



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ , двенадцатый член равен  $2-x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1 ~~ДДЗ:~~

Пусть  $z.n. (b_n) = b_1, b_2, q, \dots b_n q^{n-1}$ .

Тогда  $b_{10} = b_1 q^9 = \sqrt{(25n+34)(3n+2)}$ ,  $b_{12} = b_1 q^{11} = 2-n$ ,

$b_{18} = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}} = b_1 q^{17}$ . В таком случае выражение  $b_1 q^{17}$

должна способы:  $b_1 q^{17} = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}}$

$$b_1 q^{17} = b_1 q^9 \cdot q^8 = \sqrt{25n+34} / (3n+2) q^8$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} q^8 = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}} \quad \begin{cases} (25n+34)(3n+2) > 0 \\ \frac{25n+34}{(3n+2)^3} > 0 \end{cases}$$

$3n+2 \neq 0$ , т.е.  $n \neq -\frac{2}{3}$ . Но  $n \in \mathbb{N}$ , то есть  $n \geq 0$ .

$25n+34 \neq 0$ , имеем  $b_1 q^9 = 0$ ,  $b_1 q^{11} = 0$ ,  $2-n=0$  а  $n=2$ ,  
но  $n=2$  не является решением  $25n+34=0$ .

Тогда надо  $25n+34$  и  $3n+2$  дальше искать, надо меньшие искать.

$$\textcircled{I} \quad \begin{cases} 25n+34 > 0 \\ 3n+2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} n > -\frac{34}{25} \\ n > -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{-\frac{34}{25}} \\ \xrightarrow{-\frac{2}{3}} \end{array} n$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} q^8 - \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}} = 0$$

$$\sqrt{25n+34} \left( \frac{\sqrt{(3n+2)^9} q^8 - 1}{\sqrt{(3n+2)^3}} \right) = 0 \quad \text{м.н. } 25n+34 \neq 0, \text{ но } \sqrt{(3n+2)^9} q^8 - 1 \neq 0$$

$$(3n+2)^9 q^8 - 1 = 0$$

$$(3n+2) q^9 - 1 = 0$$

$$q^9 = \frac{1}{3n+2}$$

$q^9 = \frac{1}{3n+2} - \text{м.н. } 3n+2 > 0, \text{ то } q^9 < 0$ , этого быть не может

$$q^9 = \frac{1}{3n+2} \Rightarrow q = \pm \frac{1}{\sqrt[9]{3n+2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 (Числ - ис)

Начнем посчитаем на  $bq'' = 2-n$

$$bq'' = bq^9 \cdot q^2 = \sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^2$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^2 = 2-n, \text{ и отклад } \sqrt{2} < 2, \text{ т.е. } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$1) \sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3n+2}} = 2-n \quad n \in \left(-\frac{2}{3}, 2\right]$$

$$\sqrt{25n+34} = 2-n$$

$$25n+34 = 4 - 4n + n^2$$

$$n^2 - 29n - 30 = 0$$

$$\begin{cases} n = -1 \\ n = 30 \end{cases} \text{ или там, что другой корень не входит в } \left(-\frac{2}{3}, 2\right], \text{ первый нет}$$

$$2) \sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3n+2}}\right)^2 = 2-n, \text{ если при возведении в квадрат получится то же самое уравнение}$$

$$\textcircled{I} \quad \begin{cases} 25n+34 < 0 \\ 3n+2 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} n < -\frac{34}{25} \\ n < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$n < -\frac{34}{25}$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ -\frac{34}{25} \quad -\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^8 - \frac{\sqrt{(25n+34)}}{\sqrt{(3n+2)^8}} = 0$$

$$\sqrt{-(25n+34)} \cdot \left( \frac{\sqrt{-(3n+2)^8} q^8 - 1}{\sqrt{-(3n+2)^8}} \right) = 0 \quad 25n+34 \neq 0, \text{ то}$$

$$\begin{cases} \sqrt{-(3n+2)^8} q^8 - 1 = 0 \\ -(3n+2)^2 q^8 - 1 = 0 \\ (-3n+2)^2 q^8 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(-(3n+2)\right) q^{9-1} \left(-(3n+2)\right) q^{9+1} = 0 \\ q^9 = -\frac{1}{3n+2} \\ q^9 = -\frac{1}{3n+2} - n, n, 3n+2 < 0, \text{ то первый нет} \end{cases}$$

$$q = \pm \sqrt[8]{-(3n+2)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Н1 (прог-ие 2)  
Снова смотрим на  $bq^{n+2} = 2 - n$

$$bq^{n+2} = bq^2 \cdot q^n = \sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^n$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^n = 2 - n, \quad n \leq 2, \quad n < -\frac{34}{25}$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{-3n+2}} = 2 - n \quad \begin{array}{l} \text{однозначные знаки в н.} \\ \text{таким } q = \text{ выходит на это} \\ \text{уравнение} \end{array}$$

