



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 560$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \\ a \cdot q^{12} = 5-x \\ a \cdot q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \cdot q^6 > 0 \\ a \cdot q^{14} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 > 0 \\ a \cdot q^{12} > 0 \end{cases} \Rightarrow x \leq 5$$

~~разделим~~ $\frac{a \cdot q^{14}}{a \cdot q^6} = q^8 = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} = (x+1)$
 $\Rightarrow q^4 = |x+1|$

$$\begin{cases} a^2 \cdot q^{20} = \frac{13x-35}{|x+1|} \\ a^2 \cdot q^{24} = (5-x)^2 \end{cases}$$

$$\left(\frac{13x-35}{|x+1|} \right) \cdot |x+1| = (5-x)^2$$

1) $x \geq -1$

$$13x - 35 = (5-x)^2$$

$$13x - 35 = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 + 60 - 23x$$

$$x_2 = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 240}}{2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$\frac{23 \pm 17}{2} = \begin{cases} 20 \\ 3 \end{cases}$$

7.х

$$x \leq 5 \Rightarrow x_1 = 3$$

$$13 \cdot 3 - 35 > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \leq -1$$

$$13 \quad 35 - 13x + (5 - x)^2$$

$$35 - 13x = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 - 10x + 3x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -5$$

$$\frac{-13 \cdot 5 - 35}{-4} > 0 \rightarrow \text{подходит в ответ}$$

$$\text{Ответ: } x = 3, -5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

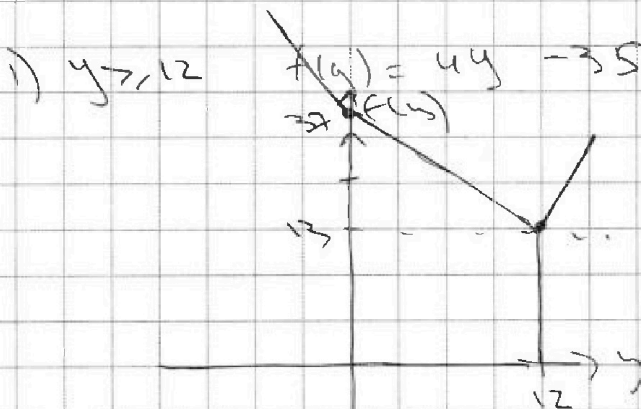
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{y-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

огр: $\begin{cases} x \geq -3 \\ y \geq x \\ y+x-x^2+z \geq 0 \\ z \geq -13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y \geq -3+z \Rightarrow z \geq 7 \\ y \geq x^2-4 \Rightarrow x \geq 4 \end{cases}$

максимум функции $\sqrt{169-z^2}$ при $z=0$

$\Rightarrow \sqrt{169-z^2} \text{ при } z=0$

Найдем графике $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$



2) $-1 \leq y \leq 12$ $f(y) = y+1 - 3y + 36 = 37 - 2y$

3) $y \leq -1$ $f(y) = -4y + 35$

Таким образом минимум



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

функция $f(y) | 6$ также $13 \Rightarrow$

ней достигается равенство минимума

уравнения $\Rightarrow y=12; z=0$

Подставим в первое уравнение

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$\begin{cases} x+3 = a \\ 4-x = b \end{cases}$$

, тогда:

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 5 = (2a+1)b \Rightarrow b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$\rightarrow \sqrt{4-x} = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{2x+7}} = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{(x+2)(x+7)}} = \frac{x+8}{x+8} = x+8$$

$$3x + 2x^2 = 7x + 28 = x + 8$$

$$2x^2 - 4x - 20 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$$

$$\text{т.к. } x > -3, \text{ то } x = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{4-x} = \frac{\sqrt{x+3} + 5}{2\sqrt{x+3} + 1}$$

$$4-x =$$

$$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}\right)^2 = x+3 - 4-x - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} =$$

$$= 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$$

$$2x - 1 + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$2x(x+2)^2 = 2(x+3)(4-x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4 + 4x = (12 + x - x^2)$$

$$2x^2 - 8 + 4x = 0$$

$$x_{2,3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 64}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{80}}{4} \Rightarrow$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 4$$

$$x = \frac{\sqrt{80} - 4}{4}$$

Ответ: $y = 12$; $z = 0$; $x = \frac{\sqrt{80} - 4}{4}$

$$x^2 + 4 + 4x = 48 + 4x - 4x^2$$

$$5x^2 - 44 = 0$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{44}}{5} \quad +, - \quad +, -3$$

