



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n_1 $b_1, b_2, \dots, b_{15}, b_{16}, b_{17}, b_{18}$ - члены арифметической, геометрической, 9-членной прогрессии

$b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} \Rightarrow x \neq -1$ Если $b_1 = 0$, то $b_{15} \neq 0$, что невозможно $\Rightarrow b_1 \neq 0$

$b_{15} = 5 - x \Rightarrow b_{15} \neq 0 \Rightarrow q \neq 0$

$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$ Тогда

$b_1 \cdot q^8 = b_{15}$, т.е. $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} \cdot q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$q^8 = (x+1)^2$. Т.к. $13x-35 > 0$

1. $x < -1$: $q^2 = \sqrt{-(x+1)}$

$b_{15} \cdot q^2 = b_{15}$, т.е. $(5-x) \sqrt{-(x+1)} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$\sqrt{-(x+1)(x-5)^2} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$\begin{cases} (x+1)(x-5)^2 + 13x-35 = 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ (x+1)(x^2+3x-10) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x < -1 \\ x \leq \frac{35}{13} \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1; 2; -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = -5$. Проверка:

$b_1 = \frac{10}{8}$

$b_{15} = 10$ арифметическая или $q = \sqrt{2}$

$b_{15} = 20$

2. $x > -1$: $q^2 = \sqrt{x+1}$: $(5-x) \sqrt{x+1} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

2.1. $x \leq 5$: $\sqrt{\frac{x+1}{(5-x)^2}} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$\begin{cases} x \leq 5 \\ (x+1)(x^2-10x+25-13x+35) = 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ (x+1)(x^2-23x+60) = 0 \end{cases}$

$b_1 = \frac{1}{4}$

$b_{15} = 2$ - геометрическая или $q = \sqrt{2}$

$b_{15} = 4$

$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1, 3; 20 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$ Проверка

2.2. $x > 5$: Тогда $13x-35 > 0$

$(5-x) \cdot \sqrt{x+1} < 0 \Rightarrow (5-x) \sqrt{x+1} \neq \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{13x-35}$

Ответ: -5; 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2 \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \quad (1)$$

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{65-z^2} \quad (2)$$

Рассмотрим (1): $\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} + \sqrt{4-x-z}$

$$x+3 + 10\sqrt{x+3} + 25 = 4(y+x-x^2+z) + 4\sqrt{y+x-x^2+z}\sqrt{4-x-z} + 4-x-z$$

ОАВ: $\sqrt{65-z^2} \geq 0$ $(13-z)(13+z) \geq 0$

$$x+3 \geq 0 \quad x \geq -3$$

$$4-x-z \geq 0 \quad x \leq 4-z$$

$$y+x-x^2+z \geq 0 \quad y \geq x^2-x-z$$



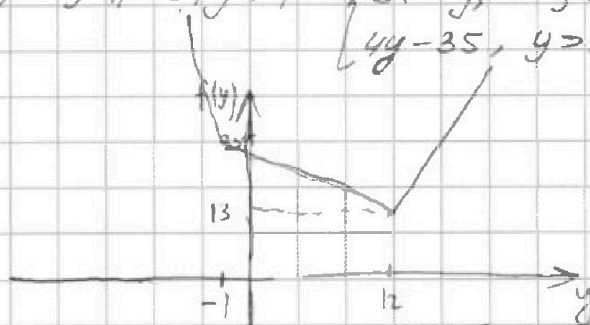
$z \in [-13; 13] \Rightarrow x \in [-3; 14]$

$y + x - x^2 + z \geq 0$

$y \geq x^2 - x - z \geq -4 = -4$, т.к. $4 - x - z \geq 0$

$x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow -x \leq 3 \Rightarrow 4-x-z \geq 4$

Рассмотрим $f(y) = |y+1| + 3|y-12| = \begin{cases} 35-4y, & y \leq -1 \\ 37-2y, & -1 < y \leq 12 \\ 4y-35, & y > 12 \end{cases}$ Построим график



Тогда $f(y) \geq 13$, но $f(y) = \sqrt{65-z^2} \leq 13$. Тогда р-во составляет только \emptyset 13, т.е. $y = 12$

$\sqrt{65-z^2} = 13 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ z = 0 \end{cases}$ Подставим в систему (1):