$$\sqrt{-(25n+34)} \cdot \sqrt{-(3n+2)} = 2 - n$$

$$\sqrt{-(25n+34)} = 2 - n$$

$$-25n - 34 = 4n - 4n + n^2$$

$$n^2 + 21n + 38 = 0$$

$$\begin{cases} n = -2 \\ n = -19 \end{cases}$$

сдела норма подходит под ГДЗ,  $n < -\frac{34}{25}$

Ответ:  $n = -2, -19$  Проверка:

$$\textcircled{I} \quad n = -2 \Rightarrow q = \pm \frac{1}{\sqrt{-3(-2)+2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{7}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b_{1,2} = 2 - n = 2 + 2 = 4 = b_1 q^{n+1}$$

$$b_1 = \pm \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{11}, \quad q = b_1 \cdot \left( \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{11}, \quad b_1 = \pm q \cdot (\sqrt{2})^{11}$$

$$\text{Подходит ли } n, n. (b_n) \quad b_1 = 4 \cdot \sqrt{2}^{11} = 4 \cdot \sqrt{2}^{10} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 2^5 \cdot \sqrt{2} = 128\sqrt{2}$$

$$\textcircled{II} \quad b_{16} = 128\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}^9} = \frac{128}{2^4} = 2^3 = 8 \quad \text{в чём неиспользовано уделить} \\ \cancel{\sqrt{-(25n+34)(-4)}} = \sqrt{16 \cdot 4} = 8 \quad \textcircled{III} \quad b_{18} = \sqrt{\frac{-16}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{16}{64}} = \frac{1}{2} = \\ = 128\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}^{17}}$$

$$\textcircled{IV} \quad n = -19 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt{-3(-19)+2}} = \frac{1}{\sqrt{55}}$$

$$b_1 q^{n+1} = 2 + 19 = 21$$

$$b_1 = \frac{21}{\sqrt{55}} \cdot \sqrt{55}^{11}, \quad \text{также подходит} \quad m.u. \quad b_{10} = 21 \cdot \sqrt{55}^2$$

$$b_{18} = 21 \cdot \sqrt{55}^2$$

Ответ:  $n = -2, -19$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{cases} \sqrt{n+6} - \sqrt{3-n-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x+x^2+z^2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение и рассмотрим разные случаи  $y$

(I)  $y \geq 18 \Rightarrow y+2 \geq 20, y-18 \geq 0$

$$y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$  Заметим, что 1.ч. дальше или равна 20, м.и.  $3y \geq 54$   $3y-34 \geq 20$   
предположим, что  $z$  может меняться как  $\in [0; 20]$ , м.и.

$$400-z^2 \geq 0 \Rightarrow z^2 \leq 400 \Rightarrow z \in [-20; 20] \text{ и } \sqrt{400-z^2} \geq 0$$

$$400-z^2 \leq 400, \text{ м.и. } -z^2 \leq 0, \text{ м.л. } \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20$$

1.ч.  $\in [20; +\infty)$ , 1.ч.  $\in [0; 20]$ , равные значения могут приниматься только если  $\begin{cases} 3y-34=20 \\ \sqrt{400-z^2}=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=18 \\ z=0 \end{cases}$

$$\sqrt{n+6} - \sqrt{3-n} + 7 = 2\sqrt{(n+6)(3-n)}, n \geq -6, n \leq 3 \Rightarrow n \in [-6; 3]$$

$$\sqrt{n+6} - \sqrt{3-n} + 7 = 2\sqrt{(n+6)(3-n)}$$

Пусть  $\sqrt{n+6} = a$ ,  $\sqrt{3-n} = b$ , при этом  $a^2+b^2 = n+6+3-n=9$ , тогда

$$a-b+7=2ab$$

$$a-b+a^2+b^2-2=2ab$$

$$-a(1-b)=b-7 \quad \cancel{\text{+471}} \quad (a^2+b^2-2ab)+a-b-2=0$$

$$(a-b)^2+(a-b)-2=0, \text{ пусть } c=a-b, \text{ тогда}$$

$$c^2+c-2=0$$

$$\begin{cases} c=1 \\ c=-2 \end{cases}$$

(II)  $a-b=1 \Rightarrow a-b+7=2ab$

$$ab=7$$

$$\sqrt{(n+6)(3-n)}=4$$

$$n+6+3-n=16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 (найдите)

$$n^2 + 3n - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$n = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(I) a - b = -2$$

$$a - b + 7 = 2ab \quad 5 = 2ab$$

$$2\sqrt{(n+6)(3-n)} = 5$$

$$4(18 - 3n - n^2) = 25$$

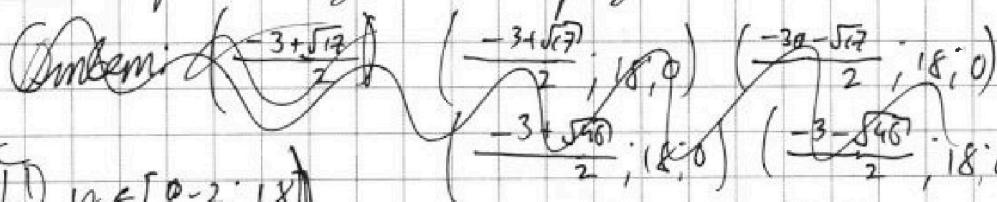
$$-4n^2 - 12n + 72 = 25$$

$$4n^2 + 12n - 47 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 144 + 752 = 896$$

$$n = \frac{-12 \pm \sqrt{896}}{8} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{46}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{46}}{2}$$

