



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парты перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькоими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + 2\sqrt{3}t + 4(t^2 - 1) = 0$$

Уравнение имеет два решения:

квадратное

$$\Delta > 0$$

$$\Delta = (2\sqrt{3}t)^2 - 16(t^2 - 1) = 4 \cdot 3t^2 - 16t^2 + 16$$

$$-16t^2 + 12t + 16 = -4t^2 + 16$$

Из квадратной теоремы Виетта:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

по условию

$$x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$$

$$\Delta > 0$$

$$\left| \begin{array}{l} (-4t^2 + 12t + 16) > 0 \quad (1) \\ 4t^2 - 4 > 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

~~$$(1) -16t^2 + 12t + 16 > 0 \quad | :4$$~~

~~$$-4t^2 + 3t + 4 > 0 \quad | \cdot (-1)$$~~

~~$$4t^2 - 3t - 4 < 0$$~~

~~$$\Delta = 9 < 64$$~~

~~$$-4t^2 + 16 > 0 \quad | :4$$~~

~~$$t^2 - 4 < 0$$~~

~~$$t^2 < 4$$~~

~~$$-2 < t < 2$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f^2 - 4 \leq 0 \\ (t-2)(t+2) \leq 0$$

$t \in [-2, 2]$

(2) $4t^2 - 4 \geq 0$

$$4(2t)^2 - 4 \geq 0; (2t+1)(2t-1) \geq 0$$

$t \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

~~$f \in (-\infty, \frac{1}{2})$~~

~~$f \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$~~

~~$f \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$~~

~~$f \in (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$~~

$f \in (-2, 2)$
 $f \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ $\Leftrightarrow f \in (-2, -1) \cup (1, 2)$

~~$f \in (-2, -1) \cup (1, 2)$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 14p^5 \end{cases}, \text{ где } p - \begin{matrix} \text{простое} \\ \text{число} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2 + 15(a-b) = 14p^5 \end{cases}; \quad \begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)(a-b+15)=14p^5 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} a=b-40 \\ ((b-40)-b)((b-40)-b+15)=14p^5 \end{cases}$$~~

~~(1)~~
$$\begin{cases} a=b-40 \\ a=40-b \quad b=40-a \\ (a-40+a)(a-40+a+15)=14p^5 \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} (2a-40)(2a-25)=14p^5 \\ 2(a-20)(2a-25)=14p^5 \end{cases}$$

Заметили что чтобы решение было целым
 $14p^5$ должно делиться на 2.

Рассмотрим разложение

простое число

числа $14p^5$ на простые множители.

для выполнение условия $\begin{cases} p^5:2, \text{ но} \\ p^5:2, \text{ но} \end{cases}$

$$14p^5 = 14 \cdot p^5,$$

$$\begin{aligned} 14 &\text{ не делится} \\ 49 &2 \\ \Rightarrow p^5 &: 2 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но также надо учесть, что p -простое \Rightarrow ,
что наибольшее делительное $p^5:2 \Rightarrow p \neq 2 \Rightarrow p=3$

$$2(a-20)(2a-25) = 14 \cdot 2^5$$

$$(a-20)(2a-25) = 14 \cdot 2^4$$

$$2a^2 - 40a - 25a + \cancel{500} = 14 \cdot 16$$

$$2a^2 - 65a + \cancel{228} = 0$$

$$\Delta = 65^2 - 228 \cdot 8 = 4225 - 1824 = 2401$$

$$= (19)^2$$

$$x_1 = \frac{65 + 19}{4} = \frac{84}{4}$$

не подходит
($x < 0$)

$$x_1 = \frac{65 - 19}{4} = \frac{46}{4} = 11$$

$$\begin{array}{r} 228 \\ 8 \overline{)1824} \\ 16 \overline{)32} \\ 32 \overline{)0} \\ 4225 \end{array}$$