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$

$x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4-x = 4(12+x-x^2) - 10\sqrt{(x+3)(4-x)}$

$x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4-x = 4(x+3)(4-x) - 10\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$

$4(x+3)(4-x) - 18\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 18 = 0$ Пусть $t = \sqrt{4-x}\sqrt{x+3}$

$2(x+3)(4-x) - 9\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 9 = 0$ Пусть $t = \sqrt{4-x}\sqrt{x+3}$. Тогда

$2t^2 - 9t + 9 = 0$

$t = \frac{9 \pm 3}{4} = 3; \frac{3}{2}$ Вернемся к x :

$\sqrt{4-x}\sqrt{x+3} = 3$

$\sqrt{4-x}\sqrt{x+3} = \frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (4-x)(x+3) = 9 \\ (4-x)(x+3) = \frac{9}{4} \\ 4-x \geq 0 \\ 3+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \\ x^2 - x - \frac{33}{4} = 0 \\ x \leq 4 \\ x \geq -3 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $x = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2}$
 $x \leq 4$
 $x \geq -3$

Подставим $y=12, z=0$ в (1):

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \quad (= 2\sqrt{(x+3)(4-x)})$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5 \quad |^{\wedge}$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4 - x = 4(x+3)(4-x) - 20\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$4(x+3)(4-x) - 18\sqrt{(x+3)(4-x)} + 18 = 0$$

$$2(x+3)(4-x) - 9\sqrt{(x+3)(4-x)} + 9 = 0 \quad \text{Пусть } t = \sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$t = 3; \frac{3}{2} \quad \text{Вернемся к } x:$$

$$\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 3$$

$$\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} -x^2 + x + 12 = 9 \\ -x^2 + x + 12 = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \\ x^2 - x - \frac{35}{4} = 0 \end{cases}$$

$x \geq -3$
 $x \leq 4$

$$\begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} & 0 < \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} < 4 \\ x = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2} & 0 < \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2} < 4 \\ x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$(x; y; z)$

Ответ: $\left(\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; 12; 0\right)$

$\left(\frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2}; 12; 0\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$CF : FE = 3 : 10$$

1) Пусть $\angle BAF = \alpha$ ($\angle CAD = \beta$).

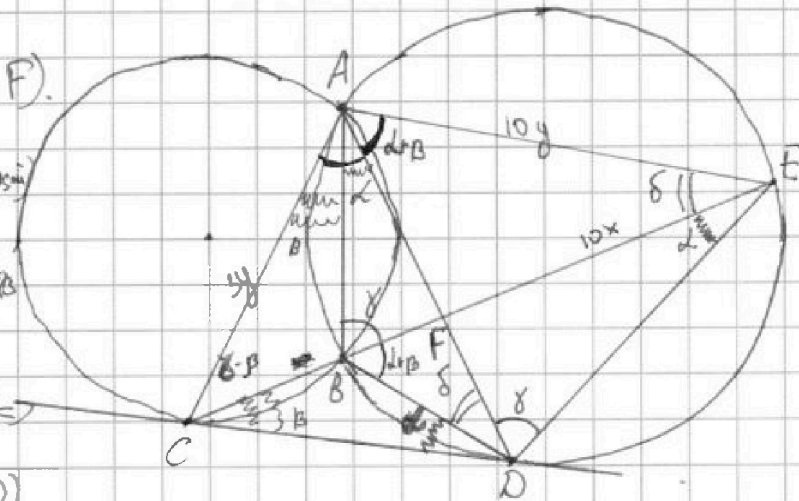
Тогда $\angle BDC = \alpha$ (углы между хордами).

2) Пусть $\angle CAB = \beta$. Тогда $\angle CBD = \beta$ (аналогично).