Все корни лежат в отрезке  $[-6; 3]$



$$(II) y \in [0; 20]$$

$$y + 2 \geq 0 \quad y - 18 \leq 0$$

$$y + 2 - 2y + 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$-y = \sqrt{400 - z^2} - 38$$

$$y = \sqrt{\dots}$$

$$y = 38 - \sqrt{400 - z^2}, \text{ m.u. } y \leq 18,$$

$$\text{но } \sqrt{400 - z^2} \leq 20$$

$$38 - \sqrt{400 - z^2} \geq 18$$

Корней нет

$$(III) y < -2$$

$$y + 2 < 0 \quad y - 18 < 0$$

$$-y - 2 - 2y + 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$-3y = \sqrt{400 - z^2} - 34$$

$$y = \frac{34 - \sqrt{400 - z^2}}{3}$$

$$34 - \sqrt{400 - z^2} > 0, \text{ m.u.}$$

$$\text{Ошибки: } \begin{cases} \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; (18; 0) \\ \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}; (18; 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{-3 + \sqrt{46}}{2}; (18; 0) \\ \frac{-3 - \sqrt{46}}{2}; (18; 0) \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{400 - z^2}}{3} \in [0; 20],$$

противоречие, ошибки нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$p \cos(3n) + 6 \cos(2n) + 3(p+4) \cos n + 10 = 0$$

По формуулам двойного и тройного угла

$$\cos(3n) = 4\cos^3 n - 3\cos n$$

$$\cos(2n) = 2\cos^2 n - 1$$

Тако

$$p(4\cos^3 n - 3\cos n) + 6(2\cos^2 n - 1) + (3p+12)\cos n + 10 = 0$$

$$\cos^3 n (4p) + \cos^2 n (12) + \cos n (3p - 3p + 12) + 10 - 6 = 0$$

$$p\cos^3 n + 3\cos^2 n + 3\cos n + 1 = 0 \quad \text{Пусть } \cos n = y, y \in [-1, 1]$$

$$py^3 + 3y^2 + 3y + 1 = 0$$

$$(p-1)y^3 + (y+1)^3 = 0$$

$$\textcircled{I} \quad p=1 \Rightarrow (y+1)^3 = 0 \quad y = -1 \quad \cos n = -1 \quad n = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

\textcircled{II} \quad p \neq 1 \quad \text{последовательность корней}

$$(\sqrt[3]{p-1}y + y+1)(\sqrt[3]{p-1}^2y^2 - \sqrt[3]{p-1}y(y+1) + (y+1)^2) = 0$$

Здесь правая сторона первична 0, т.е.  $y \neq -1$ , иначе  $p=1$ , а это случай исключен. Тогда можно поделить на  $y+1$  и получим

$$\left(\frac{\sqrt[3]{p-1}y}{y+1}\right)^2 - \frac{\sqrt[3]{p-1}y}{y+1} + 1 = 0, \quad \text{если } y+1 \neq 0$$

$$z = \left(\frac{\sqrt[3]{p-1}y}{y+1}\right), \text{ то } z^2 - z + 1 = 0 \quad \text{не имеет корней}$$

$$\text{Тогда } \sqrt[3]{p-1}y + y+1 = 0 \quad y(\sqrt[3]{p-1} + 1) = -1$$

$$\text{Если } \sqrt[3]{p-1} + 1 = 0 \Rightarrow p-1 = -1 \quad p=0, \text{ то}$$

$$3y^2 + 3y + 1 = 0 \quad D = 9 - 12 < 0, \text{ корней нет}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3 (проверено)

Значит  $p \neq 0$  и можно поделить на  $\sqrt[3]{p-1} + 1$ :

$$y = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \in [-1; 1]$$

$$-1 \leq \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 1$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1} + 1 \leq -1 \end{cases}$$

$$\sqrt[3]{p-1} \geq 0$$

$$p-1 \geq 0$$

$$p \geq 1, p \neq 1$$

, m.e.  $\sqrt[3]{p-1} \neq 0$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq -2$$

$$p-1 \leq -8$$

$$p \leq -7$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

другое решение

$$y = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$\cos n = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}, \text{ m.n. n.m. } \in [-1; 1], \text{ но}$$

$$n = \pm \arccos \left( \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \right) + 2\pi m, n \in \mathbb{R}$$

Причём  $p=1$  тоже выполняет получим ~~равенство~~ <sup>то же самое, когда</sup> <sup>считаем</sup> потому что

