

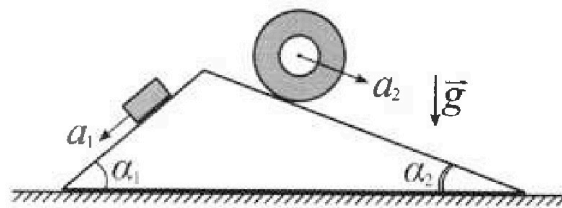
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

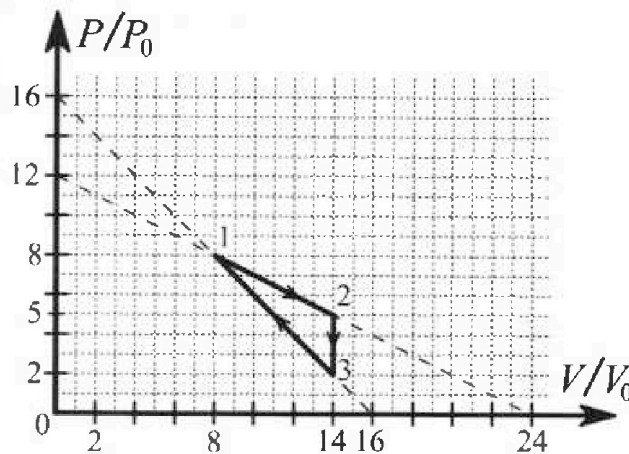


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

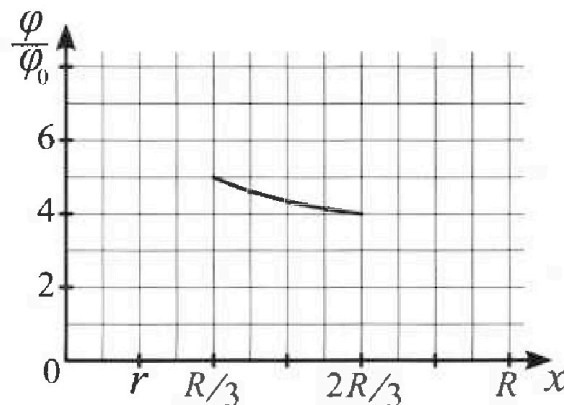
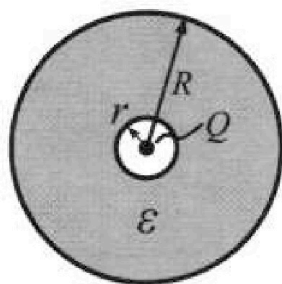
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





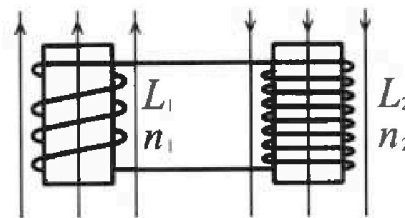
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03



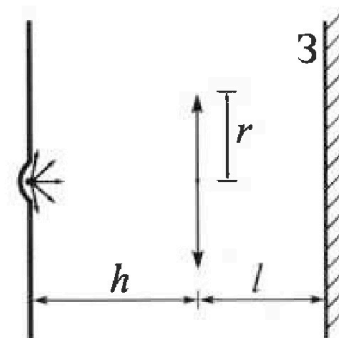
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) нач нет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало $З$. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



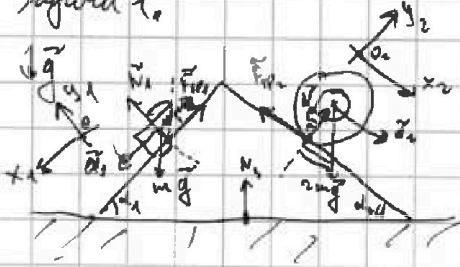
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.



Поск. клин в покое, но уек-ия бруска и цилиндра направлены вдоль сторон клина, тогда по III з.к.