3) $\angle EBD = \alpha + \beta$ (как внеш. \angle $\angle CBD$)

$\Rightarrow \angle EAD = \alpha + \beta$ (опер. на ED)

Тогда $\angle CAD = \angle EAD = \alpha + \beta \Rightarrow AF$ - бисс. $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{FC} = \frac{10}{3}$



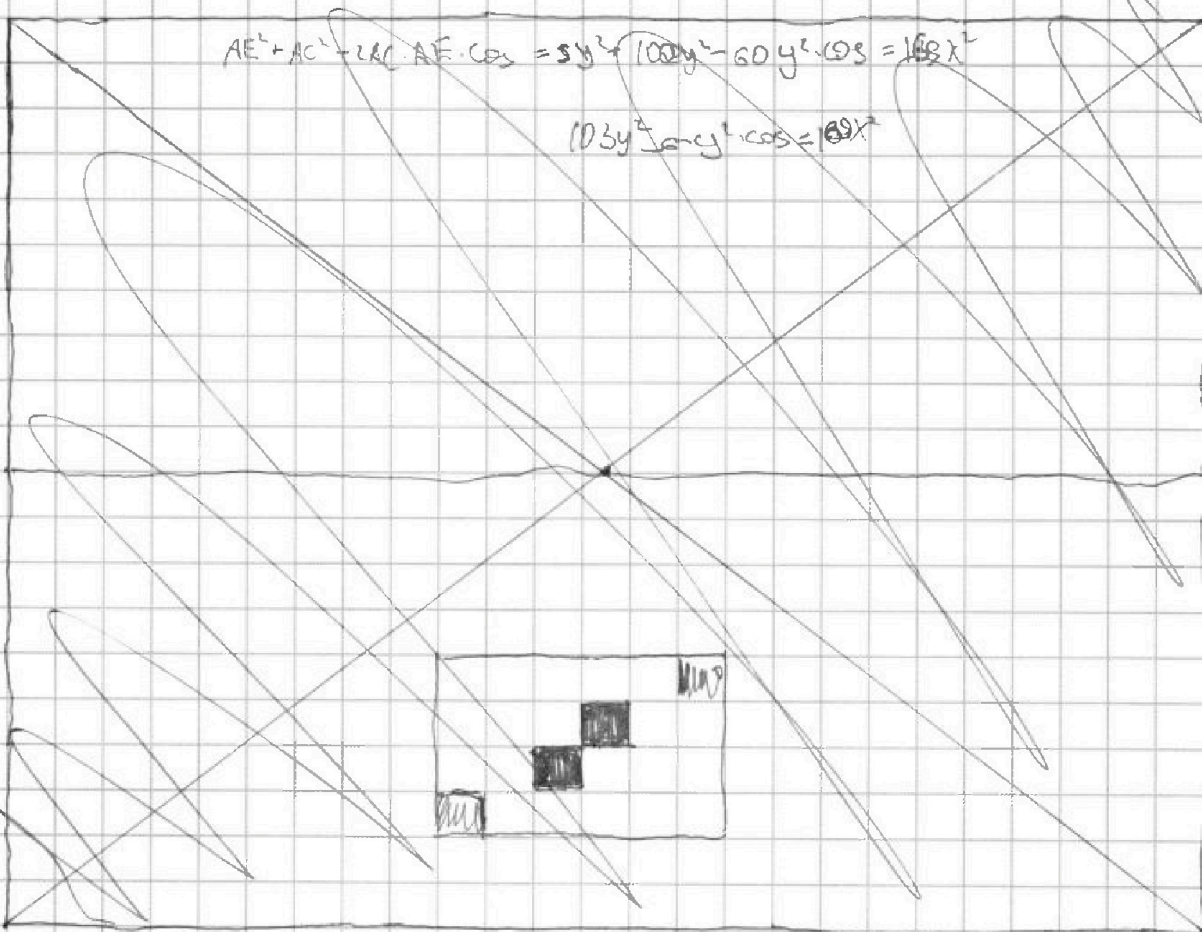


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



NS ↑ Таблицы размещены одна из средних линий. В каждом из образовавшихся четырехугольников размещаемся гранью быть по 4 закрашенных клетки, при этом положение клетки в одной из четырех углов определяет положение или клетки симметричной ей ⇒ всего случаев $C_{100,250}^4 = \frac{25000 \cdot 24999 \cdot 24998 \cdot 24997}{4!}$

Аналогично C_{25000}^4 для 2-х средних линий. 2 раза для каждого случая, когда известны размещаемые клетки симметрично относительно

обеих средних линий. Тогда 1 закрашенная клетка определяет положение

сразу 3-х других клеток или состоит из 4-х четырехугольников. Тогда можно расположить 2 закрашенные клетки. Число способов C_{12500}^2 . Остаток учитывать число симметричных относительно центра, не возмущая в C_{12500}^2 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

В этом случае пометим на каждой стороне линии наши сеткикулышки.