$$x = \sqrt{\frac{44}{5}} \quad \text{Answer:}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad \Rightarrow (a-b) : 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{aligned} a-c &= p \\ b-c &= q \end{aligned}$$

$$a-c=1$$

$$c = a-1$$

$$(b-a-1) = p$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{matrix} 1 & \neq \\ 2 & 0 \end{matrix}$$

$$560 \Rightarrow 2$$

$$b : 3$$

$$a = 560 - b^2$$

$$b + b^2 - 560 - 1 = 3$$

$$\begin{aligned} 2 \sqrt{b^2 + b^2 - 564} &= 0 \\ \sqrt{2b^2 - 564} &= 0 \\ 2b^2 - 564 &= 0 \\ b^2 &= 282 \\ b &= \pm \sqrt{282} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 564 \overline{) 1128} \\ \underline{54} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 282 \overline{) 564} \\ \underline{564} \\ 0 \end{array}$$

49h

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 121} \\ \underline{99} \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 144} \\ \underline{12} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

$$b + b^2 - 552 = 0$$

$$b + 8 + b^2 = 560$$

$$b + 8 = 552 \Rightarrow b = 544$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \overset{23}{\cos 2x} + 6 \cos x = p$$

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 6 \cos x = p$$

$$(\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x (1 - \cos^2 x) + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

Пусть $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$

$$(2t^2 - 1)t - 2t(1 - t^2) + 3(2t^2 - 1) + 6t = p$$

$$2t^3 - t - 2t + 2t^3 + 6t^2 - 3 + 6t = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

Возьмем производную $y f'(t)$

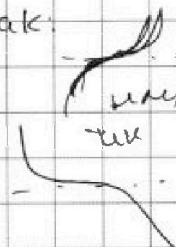
$$12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4t^2 + 4t + 1 = 0 \quad t_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$f''(t) = 24t + 12$$

на промежутке $\frac{1}{2}$ промежутке $f''(-\frac{1}{2}) = 0$
то есть ~~это~~ ~~как~~ максимум ~~выглядит~~ так:

промежутки $-1, 1, -\frac{1}{2}$ в $f(t)$



$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8} + \frac{3}{2} + \frac{-3}{2} - 3 = 2\frac{7}{8}$$



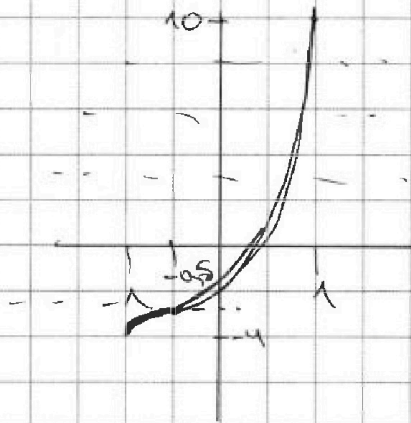
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow график $f(t)$ на интервале $t \in [-1; 1]$
выглядит \rightarrow имеет такой вид



то есть при всех $p \in [-4; 10]$

$p = g(t)$ данная хорда
пересекает $f(t)$ в
одной точке

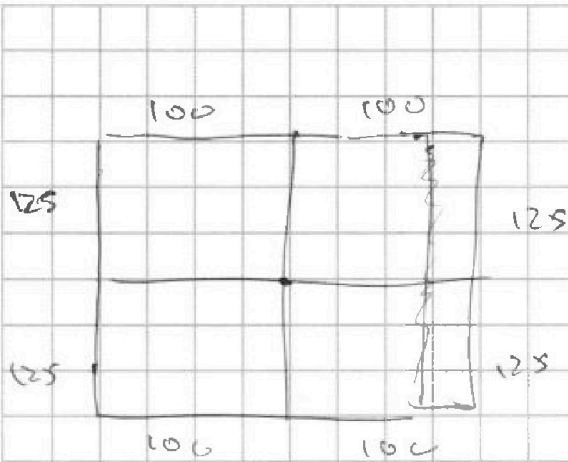


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



15

Разделим прямоуголь-

ник на 4 части его средними линиями. При этом эти линии пройдут через центр

прямоугольника.

Посчитаем отдельно кол-во вариантов выбора в клетках для каждого типа шмелей:

1) Центральная шмелей. По 1-й вертикальной клетке второй, шмелей же откос.