для всех систем координат и III з.к. для сил реакций:

бруска: $\begin{cases} OX_1: ma_1 = mg \cdot F_{1x} \\ OY_1: 0 = N_1 - mg \cos \alpha_1 \end{cases}$

цилиндра: $\begin{cases} OX_2: 2ma_2 = mg \sin \alpha_2 - F_{2x} \\ OY_2: 0 = N_2 - 2mg \cos \alpha_2 \end{cases}$

клина: $\begin{cases} OX_3: 0 = F_{3x} + N_1 \sin \alpha_1 + F_{2x} \cos \alpha_2 - \\ - F_{1x} \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 \end{cases}$

Откуда имеем, решая с.у.с: (N_1, N_2, N_3 - силы нормальной реакции

$$F_1 = |F_{1x}| = \left| \frac{9}{65} mg \right| = \frac{9}{65} mg, N_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$F_2 = |F_{2x}| = \left| \frac{7}{26} mg \right| = \frac{7}{26} mg, N_2 = \frac{24}{13} mg$$

$$F_3 = |F_{3x}| = \left| \frac{6}{65} mg \right| = \frac{6}{65} mg$$

Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} mg, F_2 = \frac{7}{26} mg, F_3 = \frac{6}{65} mg$

опоры ~~бруска~~ бруска, цилиндра и клина соотв, $m_2 g$ - сила тяжести клина, OX_1 и OX_2 || сторонам клина, OX_3 || стороне



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

Задача 2.

Найти при каких V_0 процесс с линейной зависимостью $P(V)$ и α коэф. наклона $k = \frac{dP}{dV}$ к окружающей среде менее выгоден и укажите $\frac{V_0}{V_0}$. По 4 нач. термодинамич. и з. Мех. Динам.:

$\delta Q = \delta A + dU$, где $P(V) = P_0 - \frac{P_0}{V_0} V$, где P_0 и V_0 - начисл. максим. или конечн. коэф.:

$\delta Q = PdV + \frac{3}{2} \nu R dT = PdV + \frac{3}{2} d(PV) = PdV + \frac{3}{2} (PdV + VdP) = \frac{1}{2} (5PdV + 3VdP) = \frac{1}{2} (5(P_0 - \frac{P_0}{V_0} V)dV + 3VdP)$

$\delta Q > 0$ при $dV > 0$ и $V < \frac{5V_0}{8}$

$\delta Q < 0$ при $dV < 0$ и $V > \frac{5V_0}{8}$

Обозначение в конкурентности, $P_{3-1}(\frac{5}{8} V_{0,3-1})$ означаем давление, поставленное в соответствие с $V_{0,3-1}$, а все на из. производстве с $\frac{5}{8} V_{0,3-1}$!!

Для процессов 1-2 и 3-1 V_0 и P_0 равны $24V_0$ и $16P_0$, $16V_0$ и $16P_0$ соотв.

Площа δQ менее выгодна менее выгодно в процессе 1-2 при $V < \frac{5}{8} V_{0,1-2}$

и 3-1 при $V > \frac{5}{8} V_{0,3-1} = \frac{5}{8} \cdot 10V_0$ менее выгодно на всей процессе 1-2 и на процессе 3-1 при $V > \frac{5}{8} \cdot 10V_0$ (процесс 2-3 - изохорическое сжатие $\Rightarrow \delta Q_{2-3} < 0$)

Площа δQ работы изохоры $A = \frac{(P_2 - P_3)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{2P_0 \cdot 6V_0}{2} = 9P_0V_0$ приращение

$|\Delta U_{1-2}| = \left| \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{1-2} \right| = \left| \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \right| = \frac{3}{2} (5P_0 \cdot 14V_0 - 8P_0 \cdot 8V_0) = \frac{3}{2} \cdot 6P_0V_0 = 9P_0V_0$

$\nu T_3 = \frac{P_3 V_3}{P R} = \frac{28P_0V_0}{P R}$, $\nu R T_{1-2} = P_{1-2} V_{1-2} = (P_{1-2} - \frac{P_{1-2} V}{V_{1-2}}) V \Rightarrow T_{1-2} = \frac{P_{1-2} V_{1-2}}{P R} \cdot (1 - \frac{V}{V_{1-2}}) \frac{V}{V_{1-2}}$, и.е.

