



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту  $A \rightarrow B$  в безветренную погоду составляет  $T_0=400$  с. Расстояние  $AB$  равно  $S=9,6$  км.

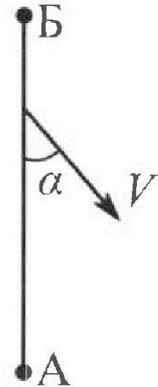
Найдите скорость  $U$  аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью  $V = 16$  м/с под углом  $\alpha$  к прямой  $AB$  (см. рис.) таким, что  $\sin \alpha = 0,6$ .

Найдите продолжительность  $T_1$  полета по маршруту  $A \rightarrow B$  в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна  $U$ .

При каком значении угла  $\alpha$  продолжительность полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  максимальная? Движение аппарата прямолинейное.

Найдите максимальную продолжительность  $T_{MAX}$  полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$ . Движение аппарата прямолинейное.



Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол  $2\beta = 60^\circ$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

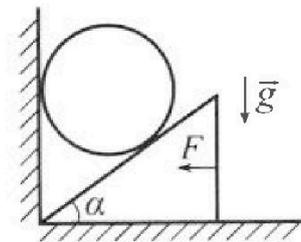
Найдите продолжительность  $T$  полета от старта до падения на площадку.

Найдите максимальную высоту  $H$  полета.

Найдите радиус  $R$  кривизны траектории в момент времени  $t_1 = 1$  с.

Клин с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны  $m=1$  кг. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Найдите горизонтальную силу  $F$ , которой систему удерживают в покое.



Силу  $F$  снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на  $H=0,8$  м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

Найдите перемещение  $h$  шара после соударения до первой остановки.

Найдите ускорение  $a$  клина в процессе разгона.

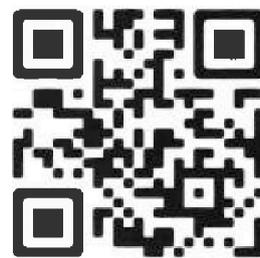
При каком значении угла  $\alpha$  ускорение клина максимальное?

Найдите максимальное ускорение  $a_{MAX}$  клина.



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

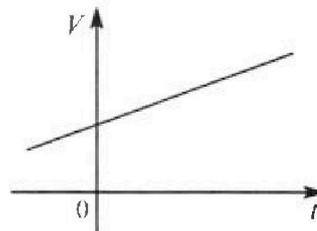
## Вариант 09-01



*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*

На шкале ртутного термометра расстояние между отметками  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 42^\circ\text{C}$  равно  $L=5$  см. В термометре находится  $m=2$  г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема  $V$  ртути от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  объем ртути в  $\beta = 1,018$  раза больше объема ртути при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Плотность ртути при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  считайте равной  $\rho = 13,6$  г/см<sup>3</sup>. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.



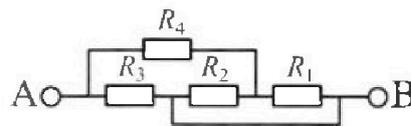
Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема  $V(t)$  ртути от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины:  $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$ .

Найдите приращение  $\Delta V$  объема ртути при увеличении температуры от  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 42^\circ\text{C}$ . В ответе приведите формулу и число в мм<sup>3</sup>.

Найдите площадь  $S$  поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм<sup>2</sup>.

В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом.

Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{ЭКВ}}$  цепи.



Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения  $U=10$  В.

Найдите мощность  $P$ , которая рассеивается на всей цепи.

На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\text{MIN}}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$S = 9,6 \text{ км}$$

$$T_0 = 400 \text{ с}$$

$$V = 16 \text{ м/с}$$

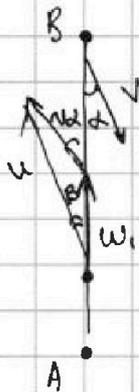
$$\sin \alpha = 0,6$$

I) 1)  $u = \frac{S}{T_0} = \frac{9600 \text{ м}}{400 \text{ с}} = \boxed{24 \text{ м/с}}$

II) 2) 3) ~~Векторы скорости~~

В.С.О. ветра аппарат летит со скоростью  $V$  в С.О. Земли

он движется по линии  $AB$ ,  
пусть  $\omega$  - его скорость в С.О.  
Земли  $\Rightarrow$  чтобы перейти