$$a=4$$

 $b=36$

Ответ: $a=4, b=36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано

$\triangle ABC$

$$BM = MN = NC$$

$AN \parallel DM$

$$AB = CD$$

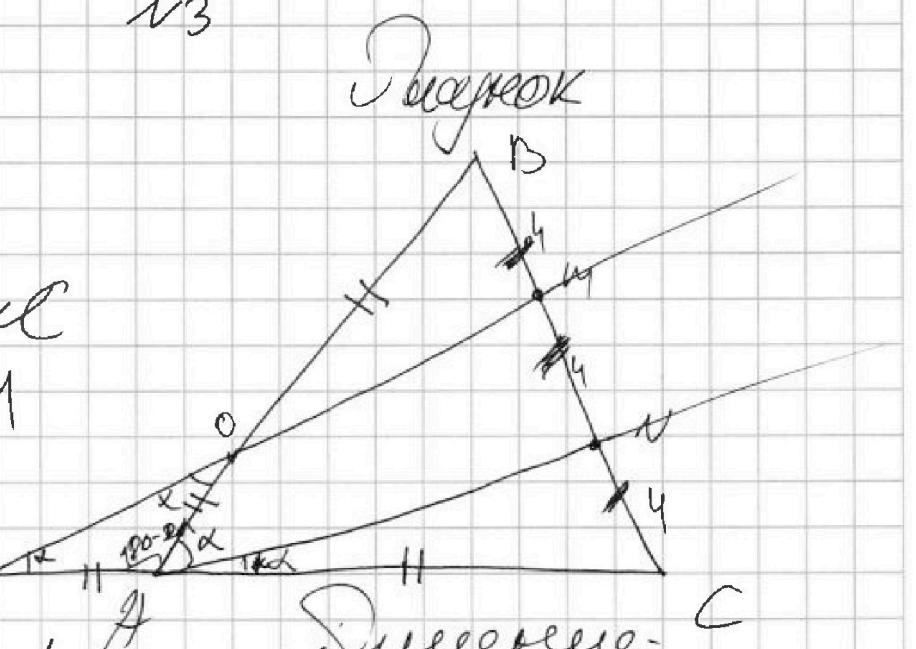
$$BC = 12$$

$$DM \cap AB = O$$

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{3}$$

Найдут

$$AB - ?$$



Доказать

Доказательство:

1) Запишем теорему о косинусе

для $\triangle ABC$ и сократим DM :

$$\frac{CM}{BM} = \frac{BO}{AO} \cdot \frac{AD}{CD} = 1.$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{BO}{AO} \cdot \frac{AD}{CD} = 1.$$

2) $\sqrt{10}$ т. Рассмотрим $\triangle ABC$ и

тройки

DM и AN . Т.к.

$\frac{BO}{AO}$

$$BM = NM \Rightarrow \underline{BO = AO}$$

3) Вспомним равенство из 1 пункта

$$2 \cdot \frac{BO}{AO} \cdot \frac{AD}{CD} = 1$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7. Р $AB = CD$, то $\angle BAC = \angle ACD$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$AD = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AD = AO = OB = \frac{1}{2} AB$$

а) Т.к $AD = \frac{1}{2} AB$ и $DC = AB$, -о $AC = AD = AO = OB = \frac{1}{2} AB$

б) Замечаем, что $\triangle ADO$ -равнодедр $\Rightarrow \angle ADO = \angle AOD$.

в) Следов $\angle DAO = \angle AOD = \alpha$.

г) $\angle OAN = \angle AOD = \alpha$ (боков \angle на $\triangle AOD$ и $\triangle ANO$ при параллельных DM и AN и секущей AO)

ж) $\angle BAO = 180 - 2\alpha$ (но т \angle овале + \angle среще улов)

тд)

з) Рассмотрим $\angle DAC$. Он разбирается (т.к. точки D, A, C лежат на одной прямой) $\Rightarrow \angle DAC = 180^\circ$

$$\angle DAC = \angle DAO + \angle OAN + \angle CAN$$

$$\angle DAC = 180 - 2\alpha + \alpha + \angle CAN$$

$$\cancel{\angle DAC} = -\alpha + \angle CAN \Rightarrow \angle CAN = \alpha. \quad \text{?$$

$$\angle BAC = 2\alpha.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10) По теореме косинусов для $\triangle ABC$
и стороны BC :

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC)$$

$$\cos(\angle BAC) = \cos(2\alpha) = \cos(2 \cdot \angle CAN) = -\frac{1}{4}$$

$$144 = (2AO)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot 2AO \cdot AC \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

Но $AO = AC$ (записано выше)

$$144 = 4AC^2 + AC^2 - 4AC^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5AC^2 + DC^2$$

$$144 = 6(AC)^2$$

$$(AC)^2 = \frac{144}{6}; AC = \sqrt{\frac{144}{6}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 12}{6}} = \sqrt{\frac{12^2}{6}} = \sqrt{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt{6}.$$

$$AB = 2AC = 4\sqrt{6}.$$

$$\text{Ответ: } AB = 4\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Всего парт 9. Человек \Rightarrow будет

всегда не занята одна парта. Рассмотрим

рассмотрим 3 случая:

