



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01



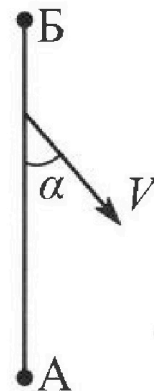
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B$ в безветренную погоду составляет $T_0=400$ с. Расстояние AB равно $S=9,6$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.) таким, что $\sin \alpha = 0,6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ максимальная? Движение аппарата прямолинейное.
4. Найдите максимальную продолжительность T_{MAX} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$. Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

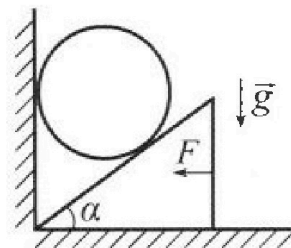
1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.
2. Найдите максимальную высоту H полета.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=1$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите горизонтальную силу F , которой систему удерживают в покое.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на $H=0,8$ м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.
3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.
4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?
5. Найдите максимальное ускорение a_{MAX} клина.



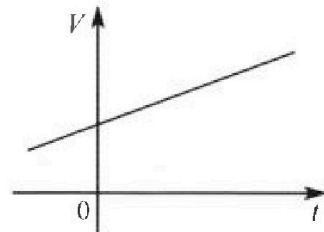
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35^\circ\text{C}$ и $t_2 = 42^\circ\text{C}$ равно $L=5$ см. В термометре находится $m=2$ г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем ртути в $\beta = 1,018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 13,6$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

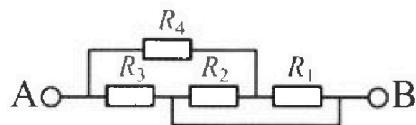


1. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: m , ρ , β , t_0 , t_{100} , t .
2. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35^\circ\text{C}$ до $t_2 = 42^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения $U=10$ В.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

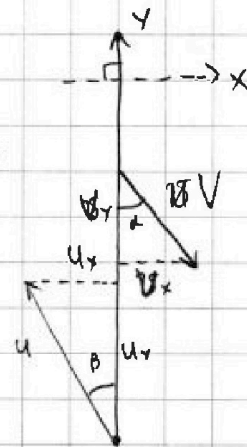


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ Пусть $|u_x| = a$; $|v_y| = b$. Заметим, что независимо от направления движения (из А в Б или из Б в А),



$v_x + u_x = 0 \Rightarrow$ если $|u_x| = c$; $|u_y| = d$, то:

$c = d \Rightarrow$ ~~$b = d = \text{const}$~~ , $c = \text{const}$; $d = \text{const}$.

Заметим, что:

$$T = \frac{S}{d-b} + \frac{S}{d+b} = S \left(\frac{1}{d-b} + \frac{1}{d+b} \right) = S \left(\frac{d+b+d-b}{d^2-b^2} \right) = S \frac{2d}{d^2-b^2}$$

Причем:

$$a^2 + b^2 = v^2; \quad c^2 + d^2 = u^2 \Rightarrow T = S \frac{2dS}{u^2 - c^2 - v^2 + a^2}. \quad a^2 + c^2 = 0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{2dS}{u^2 - v^2} \Rightarrow \text{чем больше } d, \text{ тем больше } T \neq 4$$

$d_{\max} = u$, при этом угол α , очевидно, равен 0.

Ответ: $d = 0$.

$$\textcircled{4} T_{\max} = \frac{2d_{\max}S}{u^2 - v^2} = \frac{2uS}{u^2 - v^2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{576 - 256} = \frac{48 \cdot 9600}{320} = 30 \cdot 48 = 1440 \text{ сек.}$$

Ответ: $T_{\max} = 1440 \text{ сек}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Заметим, что за ~~каждый~~ ^{время t_1} к вектору начальной скорости V_0 прибавится вектор $g\vec{t}_1$, а за $t_2 - g\vec{t}_2$. Тогда придем получившиеся вектора

V_1 и V_2 равны по модулю \Rightarrow

$\triangle ABC$ - равнобедренный $\Rightarrow g\vec{t}_1 = V_1 = V_2$

$= 10 \text{ м/с}$.

Теперь найдем V_0 .

$$V_0^2 + V_2^2 = 4g^2 t_1^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{4g^2 t_1^2 - V_2^2} = 10\sqrt{3} \text{ м/с}$$

и он был брошен под углом

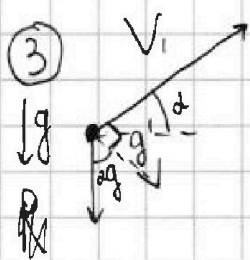
$30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ к горизонту. Тогда:

$$T = \frac{2V_0 \sin 60^\circ}{g} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 3 \text{ с}$$

Ответ: $T = 3 \text{ сек}$.