в С.О. ветра нужно к  $\omega$  прибавить

$$-v$$

$$2) v \sin \alpha = u \sin \beta \Rightarrow 16 \cdot 0,6 = 24 \cdot \sin \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

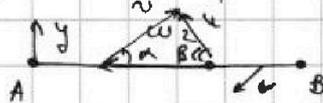
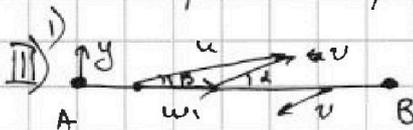
$$w_1 = u \cos \beta - v \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{w_1} = \frac{S}{u \cos \beta - v \cos \alpha} = \frac{9600}{24 \cdot \frac{4}{5} - 16 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{9600 \cdot 5}{24 \cdot 4 - 16 \cdot 4}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$= \frac{1200 \cdot 5}{3\sqrt{21} - 8} = \boxed{\frac{6000}{3\sqrt{21} - 8} \text{ с}}$$



В обоих случаях  $u$  компенсирует по  $Oy$  верт. сост.  $v \sin \alpha \Rightarrow u$  напр. под одинаковым углом в обоих случаях.

$$w_1 = u \cos \beta - v \cos \alpha$$

$$w_2 = v \cos \alpha + u \cos \beta$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T_{\max} = \frac{S}{u_1} + \frac{S}{u_2} = S \left( \frac{1}{v \cos \alpha + u \cos \beta} + \frac{1}{u \cos \beta - v \cos \alpha} \right) =$$

$$= S \cdot \frac{u \cos \beta - v \cos \alpha + v \cos \alpha + u \cos \beta}{v^2 \cos^2 \alpha + u^2 \cos^2 \beta - v^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= S \cdot \frac{2u \cos \beta}{u^2 \cos^2 \beta - v^2 \cos^2 \alpha}$$

$$u \sin \alpha = u \sin \beta \Rightarrow v^2 (1 - \cos^2 \alpha) = u^2 (1 - \cos^2 \beta) \neq$$

$$v^2 - v^2 \cos^2 \alpha = u^2 - u^2 \cos^2 \beta \Rightarrow u^2 \cos^2 \beta - v^2 \cos^2 \alpha = u^2 - v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{2u \cos \beta S}{u^2 - v^2} \Rightarrow \text{чтобы время было max}$$

$\cos \beta$  должен быть max  $\Rightarrow \sin \beta$  должен быть min.  $\Rightarrow$

$$\sin \beta = \frac{v}{u} \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \min \Rightarrow \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 1 \Rightarrow T_{\max} = \frac{2uS}{u^2 - v^2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{24^2 - 16^2} \text{ c} =$$

$$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1200}{8^2 \cdot 3^2 - 8^2 \cdot 2^2} \text{ c} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1200}{9 - 4} \text{ c} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1200}{5} \text{ c} =$$

$$= 6 \cdot 240 \text{ c} = 1200 + 240 = 1440 \text{ c}$$

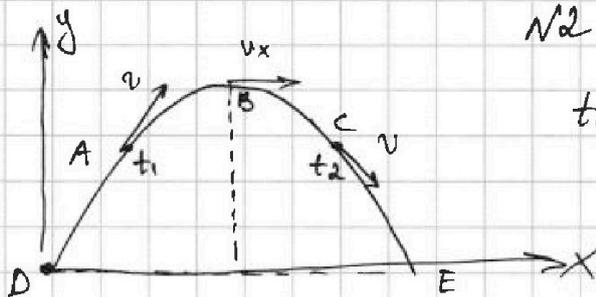


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



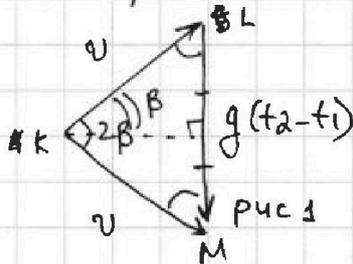
N2

$$t_1 = 1 \text{ c} \quad t_2 = 2 \text{ c} \quad 2\beta = 60^\circ$$

I) Т.к. траектория мяча (парабола) - симметрична, то в мом. времени  $1,5 \text{ c} = \frac{t_1 + t_2}{2}$  мяч находился в т. В. Так как время полета от т. D до т. B равно т. В. E, то все время полета  $T = \frac{t_1 + t_2}{2} \cdot 2 = 3 \text{ c}$

II) i) Запишем вект. ур-е:  $\vec{v}(t) + \vec{g}t = \vec{v}(t)$  для

мом. вр.  $t_1$  и  $t_2$ .