цвета выбирается автоматически. Тогда для каждой пары клеток одну выбираем мы сами без ограничений edge. Пусть мы выбираем ее в верхней половине прямоугольника, если выберет в нижней, то посчитаем наоборот. Тогда

в верхней части есть $\binom{4}{2} = 6$ способов выбрать 2 клетки.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

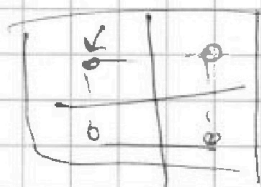
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично количество способов выбрать 8 клеток для 2-ух типов линейных шпалер (выберем 4 клетки в 1-ой половине, остальные и задаются автоматически).

$$\text{это } C_{25000}^4 + C_{25000}^4.$$

Теперь надо учесть, что некоторые способы могут быть двойные (или трижды). Если 1 способ подходит одновременно

под 2 каких-то разных типов шпалер, то он удовлетворяет всем 3-ем типам шпалер. Найдем кол-во способов выбрать 8 клеток удовлетв. 3-ем типам шпалер. (Теперь 1 выбранная клетка задаст еще 2) \rightarrow по аналогии с предыдущими случаями это



$$C_{12500}^2.$$

Таким образом, эти 2 способа будут посчитаны по

$$\text{два раза} \Rightarrow \text{всего способов } 3 C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

т.к. $a > b$ $a-c > b-c \Rightarrow$ по осн.

теореме арифметики

$a-c = p^2$; $b-c = 1$ (т.к. $(a-c)(b-c)$ раскл. является только $p \cdot p$)

$$\Rightarrow c = b - 1 \Rightarrow (a - b + 1 = p^2)$$

$$\begin{cases} b^2 = 1 \\ 560 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 = 1 \text{ и } a = 1$$

$$\begin{cases} b = 1 \\ 2 \\ b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

но т.к. $b - a = 0$, то

$$b = 2 \text{ либо}$$

$$2) \begin{cases} b^2 = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$1) a - b + 1 = p^2$$

найдем то выражение по модулю 3

$$1 - 2 + 1 = p^2 = 0 \Rightarrow p^2 \equiv 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\Rightarrow a - b + 1 = 9 \Rightarrow a = b + 8$$

$$0 \text{ тогда } b + b^2 - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0 \Rightarrow \text{т.к. } b = 2, \text{ то } b = 23$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x-3} - \sqrt{4-x-2z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

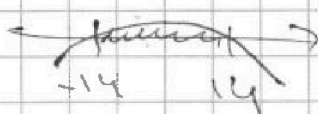
$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{196 - z^2}$$

~~1) $x > 3$~~

~~$(14-z)/(14+z)$~~

225=12
51
22

2) $x+2 < 4$

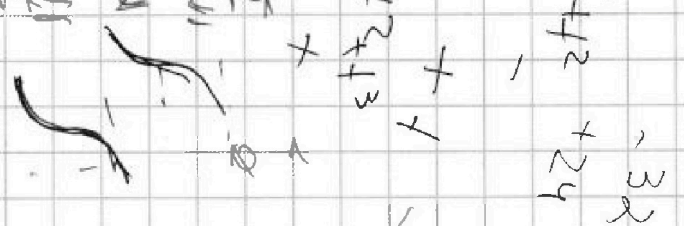


3) $y+x-x^2+z > 0$

~~4) $x > 3$~~

$-14 \leq z \leq 14$

$7 \leq x-4 \leq 8$



$2 \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{0}{5}$
 $5 \cos \frac{\alpha}{2} = 3$
 $5 \cos \frac{\alpha}{2} = 3$

$4 \cos \frac{\alpha}{2} = 3 + x + 8$

$2 \cos \frac{\alpha}{2} = 3$

$z \leq 7$

$(2t+1)/(2t-1)$

$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$

$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 6 \cos x = p$

$\cos x(2 \cos^2 x - 1) - \sin 2x \cos x + 3(\cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$

