



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_n: b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}}; b_{10} = x+4; b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{b_{12}}{b_4} = q^8 = (x-3)^2 \Rightarrow q^4 = |x-3|$$

$$\left. \begin{aligned} b_{10}^2 &= b_1^2 \cdot q^{18} = (x+4)^2 \\ b_{12} \cdot b_4 &= b_3^2 \\ b_{12} \cdot b_4 &= \frac{15x+6}{x-3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow q^4 = \frac{b_{10}^2}{b_3^2} = \frac{(x+4)^2 (x-3)}{15x+6}$$

$$|x-3| = \frac{(x+4)^2 \cdot (x-3)}{15x+6}$$

$$1) x \geq 3; x^2 + 8x + 16 = 15x + 6; x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = 5$$

$$2) x < 3; x^2 + 8x + 16 = -15x - 6; x^2 + 23x + 22 = 0;$$

$$x = -1$$

$$x = -22 \leftarrow \text{не подходит, т.к. } b_4 > 0, b_{12} > 0 \Rightarrow b_{10} > 0, \text{ но}$$

$$\text{при } x = -22 \quad b_{10} < 0 \Rightarrow \text{противоречие.}$$

Ответ: -1; 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1}. \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2 \cdot \sqrt{35 - 2x - x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2 \cdot \sqrt{36 - (x+1)^2}$$

$$-7 \leq x \leq 5$$

~~$$\sqrt{x+7} + 6 = 2 \sqrt{36 - (x+1)^2} + \sqrt{5-x} \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x+7} + 36 = 4 \cdot (36 - (x+1)^2) + 4\sqrt{5-x}$$~~

~~$$2\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \sqrt{36 - (x+1)^2} - 6 \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow x+7 + 5-x - 2\sqrt{x+7} \cdot \sqrt{5-x} = 4(36 - (x+1)^2) - 24\sqrt{36 - (x+1)^2} +$$~~

~~$$+ 36 \Rightarrow 12 - 2\sqrt{(x+7) \cdot (5-x)} = 4(36 - (x+1)^2) - 24\sqrt{36 - (x+1)^2} + 36 \Rightarrow$$~~

~~$$\text{Пусть } t = x+1 \Rightarrow \sqrt{t+6} - \sqrt{6-t} = 2\sqrt{36-t^2} - 6 \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow 12 - 2\sqrt{36-t^2} = 4 \cdot (36 - t^2) - 6\sqrt{36-t^2} + 9$$~~

~~$$\text{Пусть } \sqrt{36-t^2} = p \Rightarrow 4 \cdot (p^2 - 6p + 9) = 12 - 2p$$~~

~~$$p > 0$$~~

~~$$4p^2 - 24p + 36 = 12 - 2p; \quad 4p^2 - 22p + 24 = 0;$$~~

~~$$2p^2 - 11p + 12 = 0; \quad p = 12/2 - 8/2 = 2.5$$~~

~~$$\left[\begin{array}{l} p = \frac{11+5}{4} = 4 \\ p = \frac{11-5}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{36-t^2} = 4 \\ \sqrt{36-t^2} = \frac{3}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 36-t^2 = 16 \\ 36-t^2 = \frac{9}{4} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t^2 = 20 \Rightarrow \\ t^2 = 33\frac{3}{4} \end{array} \right.$$~~

~~$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x+1)^2 = 20 \\ (x+1)^2 = \frac{135}{4} \end{array} \right.$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

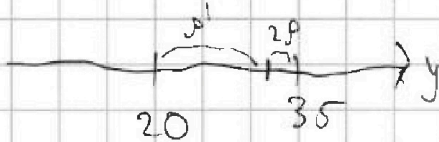
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\textcircled{2} \quad |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$



Рассмотрим $\textcircled{2}$ уравнение, левую часть:

геометрически она обозначает сумму расстояний

от y до 20 и двух расстояний от y до 35,

минимальное значение этого выражения достигается

при $y = 35$, т.к. при смещении вправо по оси

расстояния будут только расти, а при смещении

влево по оси расстояния от y до ~~20~~ ²⁰ будут

сокращаться (на $[20; 35]$), но при этом та же

величина будет ~~два~~ ^{два} раза добавляться, т.е. выражение

может будет расти.