зав-сть $T_{1-2}(V)$ - квадратичная, и имеет её максимум:



Находим $T_{max} = T_{1-2}(\frac{V}{V_{1-2}} = \frac{1}{2}) = \frac{2 \cdot 16P_0 \cdot 24V_0}{P R} \cdot (1 - \frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{72P_0V_0}{P R}$

убеждаемся, что $V = \frac{V_{1-2}}{2} = 12V_0$ приращением процессу 1,2

убеждаемся, что $T_{max} \equiv T_{max,1-2}$. Тогда площадь $Q_{1-2} = \frac{(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)}{2} + \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{16P_0 \cdot 6V_0}{2} + \frac{3}{2} (20P_0V_0 - 64P_0V_0) = 39P_0V_0 + 9P_0V_0 = 48P_0V_0$

$Q_{3-1} = \frac{(P_1 + P_3)(V_2 - V_1)}{2} + \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{(16P_0 + 8P_0)(14V_0 - 8V_0)}{2} + \frac{3}{2} (16P_0 \cdot 10V_0 - 28P_0 \cdot 14V_0) = -16P_0V_0 + 3 \cdot 16P_0V_0 = 32P_0V_0$

зная всё необходимое, находим:

$\frac{1}{A} \frac{dU_{1-2}}{T_3} = 1$, $\frac{T_{max,1-2}}{T_3} = \frac{18}{7}$, $\eta = \frac{A}{Q_{1-2} + Q_{3-1}} = \frac{9P_0V_0}{80P_0V_0} = \frac{9}{80}$

- Ответ: 1) $\frac{dU_{1-2}}{T_3} = 1$;
2) $\frac{T_{max,1-2}}{T_3} = \frac{18}{7}$;
3) $\eta = \frac{9}{80}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

Потенциал вне сферы радиуса R изменяется бы точно так же, как и для тела, откуда $\varphi(x > R) = \frac{kQ}{x}$, очевидно $\varphi_0 > R$. Для $x \leq R$ разность потенциалов между внешней поверхностью и некоторой точкой внутри цилиндра $\Delta\varphi = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R} \right)$, откуда $\varphi(r < R) = \varphi(x=R) + \Delta\varphi = \frac{kQ}{R} + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R} \right) = \frac{kQ}{\epsilon x} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{kQ}{R}$,

тогда $\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{3kQ}{\epsilon R} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{kQ}{R} = \frac{3kQ + (\epsilon - 1)kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{\epsilon R} = 5 \cdot \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{5\epsilon R}$,

откуда $\varphi(x = \frac{R}{3}) - \varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{3}{2R} \right) = \frac{3kQ}{2\epsilon R} = 1 \cdot \varphi_0 = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{5\epsilon R} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\epsilon + 2}{5} = 1$

$\Rightarrow \epsilon = \frac{15}{2} - 2 = \frac{11}{2} = 5,5$ и $\varphi(x = \frac{5R}{6}) = \frac{6kQ}{\epsilon \cdot 5R} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{kQ}{R} = \frac{6kQ + 5(\epsilon - 1)kQ}{5\epsilon R} = \frac{(1 + 5\epsilon)kQ}{5\epsilon R}$

Ответ: 1) $\varphi(x = \frac{5R}{6}) = \left(1 + \frac{1}{5\epsilon}\right) \frac{kQ}{R}$; 2) $\epsilon = 5,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