$2 \cos^2 x = t$
 $t(2t^2 - 1) - 2t(1-t^2)$

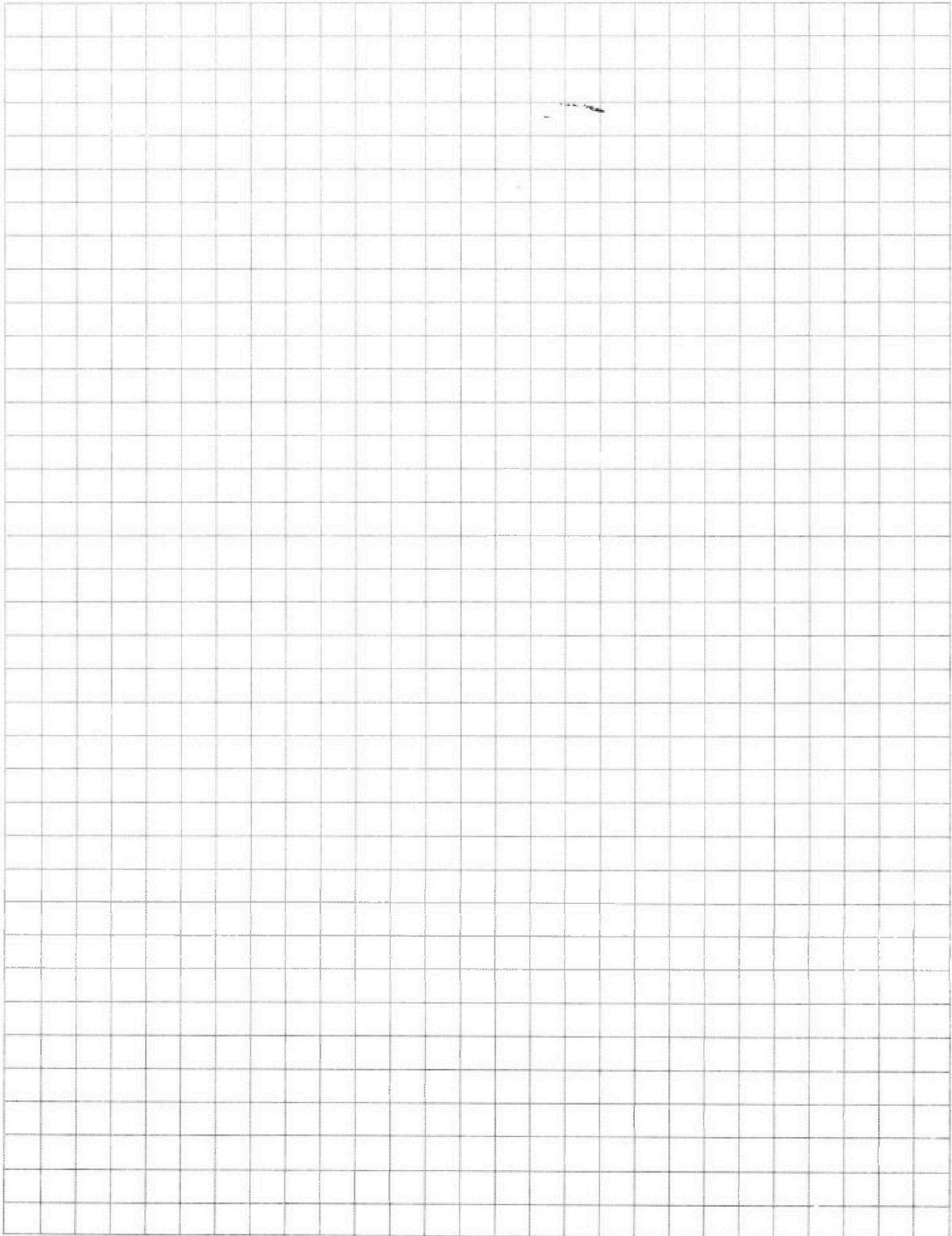


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b + 8 = 31 \quad c = b - 1 = 22$$

$$2) \begin{cases} b \Rightarrow 0 \\ a \Rightarrow 2 \end{cases} \quad a - b + 1 = p^2 \quad (\text{наименьшее на-} \\ \text{меньшее ост. числа 3}) \\ 2 - 0 + 1 = p^2 \Rightarrow p = 3$$

$\Rightarrow p = 3$ т.к. простое модульное уравнение
такое же как в предыдущем случае

$$и \quad b = -24 \quad ; \quad a = b + 8 = \overset{-16}{-16} \quad ; \quad c = b - 1 = \overset{-25}{-25}$$