Итак минимум левой части равен $|35-20|=15$

максимум правой части равен 15; $\sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$

равенство может достигаться только при $z=0$; $y=35$.

(необходимые условия)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

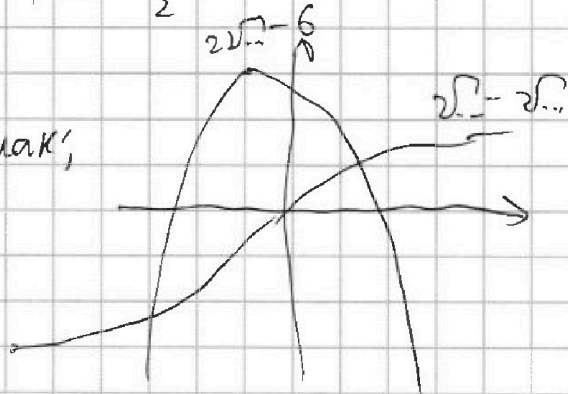
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+1 = \pm 2\sqrt{5} \\ x+1 = \pm \frac{\sqrt{135}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \pm 2\sqrt{5} \\ x = -1 \pm \frac{\sqrt{135}}{2} \end{cases}$$

но графики выглядят примерно так:



при $t^2 = 20$:

$$\sqrt{t+6} - \sqrt{6-t} = 8 \Rightarrow \sqrt{6+t} > \sqrt{6-t} \Rightarrow t = 2\sqrt{5}$$

$$\text{при } t^2 = 33\frac{3}{4}; \sqrt{6+t} - \sqrt{6-t} = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{6+t} < \sqrt{6-t} \Rightarrow t = -\frac{\sqrt{135}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{5} - 1 \\ x = -1 - \frac{\sqrt{135}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (2\sqrt{5}-1; 35; 0); (-1 - \frac{\sqrt{135}}{2}; 35; 0).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cdot \cos 2x + P$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + P$$

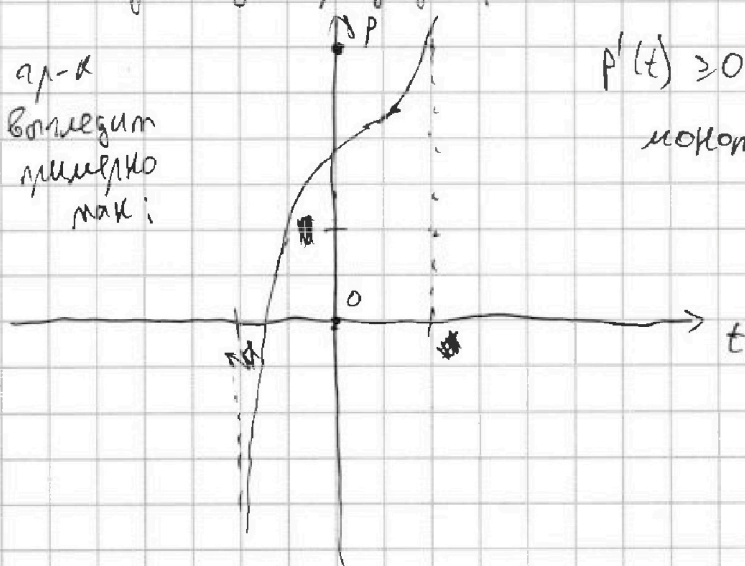
$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = P$$

Пусть $\cos x = t$; $|t| \leq 1$

$$P(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$P'(t) = 12t^2 - 12t + 3; \quad D = 144 - 144 = 0;$$

Найдём нуль производной: $t = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$



