



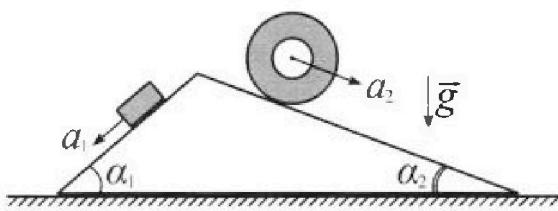
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024



Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брускок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту $\alpha_1 (\sin \alpha_1 = 3/5, \cos \alpha_1 = 4/5)$ и $\alpha_2 (\sin \alpha_2 = 5/13, \cos \alpha_2 = 12/13)$. Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

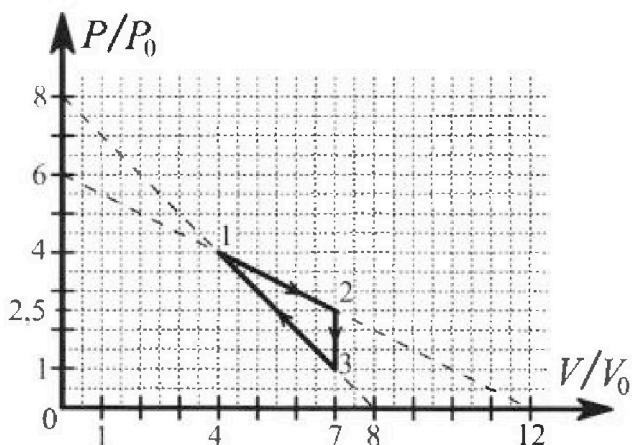


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

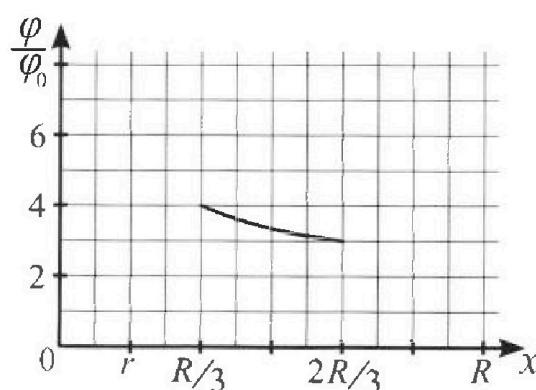
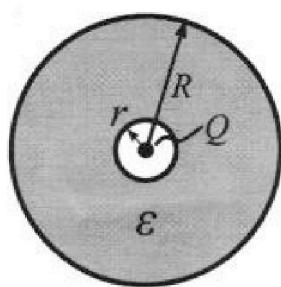
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

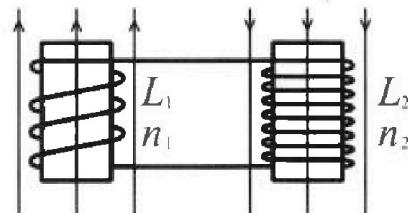


**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024**

Вариант 11-01

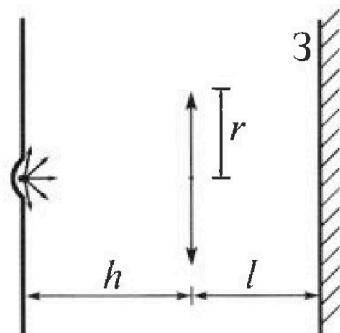
*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) на чнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменились неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

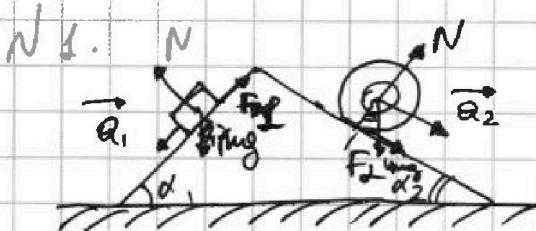
Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

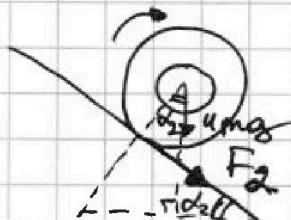


23-к для другого:

$$m\alpha_1 = mgs \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1, -\alpha_1) =$$

$$= mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = mg \frac{39 - 25}{65} = \frac{14}{65} mg$$



23-к для ~~F_2~~ направлена с

ускорением, т.к. ~~цилиндр катят~~

~~пока по часовой стрелке.~~

Если F_2 согласована с ускорением:

23-к для цилиндра: $4mg \sin \alpha_2 + F_2 = 4M\alpha_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow F_2 = 4m(\alpha_2 - g \sin \alpha_2) = 4mg \left(\frac{5}{24} - \frac{5}{13} \right) < 0$.