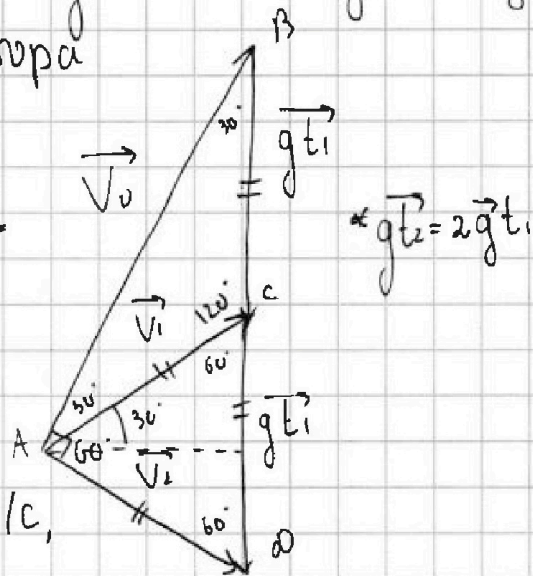
$$② H = \frac{V_0^2 \sin^2 60^\circ}{2g} = \frac{300 \cdot \frac{3}{4}}{20} = \frac{45}{4} \text{ м}$$

Ответ: $H = 11 \frac{1}{4} \text{ м}$.



$$R = \frac{V_1^2}{g'} = \frac{V_1^2}{g \cos \alpha} = \frac{V_1^2}{g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2V_1^2}{\sqrt{3}g} = \frac{200}{\sqrt{3} \cdot 10} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$$

Ответ: $R = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$.





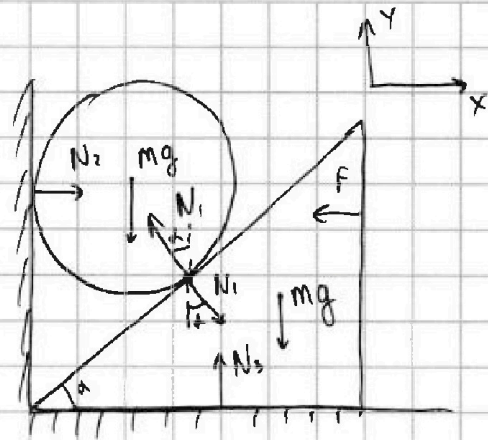
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Расставим силы, действующие на шар и клин.
Запишем условие равновесия шара:



$$\text{Ось } y: mg = N_1 \cos \alpha$$

$$\text{Ось } x: N_1 \sin \alpha = N_2$$

Теперь в то же самое для клина:

$$\text{Ось } y: mg + N_1 \cos \alpha = N_3$$

$$\text{Ось } x: F = N_1 \sin \alpha$$

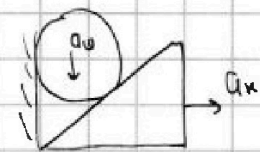
$$N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow N_1 \sin \alpha = mg \tan \alpha \Rightarrow F = mg \tan \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ Н}$$

$$\text{Ответ: } F = mg \tan \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ Н}$$

② Заметим, что ускорения шара и клина связаны:

$$a_w = a_k \tan \alpha$$

$$\text{Примем: } a_w = \frac{mg - N_1 \cos \alpha}{m}; a_k = \frac{N_1 \sin \alpha}{m} \Rightarrow$$



$$mg - N_1 \cos \alpha \tan \alpha = N_1 \sin \alpha \Rightarrow$$

$$N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha} \Rightarrow a_w = g \frac{\cos \alpha}{1 - (\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha)} = \frac{1}{4} g \Rightarrow$$

Если V_0 - скорость шара при ударе о землю, то:

$$\frac{V_0^2}{2a_w} = H \Rightarrow V_0^2 = 2a_w H = \frac{1}{2} H g = 2 \text{ м}^2/\text{с}^2. \text{ Тогда: } h = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{1}{5} \text{ м} = 0.2 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $h = 0.2 \text{ м}$

$\frac{a_{\omega}}{tg \alpha}$

③ как мы уже выясним, $a_k = \frac{a_{\omega}}{tg \alpha} = \frac{1}{4} g / \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} g =$
 $= \frac{\sqrt{3} \cdot 5}{2} \text{ м/с}^2$

Ответ: $a_k = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2$

④ Мы выясним, что:

$N = \frac{mg}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha}$; $a_k = \frac{N \sin \alpha}{m} = \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha}$. Нам нужно найти

максимум этого выражения. Это эквивалентно тому, что мы найдем минимум $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} + \tan \alpha$.