$P'(t) \geq 0$ всегда \Rightarrow функция монотонна (неудовлет) \Rightarrow

\Rightarrow достаточно найти "крайние" значения, ограничивающие область определения.

$$P(1) = 4; \quad P(-1) = -10 \Rightarrow \text{решение существуют}$$

или $-10 \leq P \leq 4$;

При этом у уравнения будет единственное решение,

найти которое можно по формуле Кардано;

$$t = \sqrt[3]{\frac{b^3}{27} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + \dots}} + \sqrt[3]{\frac{b^3}{27} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - \dots}}, \quad \text{где } a, b - \text{коэффициенты}$$

приведённого кубического уравнения вида: $x^3 + ax + b = 0$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0 \quad -10 \leq p \leq 4$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0; \quad t = -1;$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - 1 = 0; \quad t = 1$$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0;$$

$$\sqrt[3]{\frac{q^3}{27} + \sqrt{\frac{p^3}{4}}} + \sqrt[3]{\frac{q^3}{27} - \sqrt{\frac{p^3}{4}}}$$

$$\cos x = t; \quad x = \pm \arccos t + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

при $-1 \leq p \leq 4$ t определяется однозначно при этом

$$t = \cos x \Leftrightarrow x = \pm \arccos t + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$|t| \leq 1$