любая закрашенная клетка означает сетку в этой группе сеткикулышек

и, которая будет закрашено и клетку в этом 2-ке, которая закрашена

и будет (симметрично относительно групп сеткикулышек). Тогда

случаев $\frac{25000 - 24999 - 24998 - 24997}{4!}$

Ответ: $2 \binom{4}{25000} - \binom{2}{25000} + \frac{25000 - 24999 - 24998 - 24997}{4!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ $a+b^2=560 \equiv 2 \pmod 3$

Пусть $a \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow b^2 \equiv 2 \pmod 3$ — W

$a \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow b \equiv 2 \pmod 3$ (или $b \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow (a-b) \equiv 3$)

$a \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow b \equiv 1 \pmod 3$ ~~(или $b \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow (a-b) \equiv 3$)~~

$a > b \Rightarrow (a-c) > (b-c)$, где $(a-c)(b-c)=p^2$, где p — простое, значит, или $b-c=1$ (тогда $a-c=p^2$) или $a-c=-1$ (тогда $b-c=-p^2$)

1) $b-c=1 \Rightarrow c=b-1$. I) $b \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow c \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow a-c \equiv 3$. Тогда $\begin{cases} a-c \equiv 3 \\ a-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow a-c=9 \Rightarrow a=b+8$. Подставим:

$b+8+b^2=560$

$b^2+b-552=0$

$-b = 23$ — не кор., т.к. $b \equiv 0 \pmod 3$
 $b = -24$

$b = 24$ — проверим: $a = -16; c = -25$

$(-16; -24; -25)$

1) $-16 > -24$

2) $-16 + 24 \neq 3$

3) $(-16+25) - (-24+25) = 9 = 3^2$

4) $576 - 16 = 560$

II) $b \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow c \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow a-c \equiv 3$. Далее аналогично сл. 1: $\begin{cases} b-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$

проверим $b=23; a=31; c=22 \Rightarrow \begin{cases} 1) 31 > 23 \\ 2) 31-22=9 \\ 3) (31+22)-(23-22)=56=7^2 \\ 4) 31+23^2=560 \end{cases}$ — проверим $(31; 23; 22)$

2) $a-c=-1 \Rightarrow c=a+1$. I) $a \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow c \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow b-c \equiv 3$. Тогда $\begin{cases} b-c=3 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow b-c=9$.

тогда $b=c-9=a-8$. Тогда подставим

$a+(a-8)^2=560$

$a^2-15a-492=0$

$\begin{cases} a=31 \\ a=16 \end{cases}$ — проверим оба

$a=31 \Rightarrow b=23, c=32 \Rightarrow$

1) $31 > 23$

2) $31-23=8 \neq 3$

3) $(31+23)-(23-32)=9=3^2$ — проверим

4) $31+23^2=560$ (31; 23; 32)

$a=16 \Rightarrow b=24, c=15 \Rightarrow$

1) $16 > 24$

2) $16-24 \equiv 3 \pmod 3$

3) $(16+15)-(24-15)=9=3^2$

4) 16

1) $-16 > -24$

2) $-16+24 \neq 3$

3) $(-16+15) - (-24+15) = 9 = 3^2$ — проверим

4) $-16+24^2=560$ $(-16; -24; -15)$

Ответ: $(-16; -24; -25)$ $(31; 23; 22)$
 $(-16; -24; -15)$ $(31; 23; 32)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$
 $4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$
 $4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$

$\cos 3x + \cos(x+2x) + \cos x = \cos x + \sin x \cdot \sin 2x + \cos x = 2 \cos^2 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$

$x+z \leq 4$
 $x \leq 5$
 $x \in [-13; 13]$

$q^6 = 5 - x$
 $q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$
 $(5-x) \cdot q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$
 $q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)(x+1)^3} = \sqrt{(13x-35)(x+1)^4}$
 $(5-x)(x+1)^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$
 $(5-x)^2(x+1)^4 = (13x-35)(x+1)$

$x \leq 5$
 $(x+1)(x+1)^3(5-x)^2 - 13x + 35 = 0$
 $(x+1)(x^2+3x+1)(25-10x+x^2) - 13x + 35 = 0$
 $(x+1)(x^3+3x^2+3x+1)(25-10x+x^2) - 13x + 35 = 0$
 $(x+1)(x^3+3x^2+3x+1)(x^2-10x+25) - 13x + 35 = 0$
 $(x+1)(x^3+3x^2+3x+1)(x-5)^2 - 13x + 35 = 0$
 $(x+1)(x^3+3x^2+3x+1) = 0$
 $x = -1$