1) ^{свободная} парты стоят в первом в

каком-то ряду

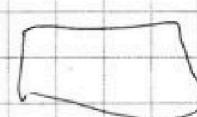
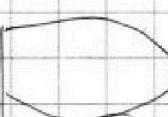
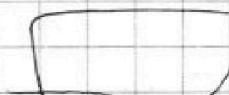
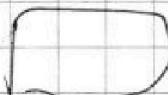
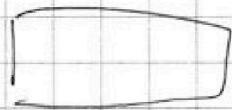
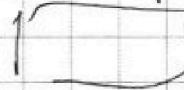
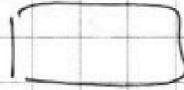
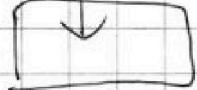
2) ^{свободные} парты стоят во втором ряду

3) ^{свободные} парты стоят в третьем ~~в~~

в каком-то ряду

II) 1 ряд свободные парты 2 ряд 3 ряд

~~1 ряд~~



Рассмотрим все ~~варианты~~ стоящие.

^{Полностью}
^{заполненными}

1 - a

Человек на первой парте человек с ростом - а, на второй - с ростом б,

2 - b

на третьей - с ростом с

3 - c



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим король. Мы знаем, что все
3 фигуры ~~имеют~~ имеют 1 - борода королю
королю

b>a) 3 bigger spaces, kinda
you're past Danielle Miller y b. =>

$c > b = a$ ~~Modo que se hace~~, que solo

Что же было удачно в этом
послании? ~~Причины~~ (послание) является строго
взаимоувязанным с тремя упомянутыми лект.

Беро нам спроси, погасим ли водичку

ред task, чтобы все вопросы были

доску. \Rightarrow Составь схему з усмішок на
кількоєдної основі (которих буде че рахунки).
Очи ред Схема №3. Аналогично схеме ~~з~~ кількоєдної рахунки
усмішок на всі п'ять рядків одного реда
відповідь к п'ятирядній схемі. Проверь усмішок

но первый ~~старший~~ ред - С 228 (к всему ~~текущему~~ ^{изданию})
учеников во второй ред - С 82 = ~~Бюджет~~
С 36 А ~~второй~~ учеников

6) третий ряд $C_3^3 = 1$. Число всех возможных деревьев

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



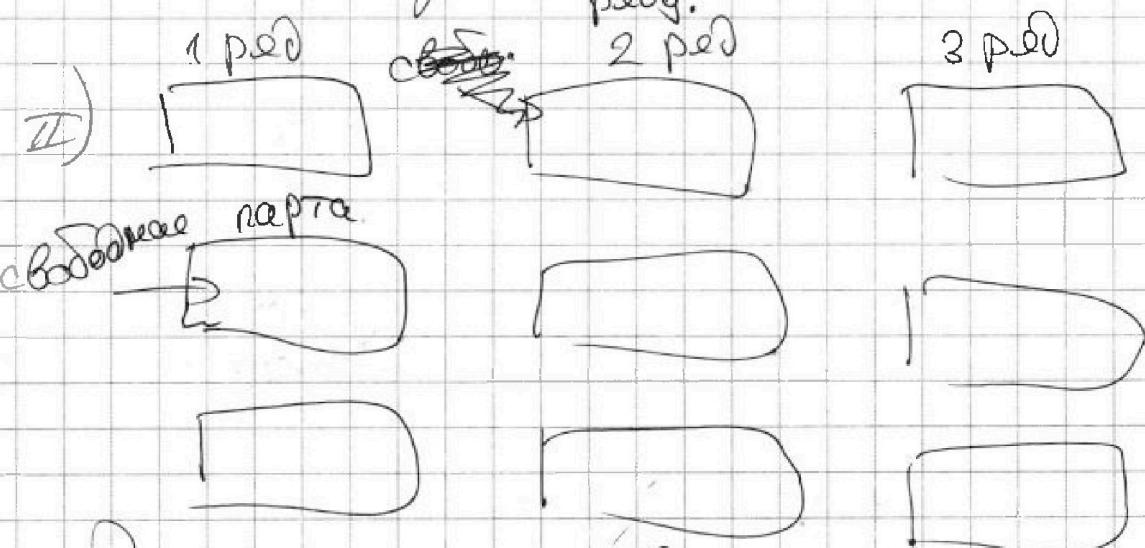
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

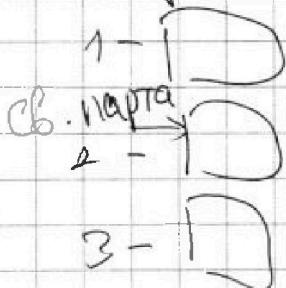
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

всего вариантов сидеть учеников - 3·C₃³⁸·C₂⁶/3.