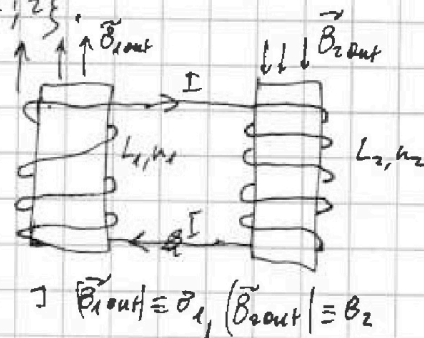
Индуктивность во взаимодействии мы будем считать в этой задаче коэффициентом самоиндукции, т.е. аналогично формуле общего магнитного потока, создаваемого в цепи самоиндукции, к току через катушку. В общем случае поток через катушки (создаваемый током в цепи и внешнее магнитное поле, можем написать:

$$\varphi_i = \varphi_{in_i} + \varphi_{out_i} = L_i I + n_i B_{out_i} S, \text{ где } i = \{1, 2\}.$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 = 0 \quad | \cdot dt \\ \dot{(\varphi_1 + \varphi_2)} = \text{const} \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \text{const} \end{cases}$$

$$\varphi_1 = L_1 I + n_1 B_1 S$$

$$\varphi_2 = -L_2 I + n_2 B_2 S$$



$$(L_1 - L_2) \dot{I} + (n_1 + n_2) S (\dot{B}_1 + \dot{B}_2) = 0 \Rightarrow S n S (\dot{B}_1 + \dot{B}_2) = I S L \dot{I}$$

$$(L_1 - L_2) I + (n_1 + n_2) S (\dot{B}_1 + \dot{B}_2) = \text{const} \Rightarrow S n S (\dot{B}_1 + \dot{B}_2) - I S L I = \text{const} \Rightarrow n S (\dot{B}_1 + \dot{B}_2) - 3 L I = \text{const}$$

$$\text{Пусть } \dot{B}_1 = \alpha, \dot{B}_2 = 0: \dot{I} = \frac{n S (\dot{B}_1 + \dot{B}_2)}{3L} = \frac{\alpha n S}{3L}$$

$$\text{Пусть } I(t=0) = 0, \text{ тогда } \Delta B = (3\theta_0 - \frac{3}{4}\theta_0) = \frac{9\theta_0}{4}$$

$$B_2(t=0) = \frac{9\theta_0}{4} \text{ нТл}$$

$$n S (\dot{B}_1(t=0) + \dot{B}_2(t=0)) - 3 L I(t=0) = n S (\dot{B}_1(t=0) + \dot{B}_2(t=0)) - 3 L I(t=0) \quad | I(t=0) \equiv I_0$$

$$n S \cdot 4 \theta_0 - 0 = n S \theta_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{9}{4} \right) - L I_0 = \frac{n S \theta_0 33}{12} - L I_0 = \frac{11 n S \theta_0}{4} - L I_0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11 n S \theta_0}{4} - L I_0 = \frac{11 n S \theta_0}{4} - 4 n S \theta_0 = -\frac{5 n S \theta_0}{4} \Rightarrow I_0 = \left| -\frac{5 n S \theta_0}{4 L} \right| = \frac{5 n S \theta_0}{4 L}$$

$$\text{Ответ: } 1) \dot{I} = \frac{n \alpha S}{3L}; \quad 2) I_0 = \frac{5 n S \theta_0}{4L}$$



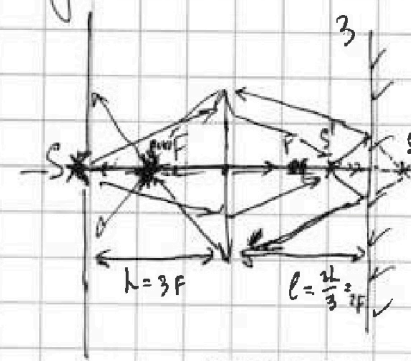
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5,



вещные лучи, вышедшие фокусируются из объектива на расстоянии F от тонкой линзы; действ. изображение формируется из объектива