$q^2 = \sqrt{13x-35}$
 $q^4 = 13x-35$
 $q^8 = (13x-35)^2$
 $(5-x)^2(x+1)^4 = (13x-35)^2(x+1)$
 $(5-x)^2(x+1)^3 = 13x-35$
 $(5-x)^2(x+1)^3 - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1)^3 - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1)^3 - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1)^3 - 13x + 35 = 0$

$x < -1$: $(5-x) \cdot \sqrt{13x-35} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$
 $(5-x)^2(x+1) = 13x-35$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$

$x > -1$:
 2.1. $x \leq 5$
 $(5-x) \sqrt{x+1} = \sqrt{13x-35}$
 $(5-x)^2(x+1) = 13x-35$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$

2.2. $x > 5$
 $(5-x) \sqrt{x+1} = \sqrt{13x-35}$
 $(5-x)^2(x+1) = 13x-35$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$
 $(5-x)^2(x+1) - 13x + 35 = 0$

$2\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ$
 $(\beta - \alpha) \neq (\alpha - \gamma) \Rightarrow \beta^2 = \sqrt{13x-35} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{13x-35} + 2$
 $\beta - \alpha = \gamma - \alpha$

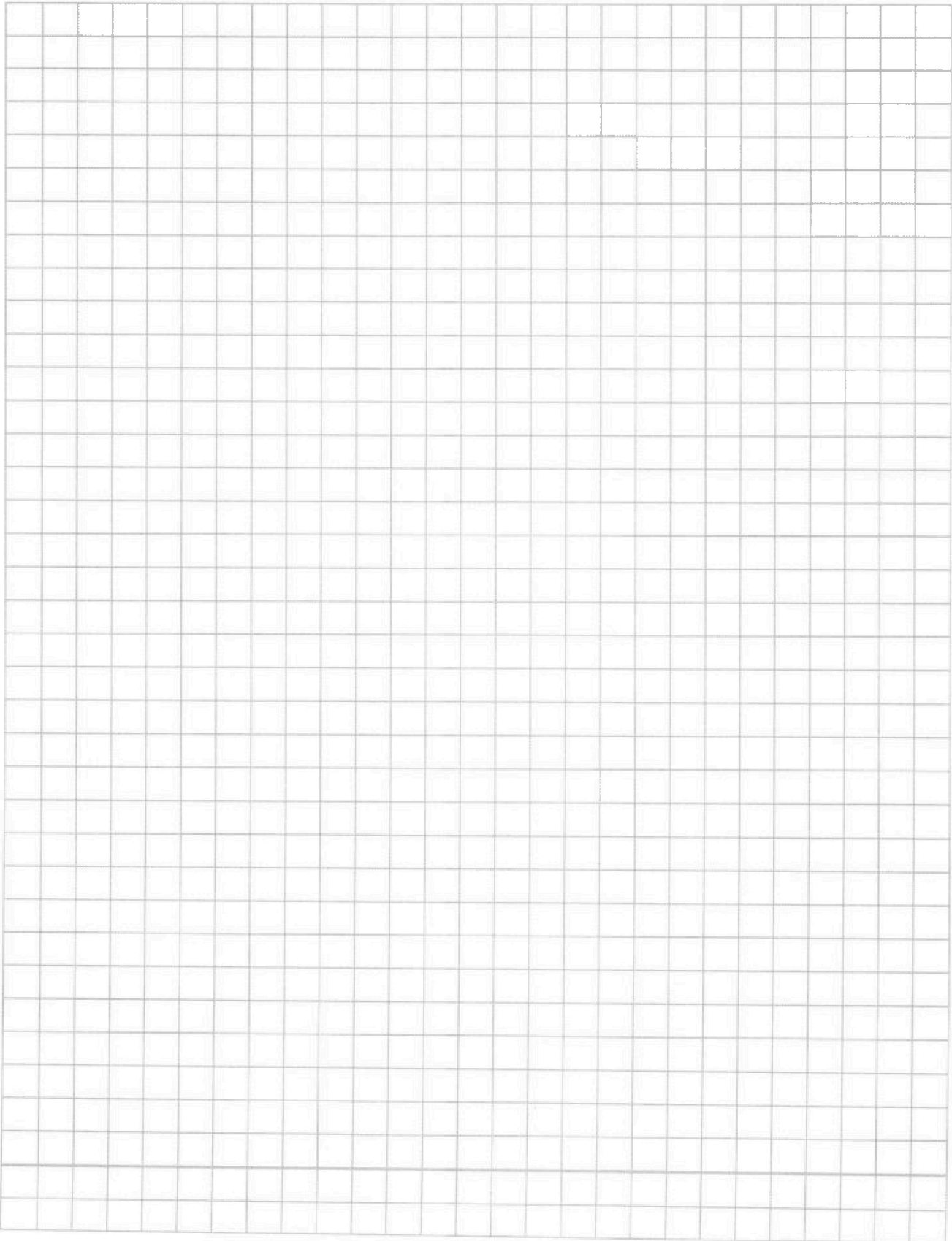


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n6 \quad (a-b) \div 3 \Rightarrow a \equiv b \pmod{3}$$

$$a + b^2 = 560 \equiv 2 \pmod{3} \quad \text{Пусть } a \div 3. \text{ Тогда } b^2 \equiv 2 \pmod{3} - \text{W}$$

$$\text{Пусть } a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a \equiv b \pmod{3} - \text{W}$$

$$\text{Тогда } a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \div 3$$

Пусть

$$a > b \Rightarrow a - c > b - c. \quad (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое, значит}$$

$$\text{или } b - c = 1 \text{ или } a - c = 0 \text{ или } a - c = -1 \text{ (тогда } b - c < 0 \text{ и } (a-c)(b-c) > 0 \text{)}$$