Ответ: $\forall p, p \in [-10; 4]$

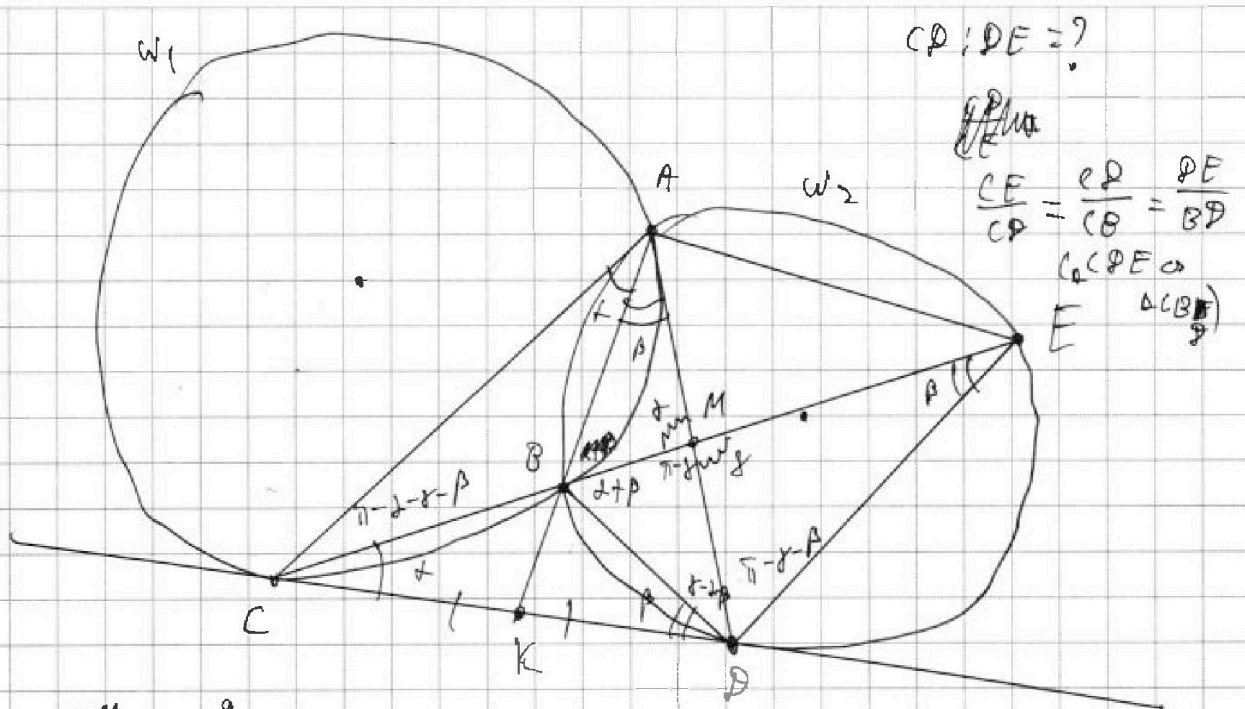


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CM}{ME} = \frac{9}{25}$$

$$\left. \begin{aligned} CK &= KB \cdot KA \\ KD &= KB \cdot KA \end{aligned} \right\} \text{(сечение точки)} \Rightarrow CK = KD \Rightarrow$$

$\Rightarrow AK$ - мед. в ΔCAP ; BK - мед. в ΔCDP

$$CD = CB \cdot CE \text{ (сечение точки C отн. } w_2)$$

$$\angle ABM = \alpha \quad \angle BCP = \alpha; \quad \angle BDC = \beta;$$

$$\angle ABM = \alpha \quad \angle BMA = \delta; \quad \angle ACM = \pi - \alpha - \beta - \delta$$

~~$\angle BCP = \alpha$~~

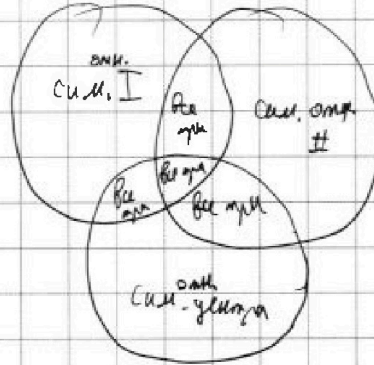
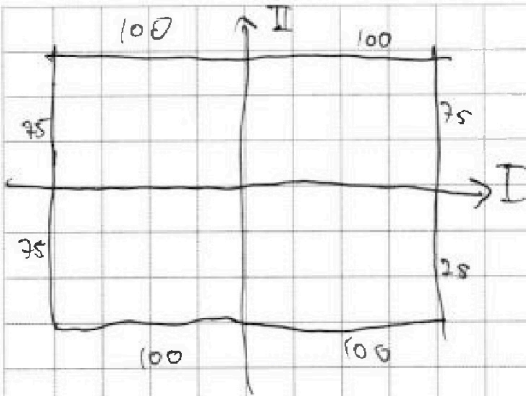


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Посчитаем кол-во способов выбрать клетки, симметрично
или углов
одной из осей; необходимо выбрать четыре клетки
в одной из полуосей и они однозначно зададут
раскраску. $N_1 = N_2 = N_{углов}$

Итак кол-во способов будет равняться числу
способов выбрать последовательно четыре клетки и поделить
на перестановки (4!)

$$N_1 = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{24} = N_2 = N_{углов}$$

При этом три раза посчитано случаи, когда соблюдаются
все три симметрии (из соблюдения двух каких-либо симметрий
следует наличие всех трех симметрий), т.е. когда
в каждой четверти симметричным образом лежат по
две клетки.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кол-во способов выбрать клетки, так, чтобы соблюдалась

все три симметрии: $\frac{7500 \cdot 7499}{2}$ (последовательно

выбрано две клетки в одной четверти прямоугольника, задающие всю раскраску). Это число необходимо будет вычитать из ответа два раза:

$$N_{\text{исполн}} = N_I + N_{II} + N_{\text{угла}} - 2 \cdot N_{\text{перес.углов}}$$

$$N_{\text{исполн}} = 3 \cdot \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{8} - 7500 \cdot 7499 =$$

$$= \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{8} - 7500 \cdot 7499 =$$

$$= 3 \cdot \binom{15000}{4} - 2 \cdot \binom{7500}{2} \quad \left(\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \right)$$

$$\text{Ответ: } 3 \binom{15000}{4} - 2 \binom{7500}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \not\equiv 3 \end{cases}$$

$$(a-c) \cdot (b-c) = p^2, \quad p - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 820$$