По неравенству средних: $\frac{1}{x} + x \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} + \tan \alpha \geq 2 \Rightarrow$

$\max \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha} \right) = \frac{1}{2} \cdot \max$

Причем равенство ($\frac{1}{\tan \alpha} + \tan \alpha = 2$) достигается при $\tan \alpha = 1 \Rightarrow$

$\alpha = 45^\circ$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$

⑤ $a_{\max} = g \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ + \sin 45^\circ \tan 45^\circ} = \frac{g}{2} = 5 \text{ м/с}^2$

Ответ: $a_{\max} = 5 \text{ м/с}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Если зависимость $V(t)$ - линейная, то можно записать:

$$V = V_0 + k \cdot t, \text{ где } V_0 - \text{объем при } t=0; k - \text{коэффициент.}$$

Причем мы знаем, что

$$\text{при } \beta V_0 = V_0 + k(t_{100} - t_0) \Rightarrow k = \frac{V_0(\beta - 1)}{t_{100} - t_0}$$

Причем если мы знаем m и p , то: $V_0 = \frac{m}{p} \Rightarrow$

$$V(t) = \frac{m}{p} + \frac{m(\beta - 1)}{p(t_{100} - t_0)} \cdot t = \frac{m}{p} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot t \right)$$

$$\text{Ответ: } V(t) = \frac{m}{p} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot t \right)$$

$$\textcircled{2} V(t_1) = \frac{m}{p} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot t_1 \right)$$

$$V(t_2) = \frac{m}{p} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot t_2 \right)$$

$$\Delta V = V(t_2) - V(t_1) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} (t_2 - t_1) \cdot \frac{m}{p} = \frac{0.018}{100} \cdot 7 \cdot \frac{2}{13.6} = \frac{18 \cdot 7}{100000} \cdot \frac{5}{34} =$$

$$= \frac{126}{100000} \cdot \frac{5}{34} = \frac{63}{172000} = \frac{63}{340000} \text{ м} = \frac{63}{340} \text{ мм}$$

$$\text{Ответ: } \frac{63}{340} \text{ мм}, \Delta V = \frac{m}{p} \cdot \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} (t_2 - t_1)$$

③ При изменении объема столбика ртути на ΔV

он поднимается на $L \Rightarrow$

$$\Delta V = S \cdot L \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{63}{34 \cdot 50} = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$

$$\text{Ответ: } \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

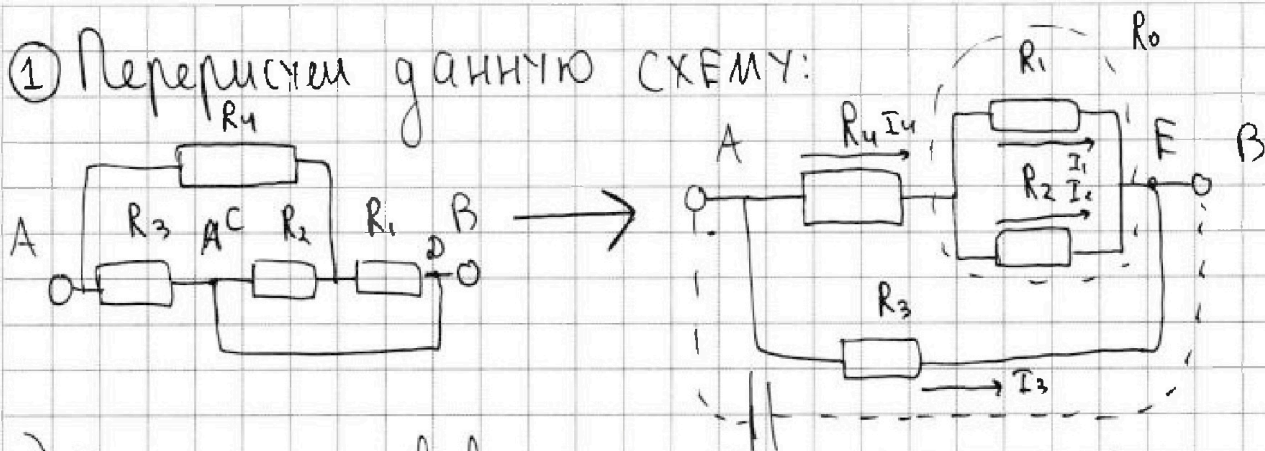


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Перерисуем данную схему:



Эти схемы эквивалентны, т.к. мы просто соединим точки C и B с одинаковым потенциалом в одну точку E.