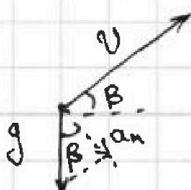
$\Delta KML$  - р/б ( $KL = KM$ ), т.к.

$\angle LKM = 60^\circ$ , то  $\Delta KML$  - равност.

ii) Из т. В мяч упал вниз за  $\frac{t_1 + t_2}{2} = T$  без нач.

$$\text{ск-ти по } Oy. \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10}{2} \cdot (1,5)^2 = 5 \cdot 2,25 \text{ м} = 11,25 \text{ м}$$

III) Из рис. 1 видно, что в мом. вр.  $t_1$  ск-ть направлена под углом  $\beta$  к горизонту:



$$R = \frac{v^2}{a_n}$$

$a_n = g \cos \beta$ , т.к.  $\Delta KML$  - равност., то

$$v = g(t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{g^2(t_2 - t_1)^2}{g \cos \beta} = \frac{10 \cdot 1 \cdot 2}{\sqrt{3}} \text{ м} = \frac{20 \text{ м}}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

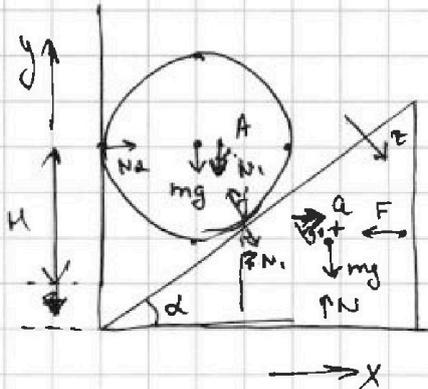
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

I)



1) Оу для шара:

$$mg = N_1 \cos \alpha \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

2) Ох для камня:

$$F = N_1 \sin \alpha \Rightarrow = \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha =$$

$$= mg \operatorname{tg} \alpha = 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} H = \frac{10\sqrt{3}}{3} H$$

~~II) Найти скорость шара из ЗСЭ:~~

~~H - перемещ. центра тяжести шара~~

~~$mgH = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gH} \quad A_{N2} = 0$~~

~~$N_1 \neq mg \cos \alpha \quad N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow A_{N1} = -\frac{mg}{\cos \alpha} \cdot H \cdot \cos \alpha =$~~

~~$E_{K1} + E_{P1} + A = E_{K2} + E_{P2}$~~

~~$0 + mg(H+x) - \frac{mg}{\cos \alpha} H = \frac{mv^2}{2} + mgx$~~

~~$mg \frac{gH}{2} - \frac{gH}{\cos \alpha}$~~

III) 1) ускорение шара = A, уск. камня = a, т.к. об-е без отрыва,

то  $A_z = a_z \quad A \cos \alpha = a \sin \alpha \Rightarrow A = a \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \frac{A}{a} = \operatorname{tg} \alpha$

II) Оу для шара

II) Ох для камня

$ma = mg - N_1 \cos \alpha ; \quad ma = N_1 \sin \alpha$

$N_1 \cos \alpha = mg - ma \quad \Rightarrow \quad \frac{ma}{mg - ma} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \frac{g - A}{a} = \operatorname{ctg} \alpha$

$\frac{g}{a} - \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{g}{a} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow a = \frac{g}{\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha} =$$

$$= \frac{g}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{g}{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{3}} = \frac{3g}{4\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{4} g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = a \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} g = \frac{g}{4}$$

II)

$$H = \frac{v^2}{2aA}$$

$v$  — ск-ть перед соударением  $\rightarrow$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2AH} = \sqrt{2 \cdot \frac{g}{4} \cdot H} = \sqrt{\frac{gH}{2}} \Rightarrow \text{ск полетит}$$