$$(a-c) \cdot (b-c) = p^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b-c=1 & \textcircled{1} \\ a-c=p^2 & \textcircled{1} \\ b-c=p-p^2 & \textcircled{2} \\ a-c=p-1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$p \equiv 1, -1 \pmod{3}$ означают, что p ~~не может~~ может иметь остатки при делении на три равными 1 или ~~-1~~

$$\textcircled{1}: a-b = p^2 - 1, \text{ но если } p \neq 3, \text{ то } \begin{matrix} p \equiv 1, -1 \\ p^2 \equiv 1 \end{matrix} \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |p^2 - 1| : 3, \text{ что противоречит условию } a-b \not\equiv 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p=3; \quad p^2 - 1 = 8 \Rightarrow \begin{cases} a + b^2 = 820 \\ a - b = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2 + b = 812; \quad b^2 + b - 812 = 0; \quad D = 57^2;$$

$$\begin{cases} b = -157 - 29 \\ b = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a & b & c \\ (36; 28; 27) \\ \text{и другие варианты} \end{matrix}$$

случай $\textcircled{2}$ сводится к первому, т.к. $a-b = p^2 - 1$ (вотли из ~~нижнего~~ ~~верхнего~~)
и к нему приводит $b = -29: (-215-29; -30)$

Ответ: $(36; 28; 27); (-215-29; -30)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cdot \cos x = 3 \cos 2x + p \quad ; \text{хорошо даю оценку } p \text{,}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cdot \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$|t| \leq 1, \cos x = t;$$

$$4t^3 - 6t^2 - 3t + 3 = p$$

$$p(-1) = -4 + 6 - 3 + 3 = -4$$

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) - 6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 3 =$$

$$= -2 + \frac{3}{2} + 3 = \frac{5}{2}$$

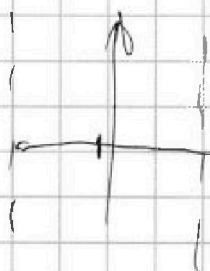
$$p'(t) = 12t^2 - 12t - 3$$

$$D = 144 + 48 \cdot 3 = 144 + 144 = 288;$$

$$t = \frac{12 \pm 12\sqrt{2}}{24} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$p = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$t \cdot (2t-3)^2 + 2(2t-1) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{2} > -1 \quad \frac{1+\sqrt{2}}{2} > 1$$



$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1) - 2 \sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$t \cdot (4t^2 - 4t + 1) - 2t^2 + 2t + 3 = 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x)$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x; \quad t \cdot (2t-1)^2 - t \cdot (2t-1) + t + 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{35-2x-x^2} - 6$$

$$36 - (x+1)^2$$

$$2 \cdot \sqrt{36 - (x+1)^2} - 6$$

$$3) \sqrt{10} - \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{20} - 6;$$

$$1+6; 5 \cdot 2 = \frac{30}{2}$$

$$\sqrt{35} \approx 11,5$$

$$x = \frac{-1 \pm \frac{11,5}{2}}{-1 \pm 5,75}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5,75}{-1 \pm 5,75}$$

$$12 - 2\sqrt{\cdot} \cdot \sqrt{\cdot} = 4 \cdot (35 - 2x - x^2 + 9 - 2\sqrt{35 - 2x - x^2})$$

$$6 - \sqrt{\cdot} \cdot \sqrt{\cdot} = 2 \cdot (44 - 2x - x^2 - 2\sqrt{\cdot})$$

$$6 - \sqrt{\cdot} \cdot \sqrt{\cdot} = 88 - 4x - 2x^2 - 4 \cdot \sqrt{35 - 2x - x^2}$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = \sqrt{35 + 2x - x^2}; \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 6; \quad t^2 = 36 - \frac{9}{4} = 34 - \frac{1}{4} = 33\frac{3}{4}$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = 4ab - 24\sqrt{ab} + 36$$