можно записать в одинаковом виде:

Ответ: при  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$  уравнение имеет

решения вида  $n = \pm \arccos \left( \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \right) + 2\pi m, n \in \mathbb{R}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Решение:  $W_1 \cap W_2 = A, B$

одн. искл.  $B$  м.с.,  $P$

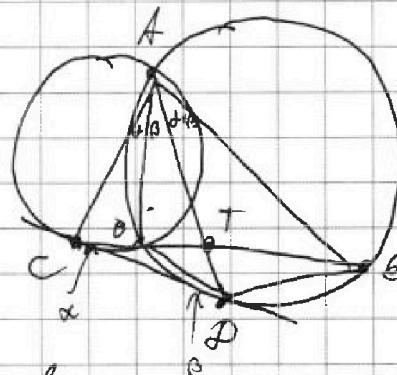
$CB \cap W_2 = B, E$

$AD \cap CE = T$

$CT : TE = 7 : 20$

$CP : CP = ?$

Решение: Пусть  $\angle BCD = \alpha$ ,  $\angle BDC = \beta$



Так  $\angle EBP = \alpha + \beta$ , как внешний и  $\angle EAP$  равен ему

м.е.  $\alpha + \beta$ , как  $\angle EAP$  не делит  $PE$  на  $W_2$

$\angle BCD = \angle BAC$ , как угол между пас. и хордой  
следовательно  $\beta = \angle BDC = \angle BAD$

М.е.  $\angle CAT = \angle CAB + \angle DAB = \alpha + \beta = \angle TAE$ , м.е.

$\angle CAT = \angle TAE = \alpha + \beta$  и  $AT$  - бисс.  $\angle CAE$ .

Ко сб - бы доказ-и  $\frac{AC}{AE} = \frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$

Пусть радиусы  $W_1$  и  $W_2$  равны соответственно  $R_1$  и  $R_2$ , то

и  $\triangle CBA$  по однозначн. т. синусов

$\frac{AC}{\sin \angle CBA} = 2R_1$ , и  $\triangle AGE$ :  $\frac{AE}{\sin \angle AGE} = 2R_2$ , поделив одно на другое получим:

$$\frac{AC}{AE} \cdot \frac{\sin \angle AGE}{\sin \angle CBA} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{20}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4 (пред-не)

$$\text{в } \triangle ABC \text{ по т. синусов } \frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R, \quad \angle BAC = \alpha$$

$$\text{в } \triangle BAP \text{ по т. синусов } \frac{BP}{\sin \angle BAP} = 2R_2, \quad \angle BAP = \beta$$

поделив одно на другое, получим, что

$$\frac{BC}{BP} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{20} \quad \textcircled{1}$$

$$\text{Кроме того, в } \triangle BCD \text{ по т. синусов } \frac{BD}{\sin \angle BDC} = \frac{BC}{\sin \angle BPD} \Rightarrow \frac{BD}{BC} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1 \quad \textcircled{2}$$

Перемножим \textcircled{1} и \textcircled{2}:

$$\frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = \frac{7}{20} \Rightarrow \left| \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right| = \sqrt{\frac{7}{20}}, \quad \text{синусы } > 0 \text{ при } \alpha, \beta \in (0, \pi), \text{ то} \\ \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{7}{20}}$$

Значит, что \angle CED = \angle BDC = \beta \text{ как угол между хордой и касательной}, то в \triangle CDE по т. синусов

$$\frac{CD}{\sin \beta} = \frac{DE}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

$$\text{Очевидно: } \sqrt{\frac{20}{7}} = \text{сторона : } CD$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

с. 8 земл. квадрат  
Пусть прямуг.-иц вид A, если  
он содержит из. сим-ин,

вид B, если он сим-инсп-о  
верт. ср. иц, и вид C, если  
сим-инсп-о горизонт. ср. иц.

Найдём число прямуг.-ов вид A.

Рассмотрим количества на ячейки сим-инсп-о четырёх.

Всего клеток  $500 \cdot 120$ , пар -  $\frac{500 \cdot 120}{2}$ . Могут быть  
прямуг. A, но для них  $\frac{500 \cdot 120}{4}$  пары клеток, т.е. таких  
прямуг.-ов  $C_4 \frac{500 \cdot 120}{2}$ .

Аналогичное кол-во прямуг.-ов видов B и C (таких же  
пар, но для них  $\frac{500 \cdot 120}{4}$  пары)

При этом, суммируя эти случаи и получая  $3C_4 \frac{500 \cdot 120}{2}$ ,  
мы посчитаем все прямуг.-иц, вид A только, вид C  
но сразу раздели. При этом, если прямугольник  
помимо 2 видов, то он сразу имеет виды A, B и C.

Это так, поскольку иначе можно разделить на чётные,  
нечётные, и осево-сим. Если прямуг. видов A, B, и C  
A, C, или B, C, то и одна из ячеек чётных заменена  
на, то все чётные заменены и прямуг.-иц получают  
нечётный вид



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5 (прав. - ил.)