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{hF}{h-F} = \frac{3F^2}{2F} = \frac{3}{2} F. \text{ Далее,}$$

для зеркала это изображение является источником, поскольку отразившись от зеркала, они формируют мнимое изображение

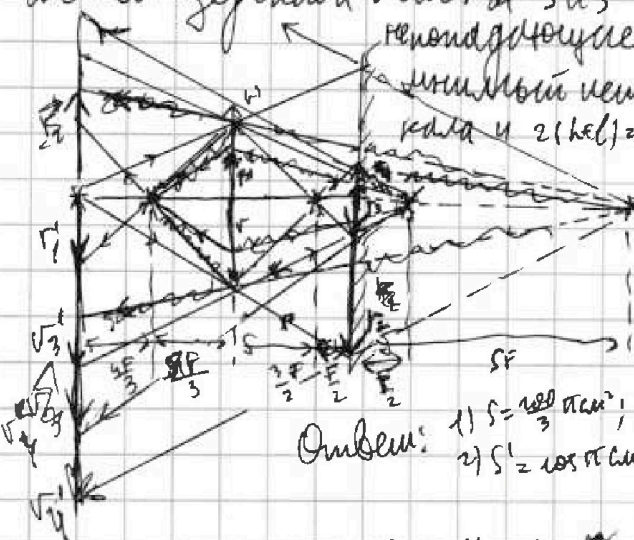
за зеркалом на расстоянии $l = F$ от него. Теперь он формирует действительное изображение на расстоянии $h' = l + (l-F) = \frac{5}{2} F$ от тонкой линзы, которое будет ~~мнимым~~ лучи которого будут направлены к стержню.

Катет F' ~~находим~~ по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{h'} + \frac{1}{F'} = \frac{1}{F} \Rightarrow F' = \frac{h'F}{h'-F} = \frac{5F^2}{\frac{3}{2}F} = \frac{5F}{3}, \text{ а расстояние до второго изображения}$$

до стержня будет равно $h - F' = \frac{4F}{3}$. Теперь, из построения лучей к экрану линзы и подобия треугольников, найдем площади освещенных

частей зеркала и стержня S и S' соотв. Обратим внимание, что лучи, попадающие на линзу формируют мнимый источник на расстоянии $h+l = 5F$ от стержня и $2(h+l) = 10F$ от стержня;



$$\frac{r_3}{r} = \frac{F/2}{3F/2} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_3 = \frac{r}{3}$$

$$\frac{r'}{r_3} = \frac{5F/2}{F/2} = 5 \Rightarrow r' = 5r_3 = \frac{5r}{3} > r$$

$$\frac{h'}{F} = \frac{5F/3}{F} = \frac{5}{3} \Rightarrow h' = \frac{5}{3} F$$

$$\frac{v_3}{r} = \frac{3F \cdot \frac{5}{3} F}{F^2} = \frac{11}{5} \Rightarrow v_3 = \frac{11}{5} r$$

$$\frac{v_4}{v_3} = \frac{11 \frac{v_3}{r}}{r} = \frac{11}{5} \Rightarrow v_4 = \frac{11}{5} v_3 = \frac{11}{3} r$$

$$v_4 = 2e \frac{SF}{3F} r = \frac{10}{3} r < v_4$$

$$v_2 = \frac{SF}{3F} r = \frac{5}{3} r$$

Ответ: 1) $S = \frac{100}{3} \pi \text{ см}^2$,
2) $S' = 108 \pi \text{ см}^2$

$$S = \pi (r_2^2 - r_3^2) = \pi r^2 \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{9} \right) = \frac{24}{9} \pi r^2 = \frac{100}{3} \pi \text{ см}^2, \text{ так как } r = \frac{10}{3} \text{ см}$$

$$S' = \pi (r_3^2 - r_4^2) = \pi r^2 \left(\frac{1}{9} - \frac{16}{9} \right) = \frac{105}{9} \pi r^2 = 108 \pi \text{ см}^2$$