$$\sqrt{t+6} = \sqrt{6-t} + 6 = 2\sqrt{36-t^2}; \quad 2 \cdot (\sqrt{\cdot} - 3)$$

$$12 - 2\sqrt{36-t^2} = 4 \cdot (36 - t^2 - 6\sqrt{36-t^2} + 9)$$

$$4 \cdot (a^2 - 6a + 9) = 12 - 2a; \quad 4a^2 - 24a + 36 = 12 - 2a;$$

$$4a^2 - 22a + 24 = 0; \quad 2a^2 - 11a + 12 = 0; \quad D = 121 - 96 = 25$$

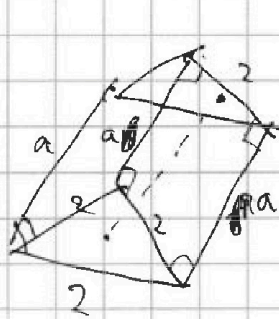


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

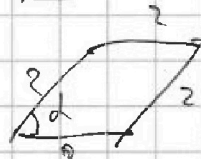
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a=2$ ~~h=1~~ ?

$uv = T$
конуса



$S = 5$

$S = 2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha = 5$

$x=5$ $\sqrt{\frac{8}{8}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$; $q = \sqrt{2}$

-1 ; $\sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$; $l_0 = 3$; $q = \sqrt{2}$; $\sin \alpha =$

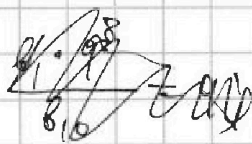
$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$; $b_{10} = x+4$; $b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$; ~~b_{10}~~

$\frac{b_4 \cdot b_{10}}{b_{12}} = \frac{b_2}{b_{10}}$

$\sqrt{\frac{b_{12}}{b_4}} = \frac{b_{10}^2}{b_{12} \cdot b_4}$

$\sqrt{x+3}$
 $\sqrt{9 \cdot (x+3)}$

$\frac{b_{12}}{b_4} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = (x-3)^2 = q^8$; $b_1 q^3 = x+4$



$b_{12} \cdot b_4 = \frac{15x+6}{x-3} = b_2^2$

$b_1 \cdot q^3 \cdot b_1 \cdot q^3 = (b_1 \cdot q^3)^2 = b_2^2$

$q^8 = (x-3)^2 \rightarrow q^4 = |x-3|$

$b_1 \cdot q^3 = x+4 \rightarrow b_1^2 \cdot q^6 = (x+4)^2$

$b_1^2 \cdot q^6 = \frac{15x+6}{x-3}$; $q = \frac{(x+4)^2 \cdot (x-3)}{(15x+6)} = |x-3|$

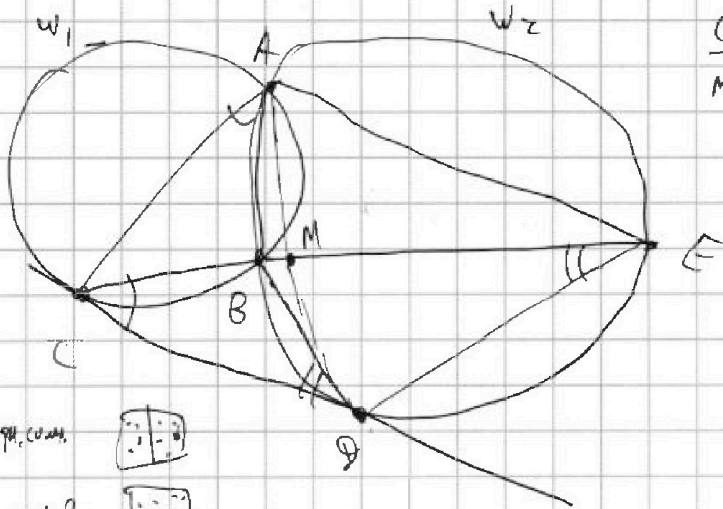


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CM}{ME} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{DE}{CD} = ?$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{CE}$$