Позже, получив  $3C \frac{500 \cdot 120}{2}$ , сначала, изложил

прямог.-иा сразу трёх видов посчитав по трем  
(т.е. треугольник A, треугольник B, треугольник C, т.е. сразу и A, и B, и C)  
раза и изъяснил, что из них убрать

и оставил прямог.-и на  $\frac{500 \cdot 120}{4}$  четвёртом разе и изъяснил,

в чём дальше дальше же, чтобы он был трёх видов, т.е.  
таких прямог.-в  $C \frac{500 \cdot 120}{4}$

И всего прямог.-в симметричны

$$3C \frac{500 \cdot 120}{2} - 2C \frac{500 \cdot 120}{4} =$$

Ошибки:  $3C \frac{500 \cdot 120}{2} - 2C \frac{500 \cdot 120}{4}$

$$= 3 \cdot C \frac{50000}{30000} - 2C \frac{15000}{15000}$$

$$\text{Ошибка: } 3C \frac{50000}{30000} - 2C \frac{15000}{15000}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение  $(a-c)(b-c) = p^2$ ,  $p$  - простое <sup>N6</sup>

Дано  $b-c = p^2$ ,  $a-c=1$ , тогда если вычитать из первого второго, получим

$$b-a-c+c=p^2 \quad ||$$

$$b-a=(p-1)/(p+1)$$

если  $p \neq 3$ , то  $p \equiv 1 \pmod{3}$  и  $p+1 \equiv 0 \pmod{3}$  и  $b-a \equiv 0 \pmod{3}$ . Значит это возможно только если  $p=3$  и

$$b-c=9 \quad a-c=1 \quad \Rightarrow \quad -c=1-a \quad \text{и} \quad b+a-a=9$$

При этом  $a^2+b=1000$ , и вычитая из этого предыдущее получаем  $a^2+b-(b+1-a)=1000-9$

$$a^2+a-1=991$$

$$a^2+a-992=0$$

$$D=1+3968=3969=63^2$$

$$a=\frac{-1+63}{2}=31 \quad \text{и} \quad a=\frac{-1-63}{2}=-32 \quad \text{и} \quad b=9+a-1=8+31=39,$$

$$c=a-1=30$$

$$b>a, \text{ т.к. } 39>31$$

тройка  $(31, 39, 30)$

$$a=\frac{-1-63}{2}=-32 \quad \Rightarrow \quad a=\frac{-64}{2}=-32 \quad b=9-1+a=8-32=-24$$

$$c=a-1=-33$$

$$b>a, \quad -24>-32$$

тройка  $(-32, -24, -33)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(II)  $b-c=1$   $a-c=p^2$  невязочисло, т.н.

$a>b$ , т.н.  $a-c>b-c$   $p^2>1$

(III)  $b-c=p$   $a-c=p$ , то  $a=b$ , невязочисло

$b-c=-p$   $a-c=-p$ ,  $a=b$

$b-c=-p^2$   $a-c=-1 \Rightarrow a>b$

$-1>-p^2$

(VI)  $b-c=-1$   $a-c=p^2-p^2$  вычетом:

$b-a-c+c=p^2-1$

$b-a=(p-1)(p+1)$  следовательно  $p=3$ , иначе  $b-a \neq 3$ , то

$b-a=$

$b-c=-1$   $a-c=-9 \Rightarrow -c=-a-9$  и  $b-a-9=-1$

$a^2+b=1000$ , вычитем из этого предположение:

$$a^2+b-(b-a-9)=1000+1$$

$$a^2+a+9=1001$$

$$a^2+a-982$$

Нам же  $a = \frac{-1 \pm \sqrt{63}}{2}$

$$a = \frac{-1+63}{2} \Rightarrow a = \frac{62}{2} \Rightarrow a = 31 \quad b = a+9-1 = 31+8=39$$

$c = a+9 = 40$   $b>a$  и тройка  $(31, 39, 40)$  подходит

$$a = \frac{-1-63}{2} \Rightarrow a = \frac{-64}{2} \Rightarrow a = -32 \quad b = -32+9-1 = -24$$

$c = a+9 = -32+9 = -23$   $b>a$  и тройка  $(-32, -24, -23)$  подходит

Ответ:  $(31, 39, 40)$   $(-32, -24, -23)$   
 $(31, 39, 40)$   $(-32, -24, -23)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7

Дано: призма  $A_1A_2A_3B_1B_2B_3$

$A_1A_2A_3$  равност.

$$\angle A_1A_2A_3 = 90^\circ$$

$$S_{A_1A_2B_1B_2} = S_{A_1A_3B_1B_3} = 6 \quad S_{A_2A_3B_2B_3} = 5$$

$V$  призмы?