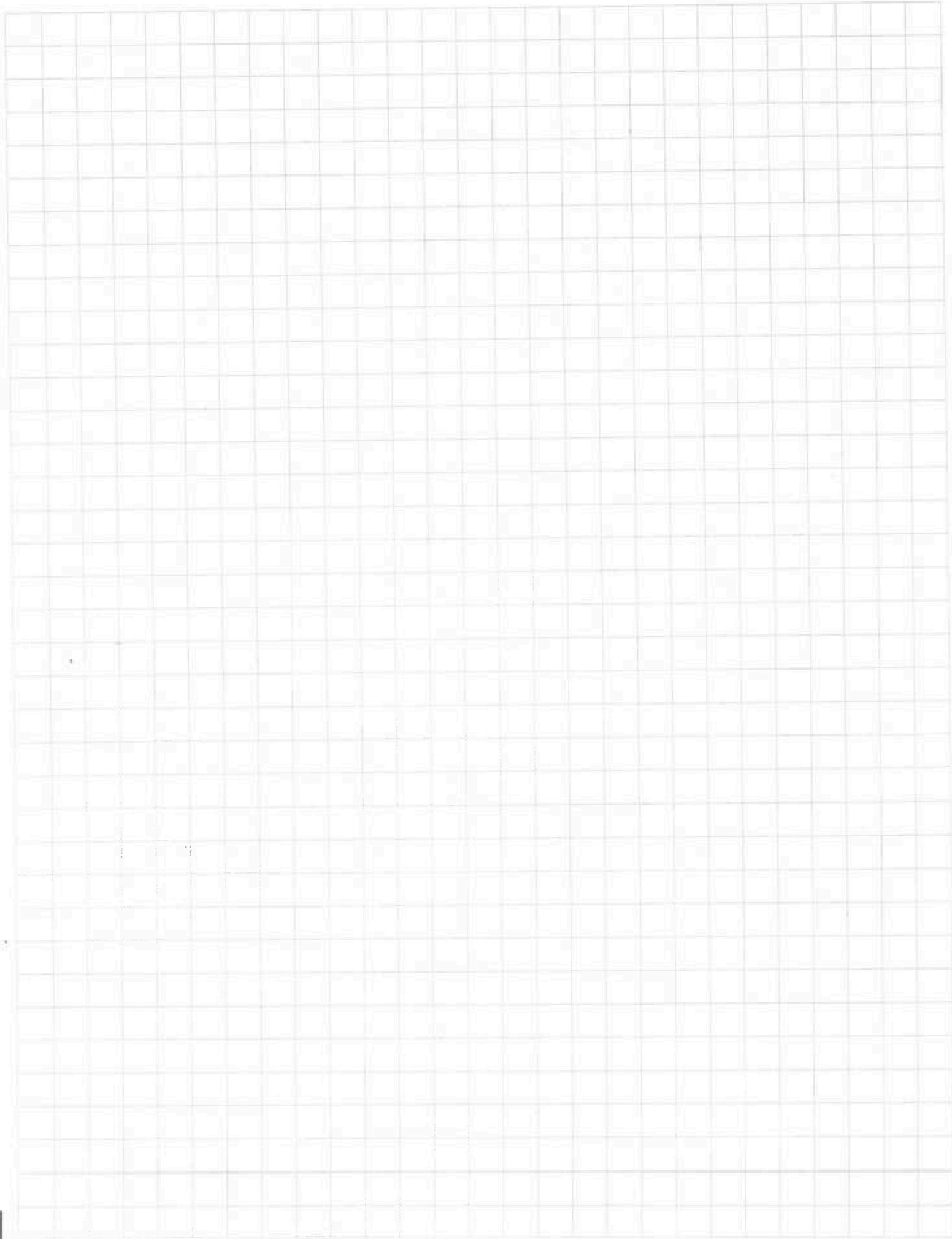


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