Заметим, что:

$$R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 5}{25} = 4 \text{ Ома}$$

$$R_{\text{общ экв}} = \frac{(R_4 + R_0) R_3}{R_4 + R_0 + R_3} = \frac{(6+4)10}{20} = 5 \text{ Ом}$$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 5 \text{ Ом}$

② $P = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = 20 \text{ Вт}$

Ответ: $P = 20 \text{ Вт}$

③ Пусть $U_1 = U_2 = U_0$. Тогда $I_1 = \frac{U_0}{R_1}$; $I_2 = \frac{U_0}{R_2} \Rightarrow$

$$I_4 = I_1 + I_2 = U_0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_0}{R_0}$$

$$U_3 = U_4 = U_0 = I_4 R_4 = \frac{U_0}{R_0} \cdot R_4 = U_0 \left(\frac{R_4}{R_0} + R_1 \right) \Rightarrow U_0 = 4 \text{ В} \Rightarrow$$

$$P_1 = \frac{U_0^2}{R_1} = \frac{16}{5} \text{ Вт}; P_2 = \frac{16}{20} \text{ Вт}; P_3 = \frac{U^2}{R_3} = 10 \text{ Вт}; P_4 = 6 \text{ Вт} \cdot \frac{(U-U_0)^2}{R_4} = 6 \text{ Вт} \Rightarrow$$

$$P_{\text{min}} = P_2 = \frac{4}{5} \text{ Вт}. \text{ Ответ: } P_{\text{min}} = \frac{4}{5} \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Аппарат пролетит 9600 м за 400 с.

Значит:

$$u = \frac{S}{T_0} = \frac{9600}{400} = 24 \text{ м/с}$$

Ответ: $u = 24 \text{ м/с}$

② По закону сложения скоростей:

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{U}, \text{ где } U - \text{ скорость отн. земли}$$

Чтобы аппарат долетел из А в Б его скорость

\vec{U} должна быть направлена вдоль АБ. Тогда проекции векторов \vec{u} и \vec{v} вдоль оси x дают сумму 0

$$v \sin \alpha - u \sin \beta = 0 \Rightarrow \sin \beta = \frac{v}{u} \sin \alpha = 0.4$$

Пусть $v_0 = u_x + v_x$ (u_x и v_x - проекции \vec{u} и \vec{v} на x).

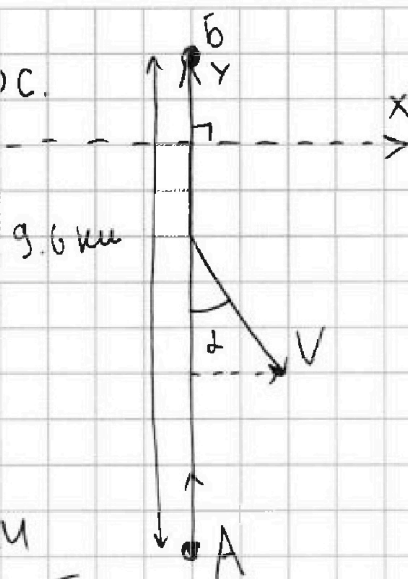
Тогда: $T_1 = \frac{S}{v_0}$

$$u_x = u \cos \beta = u \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = u \sqrt{1 - 0.16} = u \sqrt{0.84} = u \cdot \frac{2\sqrt{21}}{10} = \frac{24}{5} \sqrt{21}$$

$$v_x = -v \cos \alpha = -v \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -v \cdot 0.8 = -\frac{64}{5} \Rightarrow$$

$$v_0 = \frac{24\sqrt{21} - 64}{5} \Rightarrow T_1 = \frac{9600 \cdot 5}{8(3\sqrt{21} - 8)} = \frac{6000}{3\sqrt{21} - 8} \text{ сек}$$

Ответ: $\frac{6000}{3\sqrt{21} - 8}$ секунд.