Решение: Пусть предположим  $A_1A_2 = b$ ,  $A_1A_3 = a$  отрезка осн. равны.

$$\text{м.н. } S_{A_1A_2B_2B_1} = S_{A_1A_3B_3B_1}, \text{ то } ab \sin \angle B_1A_1A_2 = ab \sin \angle B_1A_1A_3$$

$$\text{м.н. } \sin \angle B_1A_1A_2 = \sin \angle B_1A_1A_3$$

( $\angle B_1A_1A_2 = \angle B_1A_1A_3$ , то  $\triangle B_1A_1A_2 \cong \triangle B_1A_1A_3$  подобн.)

$$\text{то } B_1A_3 = B_1A_2$$

$$(B_1A_1 = b)$$

$A_1A_2 = A_1A_3 = a$  (усл. равны)

проводим плоскость  $\gamma$  через  $A_1, B_1$  и средину  $A_2A_3$

м.н.  $\gamma \parallel B_1A_1, B_1A_3 \subset \gamma$  и  $B_2B_3 \parallel A_3B_3 \parallel A_1B_1$ , то

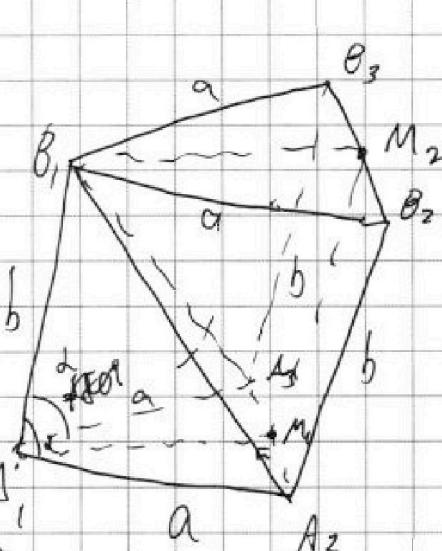
средина  $B_2B_3 \in \gamma$ . Пусть средины  $A_2A_3$  и  $B_2B_3$  это  $M_1, M_2$

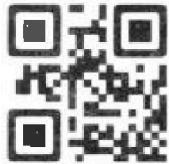
тогда м.н.  $\triangle A_2A_3B_1$  равноб. и  $A_1M_1$  - выс., то  $A_1M_1 \perp A_2A_3$

значит  $\triangle A_2A_3B_1$  равноб. и  $B_1M_1 \perp A_2A_3$

$B_1M_1 \not\perp A_1M_1$ , то  $\gamma \perp A_2A_3$  и  $\gamma \perp B_2B_3$ , м.н.

$$A_2A_3 \parallel B_2B_3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7 (прод - ие)

Очевидно получаем, что  $A_2 A_3 \perp M_1 M_2$ ,  $\angle A_2 A_3 B_3 =$

$= \angle A_2 M_1 M_2 = 90^\circ$  и  $A_2 A_3 B_3 B_2$  - прямокутнику, тоді

$$5 \\ A_2 A_3 B_3 B_2 = ab \text{ и } b = \frac{5}{a}$$

$$6 \\ \text{No, } S_{A_2 A_3 B_3 B_2} = ab \sin \angle B_3 A_2 A_3 < ab = 5 \\ \text{,противоречие}$$

Значит  $\angle B_1 A_1 A_2 + \angle B_1 A_1 A_3 = \pi$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$25 \cdot (-49) + 34 =$$

$$= 34 - 475$$

$$= -441$$

$$3n+2 =$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 19 \\ \hline 475 \\ 25 \\ \hline 475 \end{array}$$

$$2x$$

$$\begin{array}{r} 395 \\ \times 8 \\ \hline 475 \end{array}$$

$$2y$$

?

$$\begin{array}{r} 475 \\ 34 \\ \hline 441 \end{array}$$

2xy *ноль*

$$3n+2 =$$

$$\begin{array}{r} -441 \\ \times 1 \\ \hline -441 \end{array}$$

$$-55$$

$$\begin{array}{r} 4^3 \\ 2xy \quad / \quad 2 \\ \hline 2xy \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a-b \\ a^2+b^2-2 = \\ = 2ab \\ + 3-n = \end{array}$$

$$a^2+b^2 = n+6$$

$$(a, b, c) \quad a < b \quad b-a \neq 3 \quad (a-c)(b-c) = p^2 = 9$$

$$\textcircled{1} \quad a-c=1 \quad b-c=p^2$$

$$b-a+1=p^2$$

$$\begin{array}{l} a-c=p \\ b-c=p \end{array} \quad a(2b-1)$$

$$-a^2-a+1=p^2-1000$$

$$2ab -a+b -7=0$$

$$a^2+a-1=1000-p^2$$

$$d=1+4004-p^2=$$

$$a^2+a-1001+p^2=0$$

$$=4003-p^2=a^2$$

$$\textcircled{2} \quad a_1, a_2 = p^2 - 1001$$

$$\sqrt{n+6} =$$

~7

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$-57+2 = -55$$

$$\sqrt{n+6} = \frac{3-n}{1}$$

$$a = \frac{b-7}{1-b}$$

$$\sqrt{n+6} = \frac{\sqrt{3-n}-7}{1-\sqrt{3-n}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n+6 = \frac{\sqrt{17}-3}{2} + 6 = \frac{\sqrt{17}+9}{2}$$