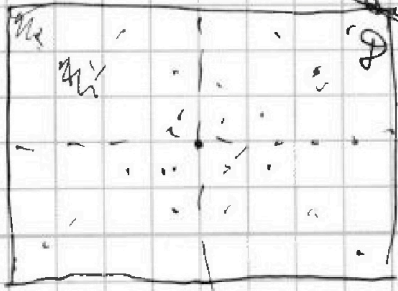
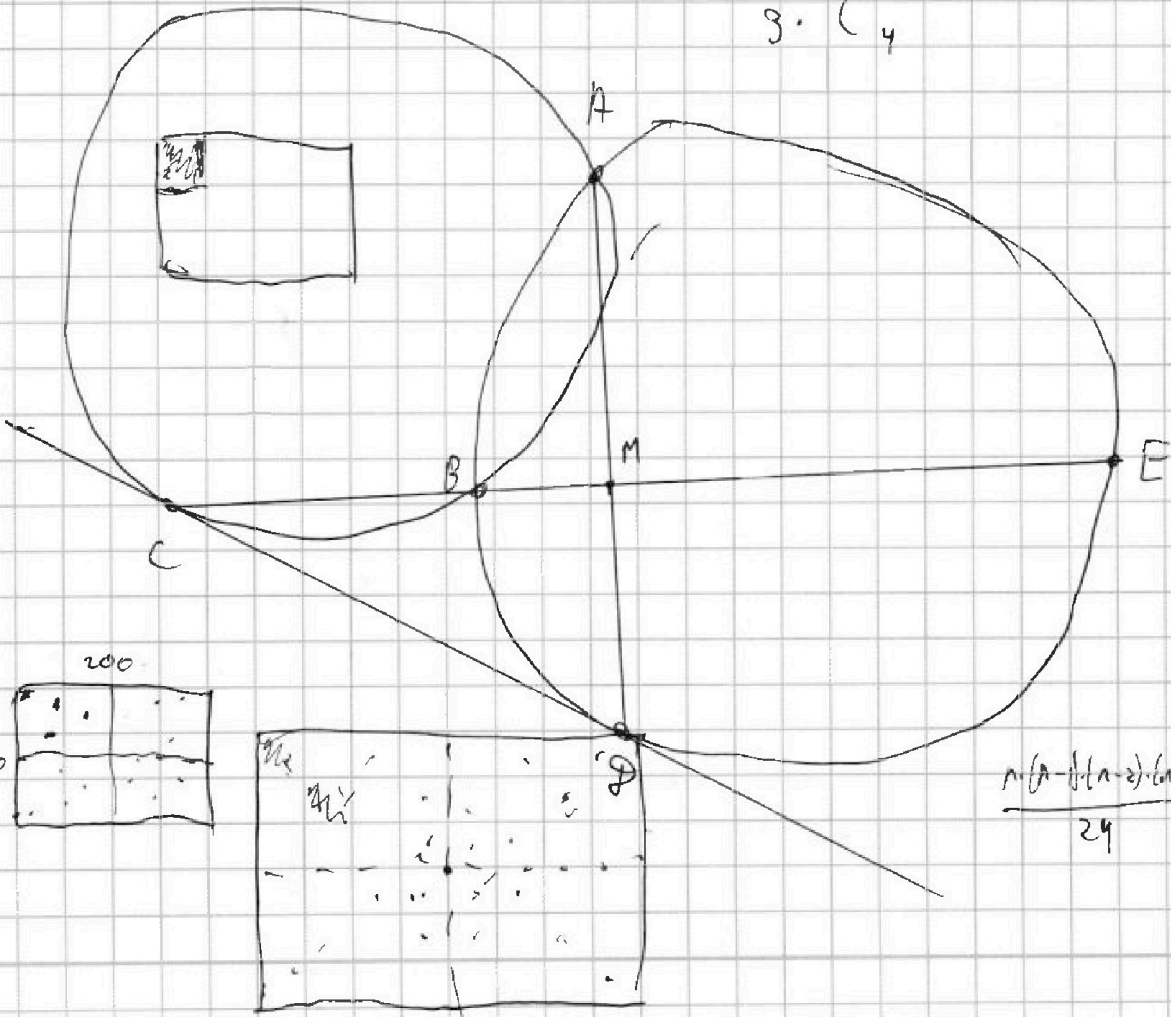
Чл. др. ком.