Противоречие $\Rightarrow F_2$ направлена против уско-
рения (то означает на самом деле, что
цилиндр подталкивает спереди и откатывается
на верх, а α_2 - возвращающее ускорение).

$$4mg \sin \alpha_2 - F_2 = 4ma \Rightarrow F_2 = 4mg \left(\sin \alpha_2 - \frac{a_2}{g} \right) =$$

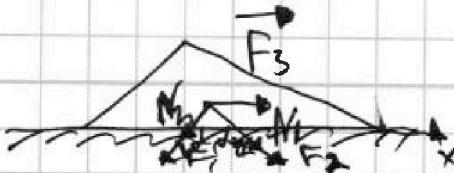
$$= 4mg \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = 20mg \left(\frac{24 - 13}{24 \cdot 13} \right) = mg \frac{5}{6} \frac{11}{13} =$$

$$= \frac{55}{78} mg$$

то иниц действуют F_1 и

F_2 ; N_1 и N_2 по 3 зд ~~из~~ 2 страницы.

$$N_1 = mg \cos \alpha_1, \quad N_2 = mg \cos \alpha_2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У3
~~У8~~ 23-к для "М" и "И". Взяли сумма на оси X

23-к для кинематики: $-N_2 \cos \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \cos \alpha_2 \Rightarrow$

$$+ F_3 = 0 \Rightarrow F_3 = mg \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + F_1 \cos \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 -$$

$$- mg \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = mg \left(4 \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + \frac{14}{65} \cos \alpha_1 - \right.$$

$$\left. - \frac{55}{78} \cos \alpha_2 - \cos \alpha_2 \cos \alpha_2 \right) = mg \left(3 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{14}{65} \frac{4}{5} - \right.$$

$$\left. - \frac{55}{78} \frac{12}{13} \right) = mg \left(\frac{144 \cdot 5 + 56}{65 \cdot 5} - \frac{55 \cdot 6}{39 \cdot 13} \right) = \frac{mg}{13}.$$

$$\cdot \left(\frac{(144 \cdot 5 + 56)}{25} - \frac{55 \cdot 6}{39} \right) - \frac{mg}{13} \left(\frac{(144 \cdot 5 + 56) \cdot 39 - 25 \cdot 55 \cdot 6}{25 \cdot 39} \right) =$$

$$= \frac{mg}{13 \cdot 25 \cdot 3} \left((776) \cdot 39 - 125 \cdot 66 \right) = \frac{mg}{65^2} (13 \cdot 776 -$$

$$- 125 \cdot 22) = \frac{7338}{65^2} mg = \frac{7338}{4225} mg$$

Ответ: $\frac{14}{65} mg$; $\frac{55}{78} mg$; $\frac{7338}{4225} mg$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2. В точке 1: $(P_1; V_1) = (4P_0; 4V_0)$; 2: $(P_2; V_2) = (2,5P_0; 7V_0)$; 3: $(P_3; V_3) = (P_0; 7V_0)$.

$$\Delta U_{23} = \frac{1}{2} \Delta Q \Delta T_{23} = \frac{3}{2} \Delta (PV) = \frac{3}{2} (\Delta PV + \Delta VP) = \frac{3}{2} \Delta PV = \\ = \frac{3}{2} (P_3 - P_2) V_2 = \frac{3}{2} (P_0 - 2,5P_0) 7V_0 = -\frac{45}{2} P_0 V_0 = -15,75 P_0 V_0$$

А₁₂₃-площадь фигуры 123.8 (12, 13, 8) в PV координатах.