$$\begin{array}{r} \cdot 72 \\ \times 25 \\ \hline 707 \end{array}$$

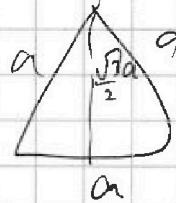
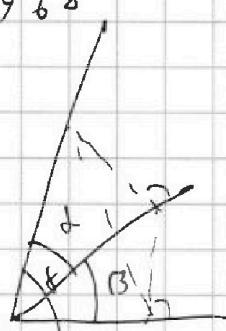
$$\begin{array}{r} -992 \\ -9 \\ \hline 368 \\ 36 \\ \hline 3968 \end{array}$$

$$144 + 752 = 896$$

$$\begin{array}{r} 896 \\ | \\ 224 \quad 3 \cdot 21 \\ 46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cdot 16 \\ 47 \\ 42 \\ 7 \\ \hline 54 \\ 82 \\ 67 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3969 \\ -36 \\ \hline 36 \\ 9 \end{array}$$



$$500 \cdot 60 = 3000$$

$$\begin{aligned} \cos(\beta_n) &= \cos^2 n \cos n \\ &\quad - \sin^2 n \sin n \\ &= (2\cos^2 n - 1) \cos n \\ &\quad - 2\sin^2 n \cos n \\ &= 2\cos^3 n - \cos n \\ &\quad - 2(1 - \cos^2 n)\cos n = \end{aligned}$$

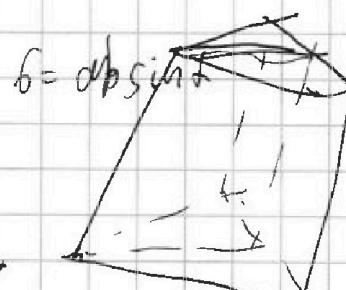
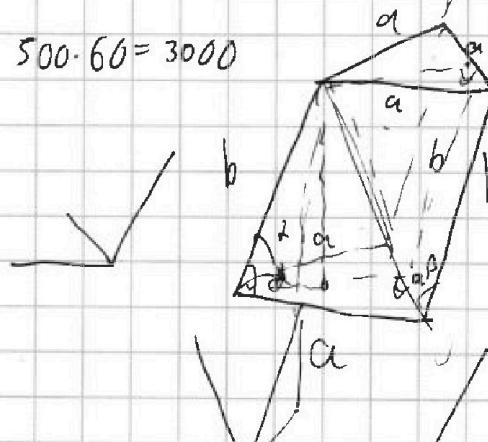
$$\begin{array}{r} -21 \\ -21 \\ \hline 42 \\ 4 \end{array}$$

$$C_4 = \frac{4\pi}{4}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3} \\ 4 \\ a^2 = 4 \\ a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}} \end{array}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$= 4\cos^3 n -$$



$$C_8^2 =$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{2} =$$

$$= 4 \cdot 7 =$$

$$= 28$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ 63 \\ \hline 189 \\ 189 \\ \hline 36 \\ 39 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$   
 $\frac{DE}{\sin \gamma} = 2R_2$   
 $\frac{FC}{\sin \beta} = 2R_1$   
 $\frac{FC}{DE} = \frac{7}{20}$   
 $\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}$   
 $CD^2 = CB \cdot CE$   
 $TB \cdot TE = TD \cdot TA$   
 $\frac{CB}{\sin \gamma} = 2R_1$   
 $\frac{BD}{\sin \alpha} = 2R_2$   
 $\frac{AC}{\sin \gamma} = 2R_1$   
 $\frac{R_1}{R_2} = \frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}$   
 $\frac{CB}{BD} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{7}{20}$   
 $\frac{CB}{BD} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = 1$   
 $\frac{CD^2}{BD^2} = \frac{7}{20}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4py^3 + 12y^2 + 12y + 4 = 0$$

$$y \in [-1; 1]$$

$$4(y+1)^3 = 4y^3 + 12y^2 + 12y + 4 = 0$$

$$3y^3 + 3y + 1 = 0$$

$$4(p-1)y^3 + 0 \cdot 4(y+1)^3 = 0$$

$$4(p-1)y^3 + (y+1)^3 = 0 \quad p=1 \Rightarrow y=-1 \text{ (1)}$$

(не тут)

p > 1

$$(\sqrt[3]{p-1}y^3 + (y+1)) (\sqrt[3]{(p-1)^2}y^2 - \sqrt[3]{p-1}y(y+1) + (y+1)^2)$$

$$\sqrt[3]{p-1}y^3 + y+1 = 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} \frac{z^2}{(y+1)^2} - \sqrt[3]{p-1} \frac{z}{y+1} + 1 = 0$$

