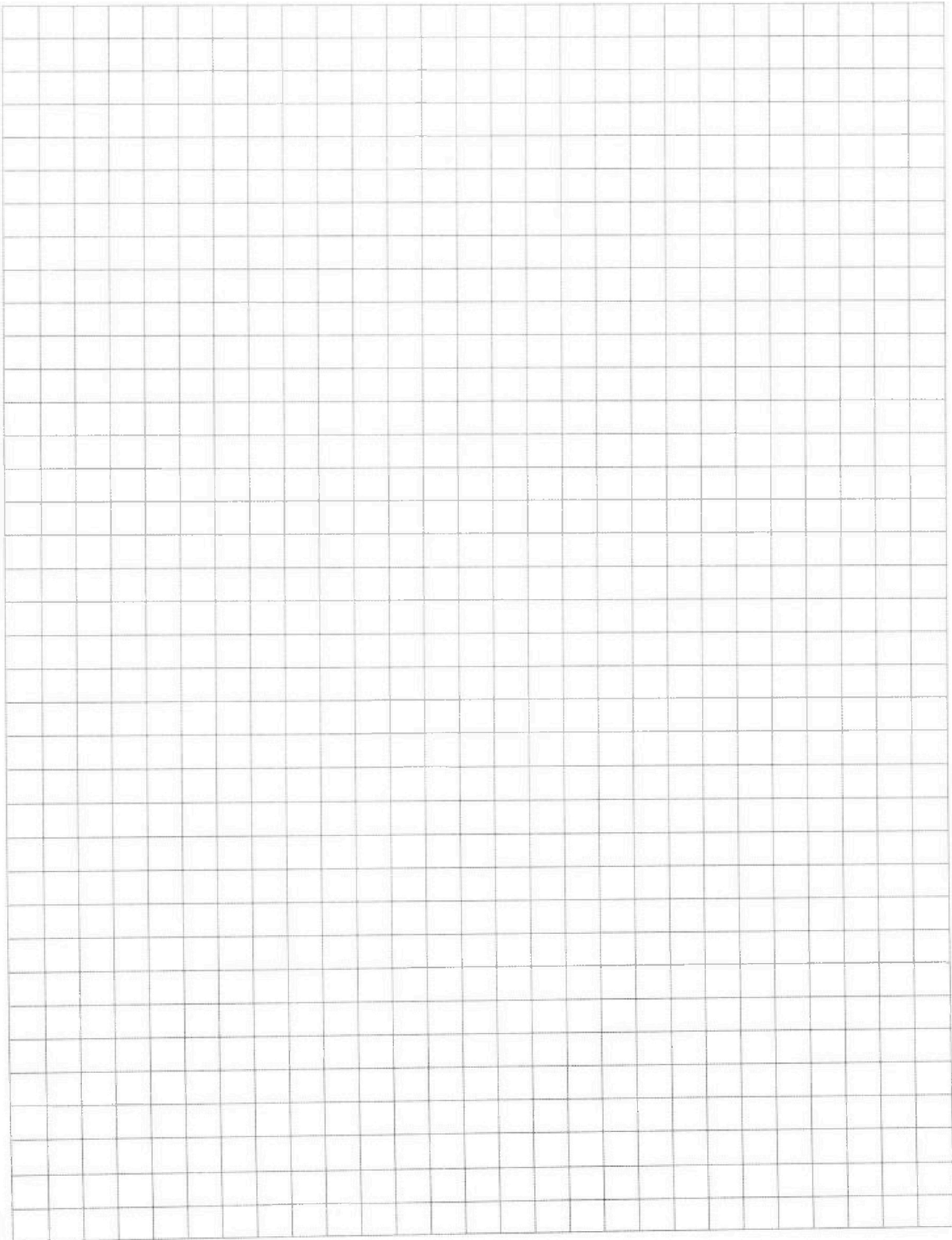


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



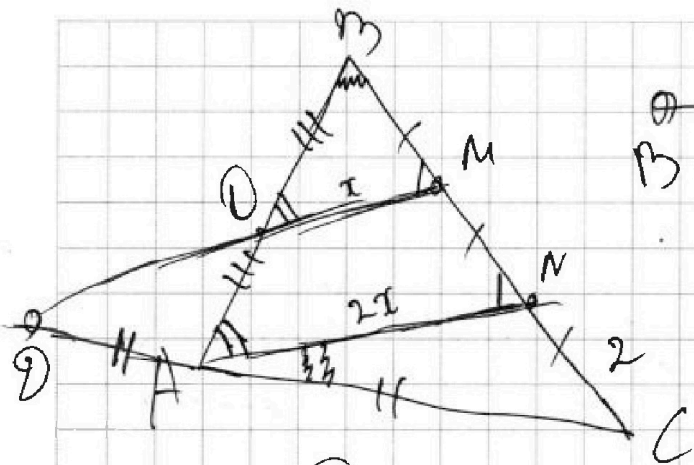


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2x \cdot 2x \cdot x = 1$$

$$\textcircled{2} A = AC$$

$$AB = CD$$

$$BC = 6$$

$$\cos 2\angle BAN = -\frac{3}{4}$$

AB?