Ответ: ~~(32, 24, 23)~~ ; (31, 23, 22)
(-16; -24; -25)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a \cdot q^{15}) \cdot a \cdot q^7 = a^4 \cdot q^{52}$$

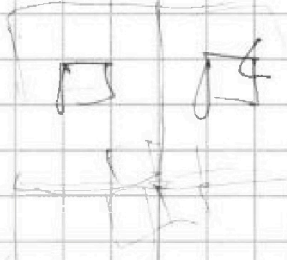
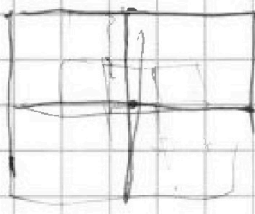
$$(a \cdot q^{13})^4 = a^4 \cdot q^{52}$$

$$(s-x)^4 = 13x - 35x^2$$

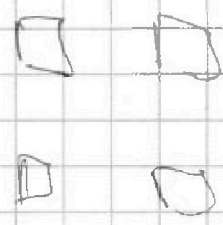
$(x=1/3)$

$$100 \cdot (25 / (100 - 25 - 1))$$

$$100 \cdot 250 / (100 - 250 - 1)$$



$$200 - 125$$



$$\begin{array}{r} 9 \ 6 \\ \hline 9 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \ 5 \\ \hline 9 \ 6 \end{array}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\begin{array}{r} 9 \ 6 \\ \hline 2 \ 4 \\ \hline 2 \ 4 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 9 \\ \hline 2 \ 3 \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$$

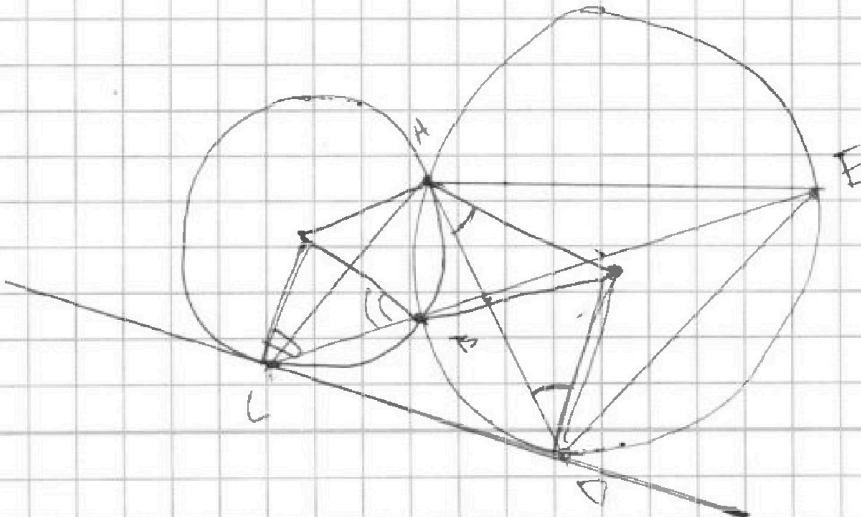
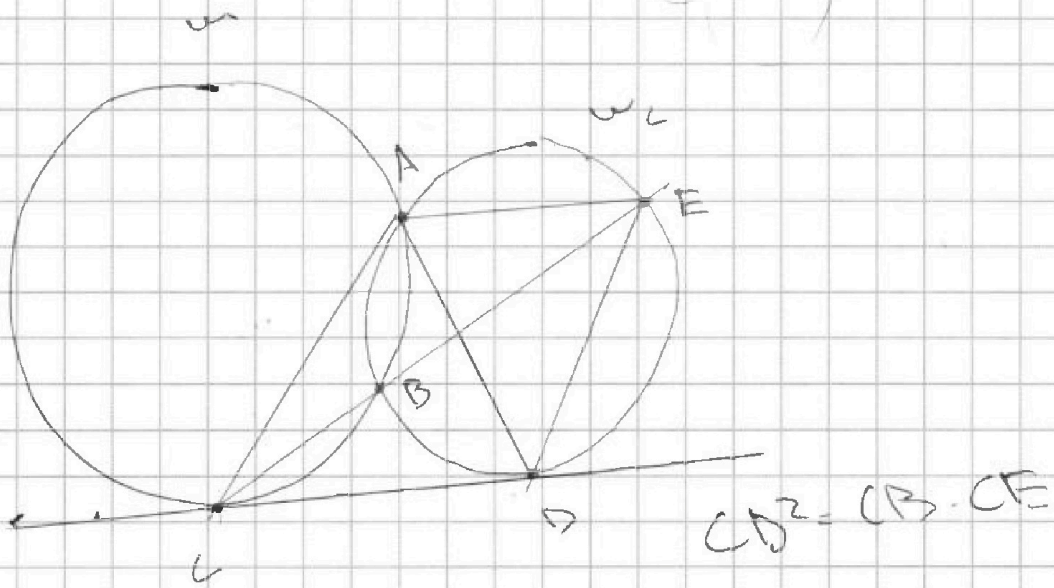
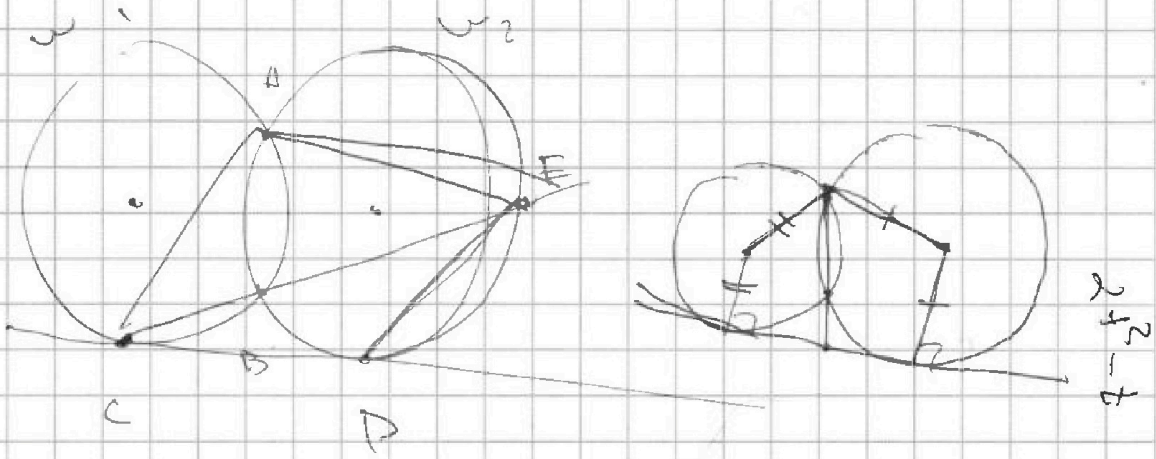