$A_{123} = A_{12} - A_{13}$, где A_{12} -площадь под отрезком 12,

A_{13} -площадь под отрезком 13.

$$A_{12} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} 6,5P_0 \cdot 3V_0 = 9,75 P_0 V_0$$

$$A_{13} = \frac{1}{2} (P_1 + P_3) (V_3 - V_1) = \frac{1}{2} 5P_0 \cdot 3V_0 = 7,5 P_0 V_0$$

$$A_{123} = 9,75 P_0 V_0 - 7,5 P_0 V_0 = 2,25 P_0 V_0$$

$$\text{Используя формулу} - \left| \frac{-15,75 P_0 V_0}{2,25 P_0 V_0} \right| = \frac{3,15}{0,45} = \frac{63}{9} = 7$$

По 3-му Ленг. критериям $P_i V_i = \Delta R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{P_i V_i}{\Delta R} = 16 \frac{P_0 V_0}{\Delta R}$

Кондёй закон, но к которому Р зависит от V в пред. 1-2.

По графику видно, что точки (6; 0) и (0; 12) лежат

на прямой 1-2 $\Rightarrow P(V) = -\frac{V}{2} + 6$. Кондёй $T(V)$:

$$P(V)V = \Delta R T(V) \Rightarrow \left(-\frac{V}{2} + 6 \right) V = \Delta R T(V) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(V) = \frac{(-V + 12)V}{2\Delta R} \Rightarrow \frac{dT}{dV} = \frac{(-V^2 + 12V)}{2\Delta R} = -\frac{V}{\Delta R} + \frac{6}{\Delta R} =$$

$$= \frac{6-V}{\Delta R} \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \left(\frac{dV}{dT} \right)^{-1} = \frac{\Delta R}{6-V}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём $c(V)$ -максимальность в прес. 1-2.

$$\begin{aligned} c(V) &= \frac{dQ}{dT} = \frac{d(A+U)}{dT} = \frac{dA}{dT} + \frac{dU}{dT} = \frac{PdV}{dT} + \frac{\frac{3}{2}VRdT}{dT} = \\ &= \frac{P}{V} \frac{dV}{dT} + \frac{3}{2} R = \frac{(-\frac{V}{2}+6)}{V} \frac{JR}{6-V} + \frac{3}{2} R = \left(\frac{12-V}{12-2V} + \frac{3}{2} \right) R = \\ &= \frac{12-V+3(6-V)}{12-2V} R = \frac{30-4V}{12-2V} R = \frac{15-2V}{6-V} R \end{aligned}$$

Когда T будет макс. Точка этого будет соответств.

будем лежать на изотерме $\Rightarrow c(V) \rightarrow \infty$ в этом максим. Из зависим. $c(V)$ можно сделать вывод, что в этом максим $V = 6V_0$.

(Рад величины P и V подразумевались P_0 и V_0).

Тогда $P_{\text{ макс}} = P = \left(-\frac{6}{2} + 6 \right) P_0 = 3P_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{\text{ макс}} = \frac{PV}{JR} = \frac{3P_0 \cdot 6V_0}{JR} = 18 \frac{P_0 V_0}{JR}$$

$$\text{Используем } \frac{T_{\text{ макс}}}{T_1} = \frac{18 \frac{P_0 V_0}{JR}}{16 \frac{P_0 V_0}{JR}} = \frac{9}{8}$$

~~$h = -\frac{A_{\text{чима}}}{Q_{\text{н}}}$, где $A_{\text{н}}$ - подведенное тепло~~

~~$dQ = dA + dU = PdV + \frac{3}{2} VRdT$~~

$$= PdV + \frac{3}{2} (PdV + VdP) = \frac{5}{2} PdV + \frac{3}{2} VdP$$

~~$\text{В процессе } 1 \rightarrow 2: PdV = \left(\frac{V}{2} + 6 \right) dV \quad VdP = Vd \left(-\frac{V}{2} + 6 \right) = -\frac{V}{2}$~~