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BO}{AO} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

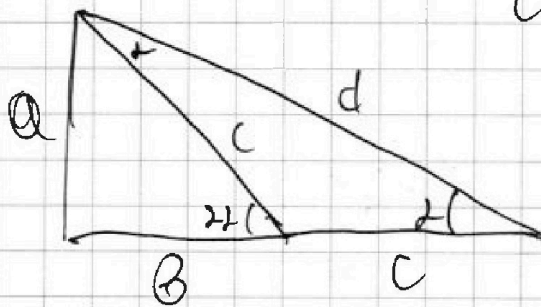
$$\frac{2}{1} \cdot \frac{BO}{AO} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

36

$$\frac{b}{c} = \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{b+c}{d}$$

$$\frac{36}{36} = \frac{36}{324}$$



$$d^2 = a^2 + (b+c)^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + (b+c)^2}$$

$$\frac{\frac{b}{c}}{\frac{b+c}{\sqrt{a^2 + (b+c)^2}}}$$

$$\frac{b \cdot \sqrt{a^2 + (b+c)^2}}{(b+c) \cdot c} = \frac{b^2 (a^2 + (b+c)^2)}{(b+c)^2 - c^2}$$

$$= \frac{b^2 a^2 + b^2 (b+c)^2}{(b+c)^2 - c^2} = \frac{b^2}{c^2} + \frac{b^2 a^2}{(b+c)^2 \cdot c^2}$$



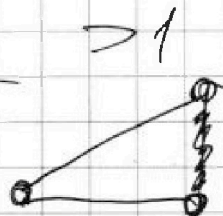
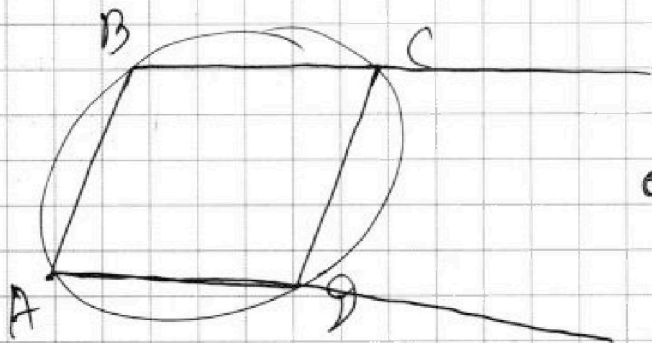
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
ИЗ

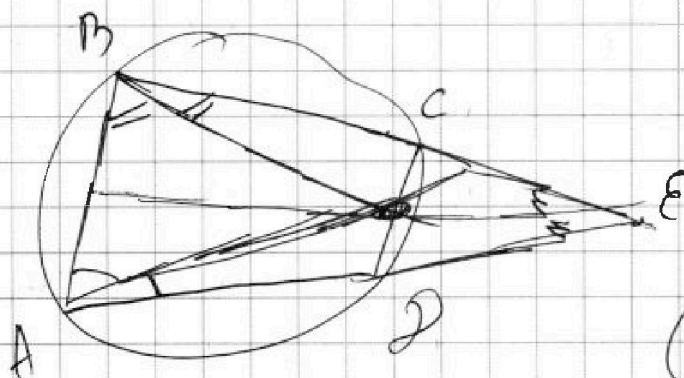
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3+4+9+9+9+4+5$$

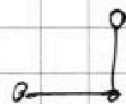
~~201~~ 31



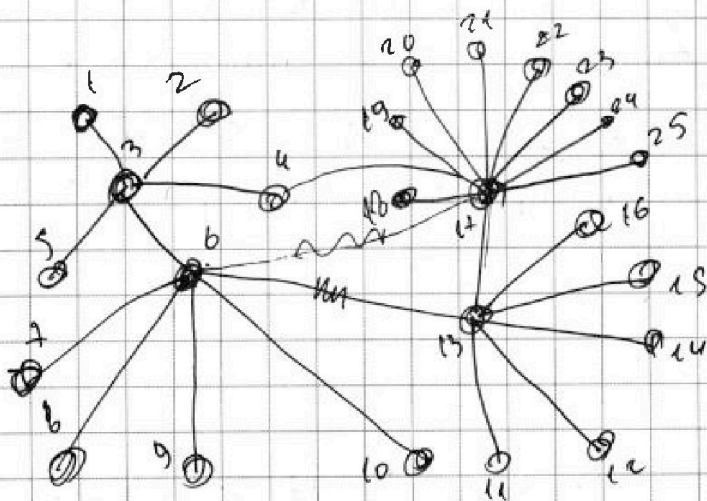
СТАЛО



$$5+6+7+8$$



29





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$6\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$-4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2}$$

~~120 - 100~~

$$-2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2}$$

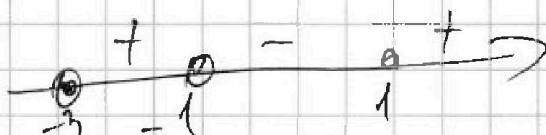
$$2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2}$$

$$4t^2 > 9 - t^2$$

~~200~~

$$2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2} < 0 \quad 9t^2 - 9 > 0$$

$$9(t^2 - 1)(t + 1) \geq 0$$

~~200~~


$$4\sqrt{2}t < 0$$

$$t < 0$$

$$-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2} > 0$$

$$\begin{array}{r} +15 \\ \underline{+12} \\ 30 \end{array}$$

$$(20-1)16$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -4\sqrt{2}t > -2\sqrt{9-t^2} \\ -4\sqrt{2}t > 2\sqrt{9-t^2} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \underline{+15} \\ 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +20 \\ \underline{+16} \\ 120 \end{array}$$

$$2\sqrt{2}t < \sqrt{9-t^2}$$

~~200~~

$$2\sqrt{2}t < -\sqrt{9-t^2}$$

$$320 - 16$$

$$\begin{array}{r} 304 \\ \underline{-160} \\ 120 \end{array}$$