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos x \cos 2x - \cancel{\cos x \sin 2x} + 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 6\cos x = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x - 1) - \cancel{2\sin x \cos x} + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$(\cos x + 3)(2\cos^2 x - 1) - \cancel{2\cos x(1 - \cos^2 x)} + 6\cos x = 0$$

$$(t + 3)(2t^2 - 1) - 2(1 - t^2) + 6t = p \quad \begin{matrix} 5t^2 + 0 \\ -2t + 0 \\ \hline 2t^2 + 6t \end{matrix}$$

$$2t^3 + 6t^2 - 3 - t + 6t = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x - 1) - 2\cos x(1 - \cos^2 x) + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x + 1 - 2 + 2\cos^2 x) + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$2(4t^2 - 3) + 6t^2 - 3 + 6t = 0 \quad \begin{matrix} 4t^2 \\ +6t \\ -3 \\ \hline 4t^2 + 6t - 3 \end{matrix}$$

$$2t^3 - t - 2t + 2t^3 + 6t^2 - 3 + 6t = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$\cos 2x(\cos x + 3) - (1 - \cos^2 x)\cos x + 6\cos x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-z+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{(13-z)(13+z)}$$

случ:

$$\begin{cases} x > -3 \\ 4 > x+z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4 > -3+z \rightarrow z > 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x-z+2 > 0 \\ y+4 > x^2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x & \rightarrow & z \\ -13 & & 13 \end{matrix}$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$35 - 4y \leq 12$$

$$6,5 \cdot 6,5$$

$$40 - 35$$

$$\frac{-169}{4} \cdot 4$$

$$f(y) = |y+1| + 3|y-12|$$

$$1) y > -12$$

$$f(y) = 4y - 35$$

$$\begin{aligned} y+1+36-3y \\ 37-2y \end{aligned}$$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad x \geq -3$$

$$\frac{a-b+5}{-1} = 2ab$$

$$x \leq 4$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 5 + 2ab$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{169} = 13$$