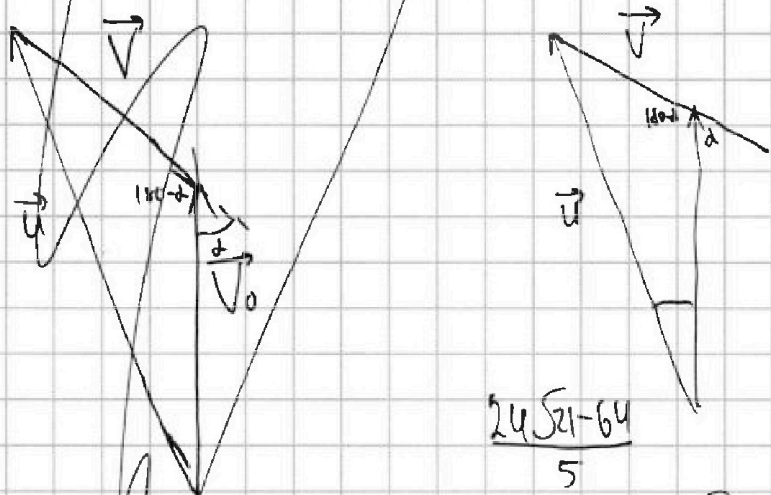


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Нарисуй векторный треугольник:



Нам надо найти $V_0 \sin \alpha$. По т. косинусов:

$$V^2 + V_0^2 - 2 \cos(180 - \alpha) V V_0 = u^2 \Rightarrow$$

$$V^2 + V_0^2 + 2 \cos \alpha V V_0 - u^2 = 0.$$

$$\cos \alpha = \frac{u^2 - V^2 - V_0^2}{2 V V_0}, \text{ откуда } \cos^2 \alpha = 1$$

Оно должно иметь решения отн. V_0 .

$$D = \sqrt{4(V^2 \cos^2 \alpha - V^2 + u^2)} = \sqrt{4(u^2 - V^2(1 - \cos^2 \alpha))} \geq 0$$

$$V^2 + V_0^2 + 2 \cos \alpha V V_0 = u^2$$

$$V_0 = \frac{-2V \cos \alpha \pm \sqrt{4V^2 \cos^2 \alpha - 4V^2 + 4u^2}}{2}$$

$$\sqrt{u^2 - V^2(1 - \cos^2 \alpha)} - V \cos \alpha$$

$$24^2 - 16^2(1 - 0.8^2) - 16 \cdot 0.8$$

$$16 \cdot 0.36$$

$$\begin{array}{r} 14400 \\ - 2304 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \sqrt{576} \\ + 25 \\ \hline 2880 \\ + 132 \\ \hline 14400 \end{array}$$

$$\frac{2304}{25}$$

$$\frac{24 \cdot \sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{0.36}{(576 \cdot 21)}$$

$$\frac{256 \cdot 36}{100}$$

$$\frac{16 \cdot 20}{25}$$

$$\frac{64 \cdot 36}{25}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{64} \\ \sqrt{136} \\ \sqrt{384} \\ \sqrt{132} \\ \hline 2304 \end{array}$$