т.к всего 3
столика, чтобы
свободная парта стояла 1 в каком-то
ряду.



Рассмотрим 1 ряд:



Способ сидеть ученика

на 1 парте - 8 (чтобы
сидеть было)

хорошо
сидеть

на 3 парте - 4 (т.к. на первую
парте уже сидят). И ученику

на 2 парте всегда хорошо

сидеть т.к. переднее место свободная парты

Всего способов сидеть учеников на 1 ряд - 8·4).

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Способов выбрать учеников на 3 ред

- C_3^6 (дорогаче выше)

• Способов выбрать учеников на 3 ред

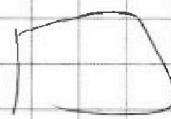
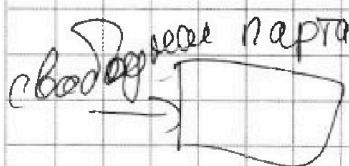
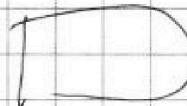
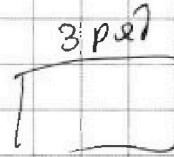
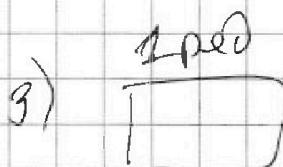
- $3 C_3^3 = 1$ (дешевле выше)

Итого способов выбрать учеников 6

такие схемы - (р. 3) • $C_3^6 \cdot 3$

3

свободн.^к в ^{всего} 3 варианта,
способом ^{свободн.} парте стояла ^{второй}
в ^{такие} - то ряду



По аналогии с 1 схем

1) Выбрать учеников на 1 ряд - C_2^2

2) Выбрать учеников на 2 ряд - C_3^6 (оказано выше)

3) Выбрать учеников на 3 ряд - $C_3^3 = 1$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого способов подразумевают 8
такими случаями - $C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 3$

Всего 3 варианта
вздоха свободной партии чтобы она стояла
вздох в каком-то ряду.

Итого просуммировав все способы получаем
итоговое количество способов -

$$\begin{aligned} & \text{I сущ.} \quad \text{II сущ.} \quad \text{III сущ.} \\ & 3 \cdot C_2^8 \cdot C_3^6 + 56 \cdot 3 \cdot C_3^6 + C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 3 - \\ & (6 \cdot C_2^8 \cdot C_3^6) + (168 \cdot C_3^6) = \cancel{6 \cdot 2^8 \cdot 6!} \cancel{- 3 \cdot 3!} \cancel{+ 168 \cdot 3!} \\ & \text{I существо} \quad \text{II существо.} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } (6 \cdot C_2^8 \cdot C_3^6) + (168 \cdot C_3^6)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n5

~~5~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Путь деревьев это деревья, в ~~вершины~~ которых
其间 между вершинами ребра. Такие деревья, или
получившие ~~есть~~ ^{из} ~~существующий~~ ^(по условию) граф.

Несориентированый

Значит, что в графе между любыми
~~дугами~~ ^{вершинами} существует
единственный путь \Rightarrow граф ~~существует~~ ^{одинаков} ациклический.

Получается, что граф ~~существует~~ ^{одинаков} и
~~существует~~ \Rightarrow этот граф является
деревом (по определению). А у графа
дерево есть 16-во, что если в ~~все~~ ^{если} в ~~дереве~~
и в вершинах, то в дереве будет в ~~таком~~ ^в ~~таком~~
 $(n-1)$ ребро.

Учтыв вершины 1, тогда ребер 6
имеет граф $(3+4+5+4)+(n-4)$
то есть $18+(n-4)$

$$\frac{18+(n-4)}{2} - 1 = n;$$

$$\frac{15+n}{2}$$

$$\frac{n+1}{2}$$

то есть $n+1$ вершин, из которых
исходит одно ребро

т.к. граф неориентированный

и каждое ребро таких

деревьев считается

2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{15+n}{2} = n+1, -1 \cdot 2, \quad 15+n = 2n+2, \quad n=13.$$

Ответ: в городе может быть 13 деревьев



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$\sqrt{2x+2y-y^2-y^2} + \sqrt{1-(x+y-2)} = 1,$$