с такой же ск-тью  $\rightarrow$   $H = \frac{v^2}{2aA} = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{g}{4} \cdot v} = \frac{2v^2}{g \cdot v} = \frac{2v}{g}$    
  $\Rightarrow v = \frac{gH}{2}$    
  $\Rightarrow \frac{gH}{2} = \sqrt{\frac{gH}{2}} \Rightarrow \frac{gH}{2} = \frac{gH}{2} \Rightarrow H = \frac{v^2}{2g}$

III) IV)  $a = \max$ , при  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \min$ , но

нер-бу Коши  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \geq 2\sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \operatorname{tg} \alpha} = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{a_{\max} = \frac{g}{2}}$$
, при этом  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = 45^\circ}$$

\*)  $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{gH}{2 \cdot 2g} = \frac{H}{4} = 0,2 \text{ M}$

$$H = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \frac{gH}{2}$$

$$mgH = \frac{3}{2} mgH = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{mgH}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{mgH}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{gH}{2} = \frac{v^2}{2}$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

I) Т.к.  $V(t)$  - линейная функция, то  $\frac{\Delta V}{\Delta t} = k$  (погр. коэф.)  
 Начальный объём ртути  $V_0 = \frac{m}{\rho}$

$$k = \frac{V_{100} - V_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\beta V_0 - V_0}{t_{100} - t_0} = V_0 \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} = \frac{m}{\rho} \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  ур-е прямой  $V(t) = V_0 + kt \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{при менш. } t \quad \boxed{V(t) = \frac{m}{\rho} + \frac{m \cdot (\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t}$$

II)  $V(t_1) = V_0 + kt_1$ ,  $V(t_2) = V_0 + kt_2 \Rightarrow$

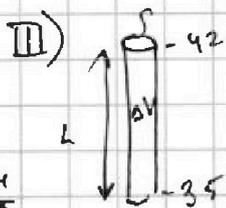
$$\Rightarrow \Delta V = V(t_2) - V(t_1) = k(t_2 - t_1) =$$

$$= \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot (t_2 - t_1) = \frac{2 \cdot 0,018}{13,6 \cdot 100} \cdot 4 \text{ см}^3 =$$

1860,2

186 = 68,2  
34,4

$$= \frac{2 \cdot 18 \cdot 10^{-8}}{136 \cdot 10^3 \cdot 10^2} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4}{34 \cdot 4 \cdot 10} = \frac{83}{340} \text{ мм}^3$$



$$\Delta V = S \cdot L \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{83}{340 \cdot 50} = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$

34,5 = 150+20



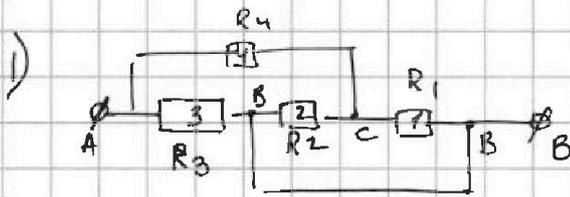
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

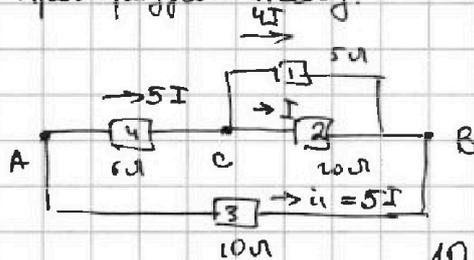
N5



$$R_1 = 5 \Omega \quad R_2 = 20 \Omega$$

$$R_3 = 10 \Omega \quad R_4 = 60 \Omega$$

1) Преобразуем схему:



Расставим токи с учётом закона Кирхгофа

$$10i_1 = 5I \cdot 60 + I \cdot 20$$

$$10i_1 = 30I + 20I \Rightarrow i_1 = 5I$$

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{5I \cdot R_3}{10I} = \frac{R_3}{2} = 5 \Omega$$