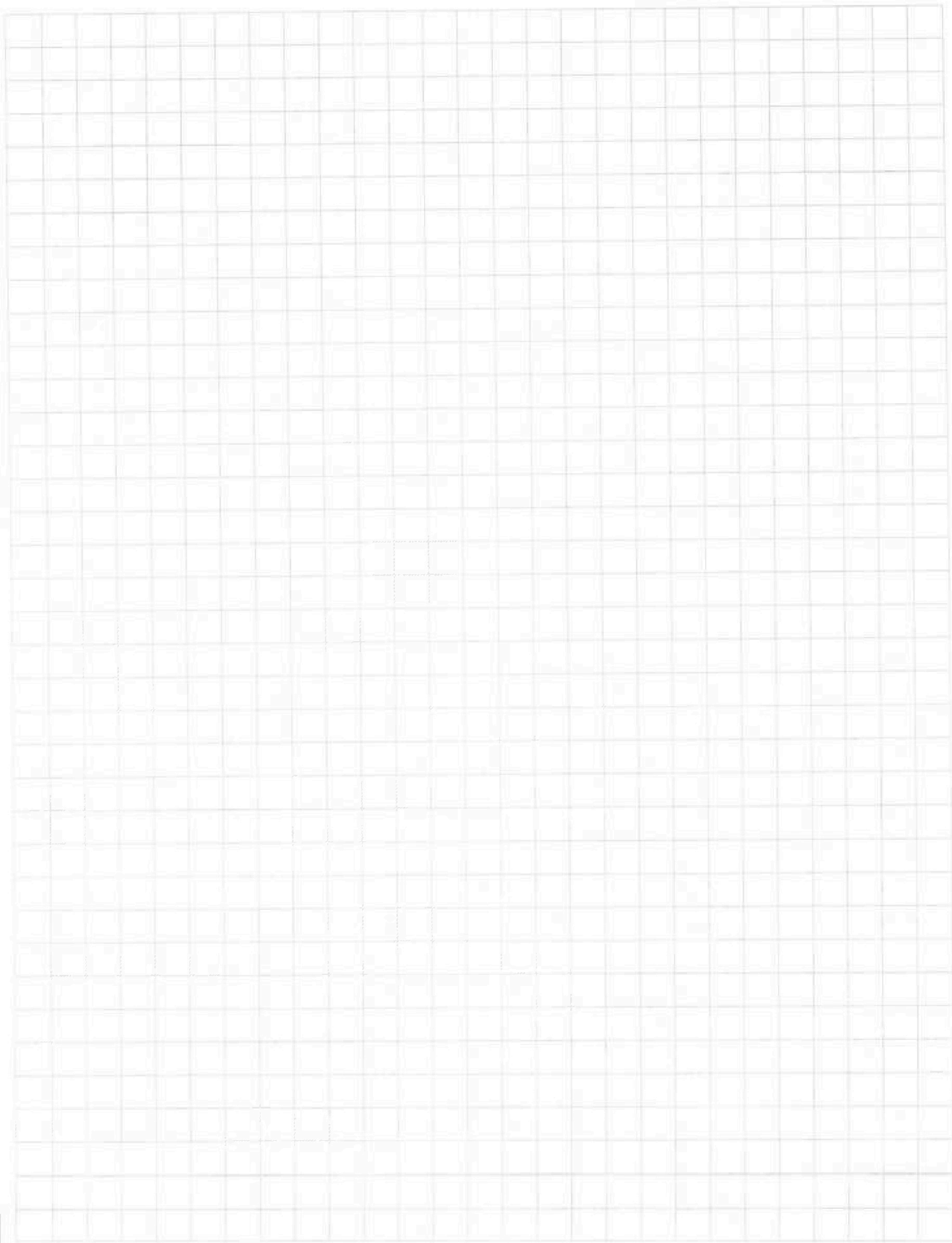


На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