Чл. др. ком.



$$3 \cdot \binom{15000}{4}$$



$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

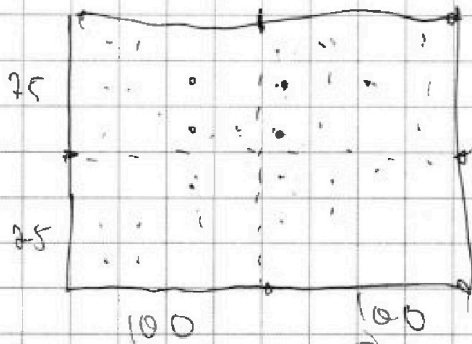


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

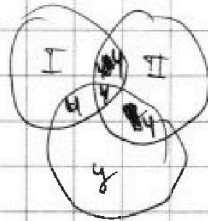
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

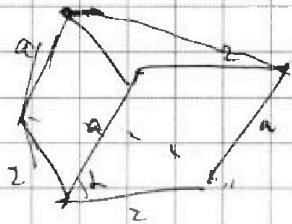


$I + II$ — способ $\times 4$ сим.; $\frac{100}{4}$
маж, что все четверти одинаковы

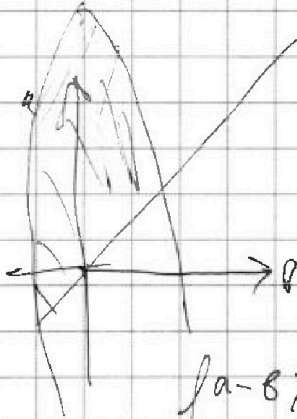


$I + II + y = 2 \cdot IV$

75.



$2 \cdot a \cdot h = 5$



$a + b^2 = 320$
 $(a-c)(b-c) = p^2$, $p \cdot p \Rightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$

$a > b$

$a - b \equiv 1 \pmod{3}$

$(c = b - 1) \Rightarrow a - b + 1 = p^2$
 $a - b = p^2 - 1$

$\begin{cases} a - b \equiv 1 \pmod{3} \\ a - b = p^2 - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} p \equiv 1, -1 \pmod{3} \\ p \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$
просто, не 3

$p^2 \equiv 1 \pmod{3}$

$a - b \equiv p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$
противор.

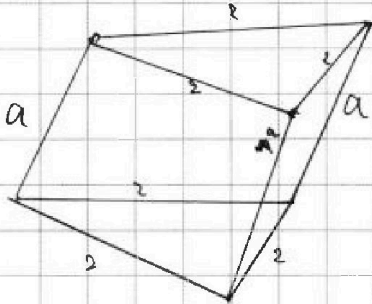


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Призма не имеет симметрии
какого-либо порядка:

$$\begin{array}{r} 812 \quad | \quad 2 \\ 406 \quad | \quad 2 \\ \hline 203 \quad | \quad 7 \\ 29 \quad | \quad 29 \end{array}$$

① $D \geq 1 + 4 \cdot 812 = 3249;$

$$57^2 = 2500 + 49 + 700$$

или $29^2 =$

$28 \Rightarrow C = 27; a - 2^8 = 8; a = 36$

или $(36, 28, 27)$

$$28^2 = \begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

② $B = -29 \Rightarrow C = -30; a + 30 = 29; a = -1$

$(-1, -29, -30)$

$(-1)^2 = 1 - 21$

или $a + 29 = 8; a = -21$