OPB:

$$2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$$

$$2(x+y) \geq x^2+y^2$$

$$x(2-x) \geq y(y-2)$$

$$(2x+y)(x+y) \geq 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4-20)(8-25) \\ (-16) \cdot (-14)$$

$$C_2^3 = \frac{3!}{2!} = 3 \quad \frac{4!}{(4-3)!} = 24$$

Все верно

$$(4-36)^2 + 15(4-36) \\ (-32)^2 - 15 \cdot 32 \\ 1024 - 15 \cdot 32$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 32 \\ \hline 30 \\ + 30 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$1024 - 480$$

$$25(\cancel{32}-15)$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

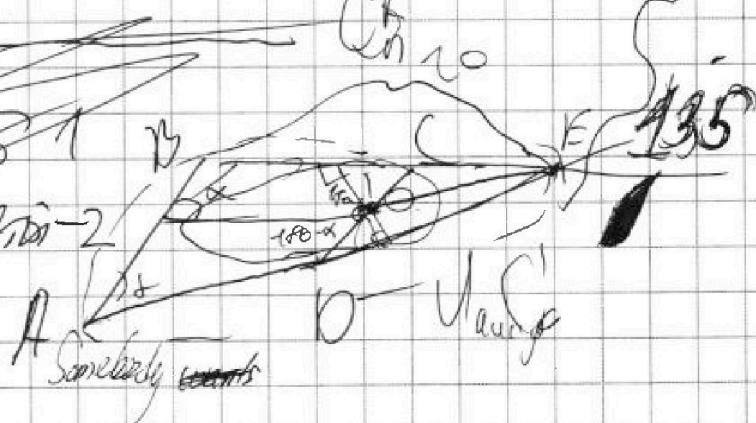
$$D = 1+8-9 \\ -1+3$$

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = +1$$

$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$$

$$C_n^k$$

$$C_n^k = (n-k)! k! \\ \text{факториосочетан}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

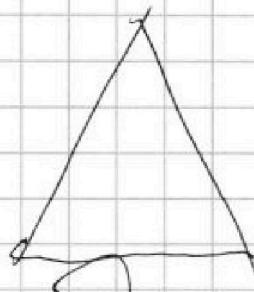
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$$



$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$y_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$b = 40 - a$$

$$x^2 - x + 2x - 2$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\begin{array}{l} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{array} \quad 6 = 40 - a$$

$$(3+4+5+4) = 10$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

простое на простое

14 p. 5

простое

у которого

$$2^5 = 32$$

$$32 \times 4^4 = 65536$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

14 - есть ли оно

14

14

14

14

14

14

14

14

14

14

14

14

$$D = p_1^5$$

$$p_1^5 \cdot 2 \Rightarrow p=2$$

$$D = p_1^5$$

$$p_1^5 \cdot p_2^2 \cdot p_3^2 \cdot p_4^2$$

$$3(18 + (x-4)) - 1 = x$$

$$3(18 + (x-5)) = x$$

такое существует

$$A =$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 28 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3025 \\ 2449 \\ \hline 2781 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 29 \\ \hline 2449 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ 1245 \\ \hline 3025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ 249 \\ \hline 1525 \end{array}$$

$$3025 - 284 = 2741$$

$$\begin{array}{r} 3025 \\ 224 \\ \hline 2741 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \hline 260 \end{array}$$

<



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Diagram of a geometric figure with points A, B, C, D, O, N, V, and angles. Handwritten calculations include:

- Top right: $\frac{AB}{CD} = 1$
- Middle right: $2 \cdot \frac{AO}{AB} = 1$, $2 \cdot \frac{AO}{AB} = 1$, $\angle CAN = 180^\circ - 2\alpha$, $\angle CAN = 180^\circ - 2\alpha$, $\frac{AO}{AB} = \frac{1}{2}$, $AO = \frac{1}{2} AB$
- Bottom right: $\cos(180^\circ - 2\alpha) = -\frac{1}{4}$, $\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$, $\cos(180^\circ - 2\alpha) = \frac{1}{4}$
- Bottom left: $\cos(180^\circ - 2\alpha) = -\frac{1}{4}$, $(AO)^2 = AD^2 + AO^2 - 2AD \cdot AO \cos 45^\circ$, $(AO)^2 = 2x^2 - \frac{1}{2}x^2 = 1.5x^2$
- Bottom center: $\frac{144}{24} \cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$, $(BD)^2 = 144 = (2x)^2 + (x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \frac{1}{4}$, $144 = 5x^2 + 5x^2$, $6x^2 = 144$, $(3 \cdot 8 \cdot 4 \cdot C_6^3) / 6 \cdot C_8^2 \cdot (C_6^3 + C_8^2 \cdot C_6^3)$, $C_6^3 = \sqrt{\frac{2^3 \cdot 3}{2! \cdot 3!}} = 2\sqrt{6}$, $AB = 4\sqrt{6}$