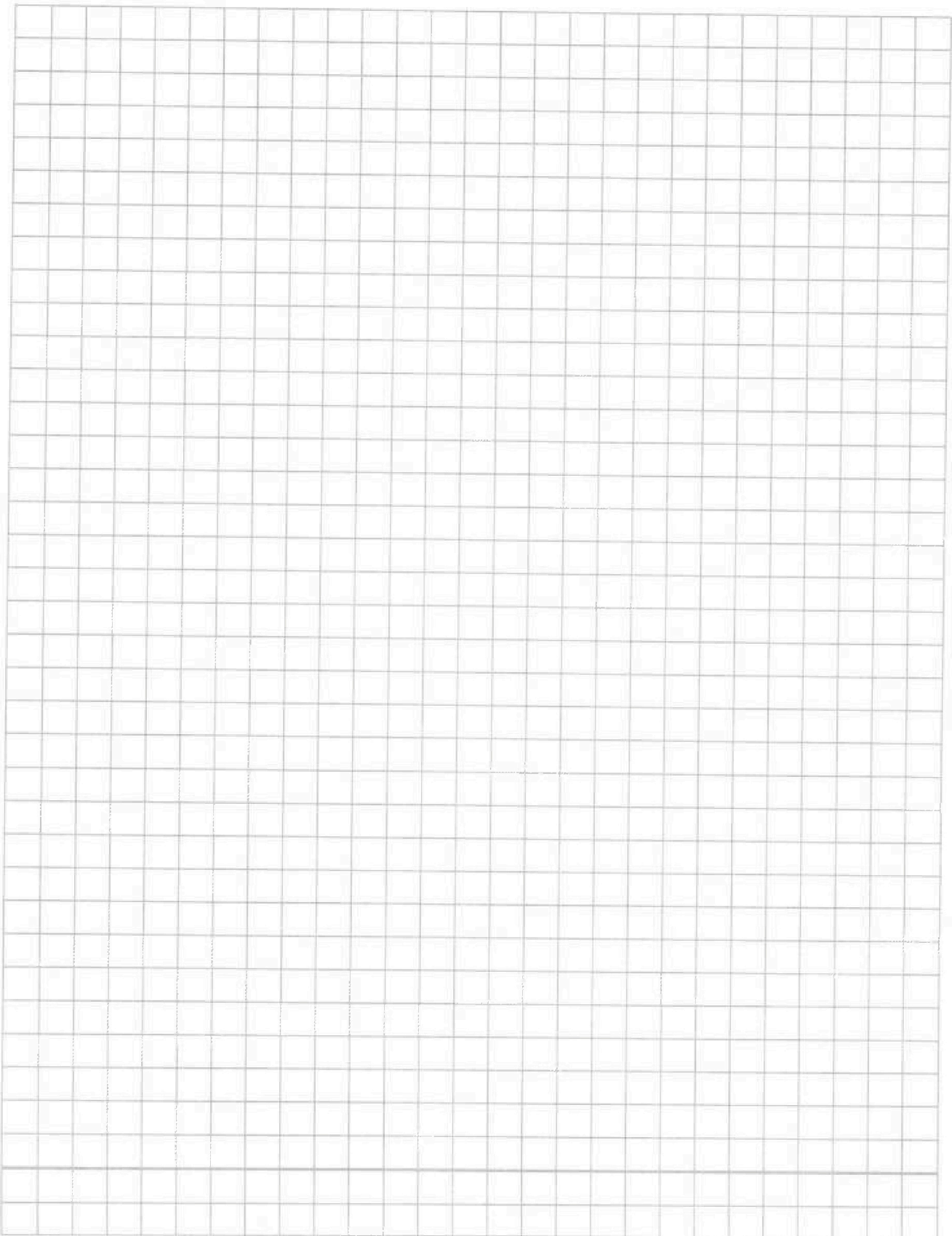
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