$$y(\sqrt[3]{p-1} + 1) = -1$$

$$\sqrt[3]{(p-1)^2} z - \sqrt[3]{p-1}$$

$$y \neq -1$$

$$z^2 - z + 1 = 0$$

$$y = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$p \neq 1, 0$$

y:

$$\text{или } \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq -1$$

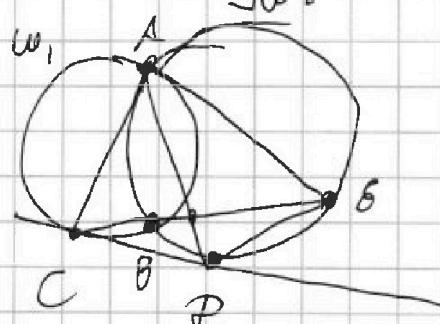
$$1 \geq -\sqrt[3]{p-1} - 1$$

$$-\sqrt[3]{p-1} < 2$$

$$\sqrt[3]{p-1} > -2$$

$$p-1 > -8$$

$$p > -7$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-z^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+6=a \\ 3-x-2z=b \end{array} \right.$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b-2z} + 7 = 2\sqrt{ab-18+y+2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > -6 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-z^2+2 \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$y=18$$

$$18+2=20$$

$$z=0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-z^2}$$

Имеем неравенство срещущее

$$p\cos(3n) + 6\cos(2n) + 3(p+n)\cos n + 10 = 0$$

$$\cos(2n) = \cos^2 n - \sin^2 n = 2\cos^2 n - 1$$

$$\cos(3n) = \cos(2n+n) = \cos(2n)\cos n - \sin(2n)\sin n =$$

$$= (2\cos^2 n - 1)\cos n - 2\sin^2 n \cos n =$$

$$= (2\cos^2 n - 1)\cos n - 2(1 - \cos^2 n)\cos n =$$

$$= 2\cos^3 n - \cos n - 2\cos n + 2\cos^3 n =$$

$$= 4\cos^3 n - 3\cos n$$

$$p(4\cos^3 n - 3\cos n) + 6(2\cos^3 n - 1) + 3(p+n)\cos n + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 n + 12\cos^3 n + (3p+12-3p)\cos n + 9 = 0$$

$$4p\cos^3 n + 12\cos^3 n + 12\cos n + 9 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y > 18 \\ y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ 3y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ y = \frac{\sqrt{400-z^2}+36}{3} > 18 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{400-z^2}+36 > 48$$

$$\sqrt{400-z^2} > 12$$

$$z \in [-10\sqrt{3}, 10\sqrt{3}]$$

$$y \in [-2, 18]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -y-2+2y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ y-36 = \sqrt{400-z^2} \end{array} \right.$$

$$y < 18 \quad (1)$$

$$y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y = \sqrt{400-z^2} + 36 \quad (1)$$

$$y < 2$$

$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y = 34 - \sqrt{400-z^2} \quad (1)$$

$$y > 18$$

$$y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{400-z^2}+34}{3} < \frac{20+34}{3} =$$

$$= \frac{34}{3} =$$

$$= 18$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n \in \mathbb{R}: \sqrt{(25n+34)(3n+2)} = b$$

$$bq^2 = 2-n$$

$$\sqrt{25n+34} = 0 \quad (\times)$$

$$bq^8 = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^2}}$$

$$\frac{-100}{9}$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} q^8 = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}}$$

$$\sqrt{25n+34} \left( \sqrt{3n+2} q^8 - \frac{1}{\sqrt{(3n+2)^3}} \right) = 0$$

$$\sqrt{3n+2} q^8 = \frac{1}{\sqrt{(3n+2)^3}} = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} - 2z + 7 = \\ = 2 \sqrt{ab - 2a^2b + y + z}$$

$$25n+34 > 0$$

$$3n+2 > 0$$

$$\frac{\sqrt{(3n+2)^4} q^{8-1}}{\sqrt{(3n+2)^3}} = 0$$

$$(3n+2)^2 q^{8-1} = 0$$

$$\frac{\sqrt{(25n+34)(3n+2)}}{\sqrt{3n+2}} = 2-n \quad ((3n+2)q^4 - 1) / (3n+2)q^4 + 1 = 0$$

$$\sqrt{n+6}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{3n+2}}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} - 2z + 7 =$$

$$q = \pm \frac{1}{\sqrt{3n+2}}$$

$$= 2 \sqrt{ab - 18 + y + z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{n+6} - \sqrt{3-n-2z} + 7 = 2\sqrt{y - 3n - n^2 - z} \\ (y+2) + 2(y-18) = \sqrt{400 - z^2} \end{array} \right.$$

$$z \in [-20, 20]$$

$$n+6 = a$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq 7$$

$$n+b = a$$

$$3-n-2z = b$$

$$3-n = b$$

$$\begin{aligned} ab &= (n+6)(3-n-2z) = \\ &= 3n - n^2 - 2nz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= (n+6)(3-n) = 3n + 18 \\ &\quad - n^2 - 6n = \\ &= 18 - 3n - n^2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!