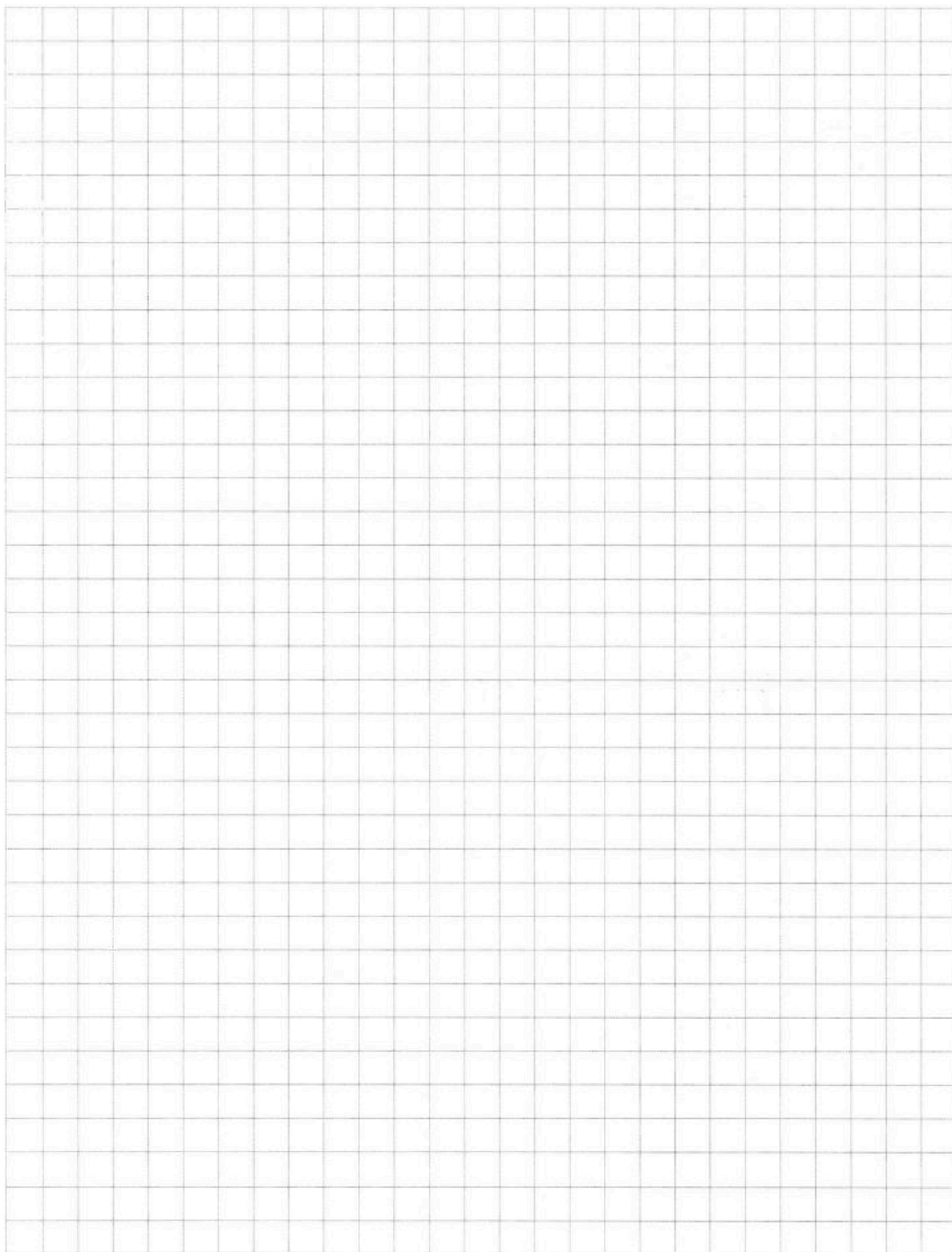


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a physics problem involving vector addition and trigonometry.

Diagram 1 (Top Left): A vector triangle with two sides of length 10 m/s and an angle of 120 degrees. The third side is labeled $10\sqrt{3}$ m/s.

Diagram 2 (Middle Left): A vector triangle with a vertical side of length 10, a horizontal side of length 16, and a hypotenuse of length 20. The angle between the vertical side and the hypotenuse is labeled $\alpha = \arctan \frac{16}{10}$.

Diagram 3 (Bottom Left): A vector triangle with a vertical side of length 10, a horizontal side of length 16, and a hypotenuse of length 20. The angle between the horizontal side and the hypotenuse is labeled $\beta = \arctan \frac{10}{16}$.

Equations and Calculations:

- $u = \sqrt{10^2 + 16^2} = 20$
- $\alpha = \arctan \frac{16}{10}$
- $\beta = \arctan \frac{10}{16}$
- $\cos \alpha = \frac{10}{20} = 0.5$
- $\cos \beta = \frac{16}{20} = 0.8$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = 0.5 \cdot 0.8 - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = 0.4 - 0.24 = 0.16$
- $u^2 = 10^2 + 16^2 - 2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot \cos(\alpha + \beta)$
- $u^2 = 100 + 256 - 640 \cdot 0.16 = 356 - 102.4 = 253.6$
- $u = \sqrt{253.6} \approx 15.9$

Other notes:

- $u^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \theta$
- $u^2 = 10^2 + 16^2 - 2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot \cos \alpha$
- $u^2 = 10^2 + 16^2 - 320 \cdot 0.5 = 356 - 160 = 196$
- $u = 14$
- $\cos \alpha = \frac{10}{20} = 0.5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$
- $\cos \beta = \frac{16}{20} = 0.8 \Rightarrow \beta = 36.87^\circ$
- $\alpha + \beta = 96.87^\circ$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos 96.87^\circ \approx -0.119$
- $u^2 = 10^2 + 16^2 - 2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot (-0.119) = 356 + 38.08 = 394.08$
- $u = \sqrt{394.08} \approx 19.85$