$$\text{или } b - c = -1 \text{ или } a - c = p^2 \text{ или } a - c = -p^2$$

$$1) \quad b - c = 1. \quad c = b - 1 \Rightarrow c \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (a - c) \div 3, \text{ т.е. } a \equiv c, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} (a - c) = p^2 \\ a - c \div 3 \end{cases} \Rightarrow a - c = 9. \text{ Тогда } a = c + 9 = b + 8. \text{ Подставим } a = b + 8:$$

$$b^2 + b + 8 = 560$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$\begin{cases} b = 23 - \text{не подходит} \\ b = -24 - \text{проверим: } c = -25; a = -16: (-16; -24; -25): \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 1) -16 \geq -24 \\ & 2) -16 \div 3 \\ & 3) (-16 + 25) - 24 + 25 = 9 = 3^2 \\ & 4) -16 + 552 = 536 - \text{не подходит} \end{aligned}$$

$$2) \quad a - c = -1. \quad c = a + 1 \Rightarrow c \div 3 \Rightarrow (b - c) \div 3, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} b - c = -p^2 \\ (b - c) \div 3 \end{cases} \Rightarrow b - c = -9. \text{ Тогда } b - c = a - 8. \text{ Тогда}$$

$$-9 < -1: -9 - 1 = -10 \neq 36 = 6^2$$

$$\text{Подставим: } a + (a - 8)^2 = 560$$

$$a^2 - 16a + 496 = 0$$

$$\begin{cases} a \neq 31 \\ a = 16 - \text{не подходит} \end{cases} \text{ не подходит оба, т.е. } a \equiv 2 \pmod{3} = 39 - 24 \geq 13$$

$$(31; 23; 32)$$

$$(y+1) + 3(y-12) = 13$$

$$y + 1 + 3y - 36 = 13$$

$$4y = 48 \quad D = 81$$

$$y = 12$$

$$1 + 39 = (2\sqrt{10})^2 \text{ не подходит}$$

$$1 \pm 2\sqrt{10}$$

$$\frac{9}{4} - 12 = \frac{9 - 48}{4} = -\frac{39}{4}$$

$$t - s + s = 2t$$

$$t - s - 2t + s = 0$$

$$t(1 - 2) = 0$$

$$x + 3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} = 2(12+x-x^2) - 10\sqrt{x+3}(9-x)$$

$$\frac{9}{4} - 12 = \frac{9 - 48}{4} = -\frac{39}{4}$$

$$\frac{9}{4} - 12 = -\frac{39}{4}$$