2)  $U_{AB} = 10 \text{ В}$ ,  $U_{AB} = R_3 \cdot 5I \Rightarrow I = \frac{U_{AB}}{5R_3} = \frac{10 \text{ В}}{5 \cdot 10 \Omega} = 0,2 \text{ А}$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 16I^2 \cdot R_1 + I^2 \cdot R_2 + 25I^2 \cdot R_3 + 25I^2 \cdot R_4 =$$

$$= 16 \cdot 0,04 \cdot 5 \text{ Вт} + 0,04 \cdot 20 \text{ Вт} + 25 \cdot 0,04 \cdot 10 \text{ Вт} + 25 \cdot 0,04 \cdot 60 \text{ Вт} =$$

$$= 20 \text{ Вт}$$

3)  $P_1 = 3,2 \text{ Вт}$     $P_2 = 0,8 \text{ Вт}$     $P_3 = 10 \text{ Вт}$     $P_4 = 6 \text{ Вт} \Rightarrow$

$\Rightarrow P_{\min} = P_2 = 0,8 \text{ Вт}$  (на резисторе  $R_2$ )

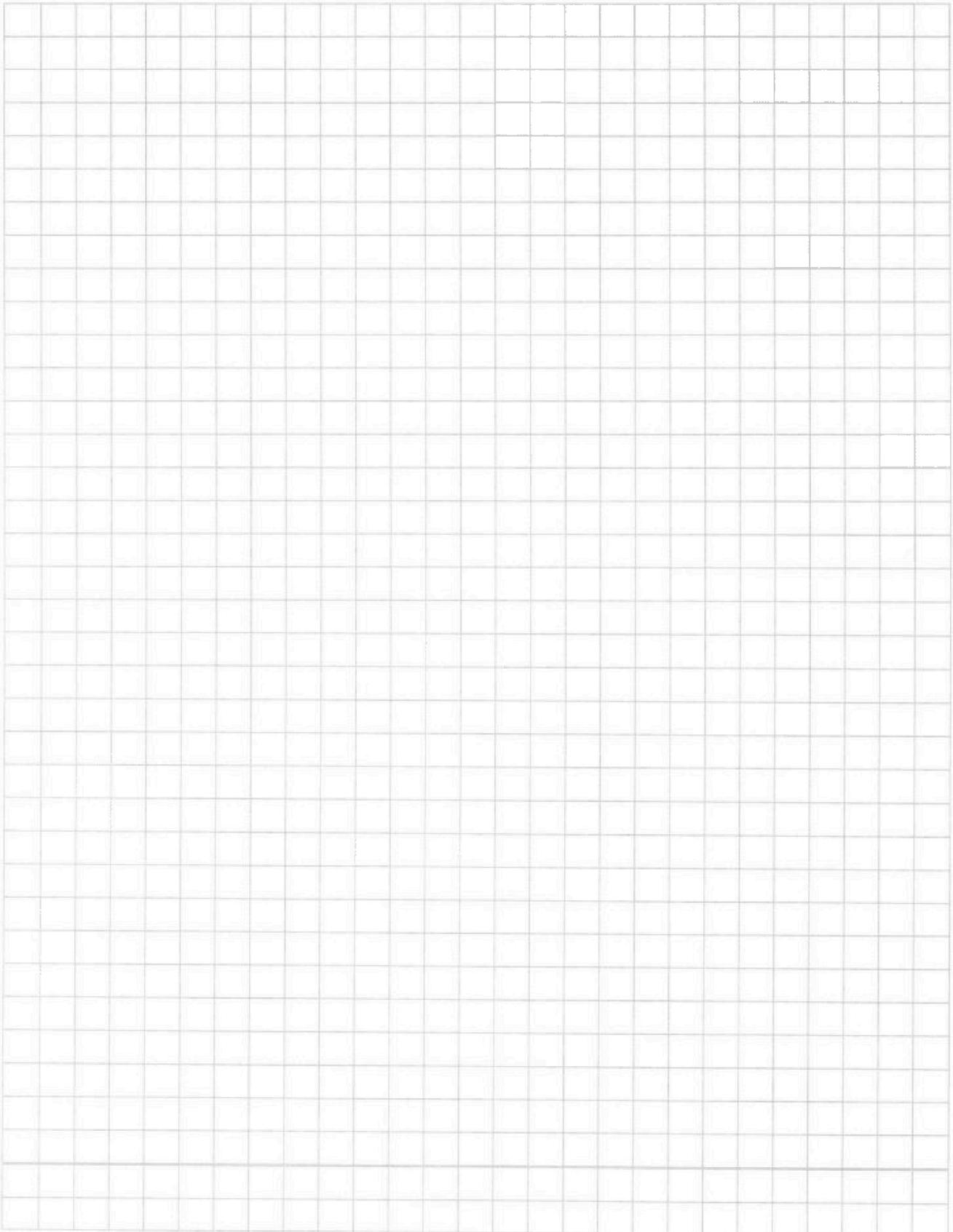


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



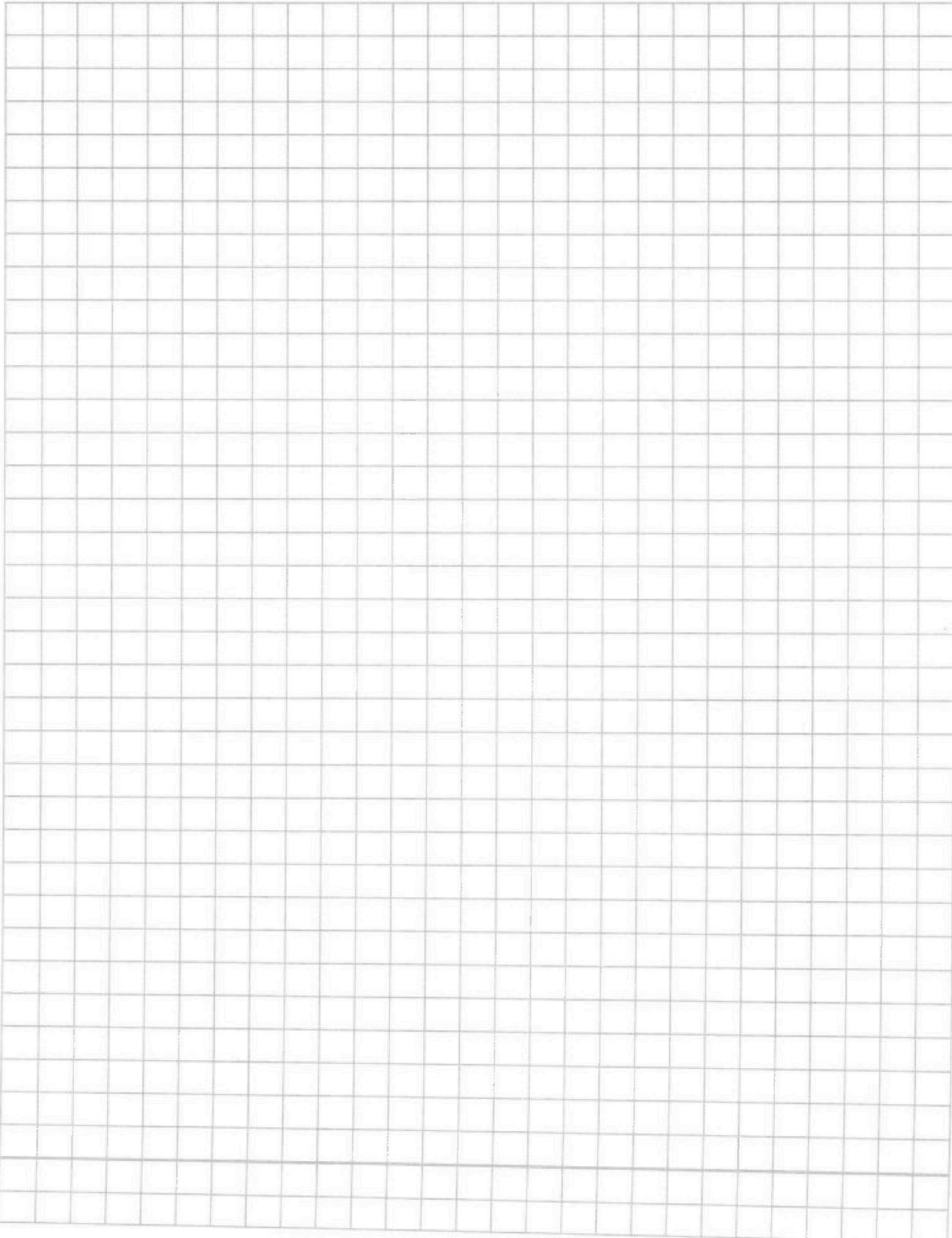


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