~~$Q_{12} = Q_{1A} + Q_{A2}$, где A -тогда макс. Температура.~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{1A} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{2} + 6V_0 \right) \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{2} \right) \text{ В процессе } z \rightarrow 2:$$

$$PdV = \left(6 - \frac{V}{2} \right) dV \quad P(V) = 6 - \frac{V}{2} \Rightarrow V(P) = 12 - 2P \Rightarrow$$

$$\Rightarrow VdP = (12 - 2P)dP$$

$$Q_{12} = Q_{1A} + Q_{A2}, \text{ где A - точка MAX T.}$$

$$Q_{1A} = \frac{5}{2} \int_{\frac{V_0}{2}}^{6V_0} PdV + \frac{3}{2} \int_{4P_0}^{3P_0} = \frac{1}{2} \left[5 \left(\int_{\frac{V_0}{2}}^{6V_0} 6dV - \int_{4P_0}^{3P_0} \frac{VdV}{2} \right) + \right. \\ \left. + 3 \left(\int_{4P_0}^{3P_0} 12dP - \int_{4P_0}^{3P_0} PdP \right) \right] = \frac{1}{2} \left[5 \left(6(6V_0 - \frac{V_0}{2}) - \frac{1}{4}(36V_0^2 - 16V_0^2) \right) \right]$$

$h = \frac{\text{Антим}}{Q_{12}}$. Q_{12} - подведенное тепло. В прац.

2-2 Q неизмен. подв. и отв. Там же как и в

прац. 3-1. В прац. 2-3 Q очевидно отводится.

В прац. 1-2 $dQ = c(V) \cdot dT$. Рассмотреть A-точка макс T.

До точки A $dT > 0$, т.к. $T_A > T_1$, а $c(V) > 0$, т.к.

$$c(V) = \frac{15 - 2V_0}{6 - V_0} R \text{ значен.} > 0, \text{ числ.} > 0 \Rightarrow \text{В прац.}$$

1A $dQ > 0 \Rightarrow Q$ подв. В прац. А2 $dT < 0$, т.к. $T_A = T_{\max}$,

$$\text{а } c(V) < 0, \text{ т.к. значен.} < 0, \text{ числ.} > 0 \left(\frac{V}{V_0} < 7 \frac{V_0}{V_0} < 35 \frac{V_0}{V_0} \right) \Rightarrow$$

\Rightarrow В прац. А2 $dQ > 0 \Rightarrow Q$ подв. В прац. А2.

$$Q_{1A} = A_{1A} + \Delta U_{1A} = \frac{1}{2} (3P_0 + 4P_0) (6V_0 - 2V_0) + \\ + \frac{3}{2} \int_{2P_0}^{3P_0} (T_A - T_1) = (4P_0)V_0 + 3P_0V_0 = 17P_0V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 Q_{A2} &= A_{A2} + \Delta U_{A2} = \frac{1}{2}(2,5P_0 + 3P_0)(2V_0 - 6V_0) = \cancel{\frac{5,5P_0V_0}{2}} + \\
 &+ \frac{3}{2}JR(T_2 - T_{\max}) = \cancel{\frac{5,5P_0V_0}{2}} + \frac{3}{2}JA(\cancel{\frac{17,5P_0V_0}{JR}} - \cancel{\frac{18P_0V_0}{JR}}) = \\
 &= \cancel{\frac{5,5P_0V_0 - 1,5P_0V_0}{2}} = 2P_0V_0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow Q_{12} = (7+2)P_0V_0 = 19P_0V_0
 \end{aligned}$$

Рассмотрим точку с макс Т в промежутке 3-1: $\frac{P}{P_0} \left(\frac{V}{V_0} \right) =$
~~= $\frac{V}{V_0} + 8$~~ . Заметим, что прямая ~~1-3~~ 13 линейно-изменяется от 1 до 3 единиц. Заметим, что прямая 1-3 линейно-изменяется от 1 до 3 единиц.
 \Rightarrow точка с макс температурой будет точкой 1.

Тогда Q_{13} одинаково знана на всём участке 1-3.

$$\begin{aligned}
 Q_{13} &= A_{13} + \Delta U_{13} = \frac{1}{2}5P_03V_0 + \frac{3}{2}JR\left(\frac{16P_0V_0}{JR} - \frac{3P_0V_0}{JR}\right) = \\
 &= -\frac{15}{2}P_0V_0 + \frac{27}{2}P_0V_0 = 6P_0V_0 \geq 0 \Rightarrow Q_{13} \text{ подтверждается}
 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } Q_n = Q_{13} + Q_{12} = 19P_0V_0 + 6P_0V_0 = 25P_0V_0$$

$$h = \frac{2,25P_0V_0}{25P_0V_0} = \frac{225}{25} \cdot 10^{-3} = 0,09 = 9\%$$

Ответ: 1) 2; 2) $\frac{9}{8}$; 3) 9%.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

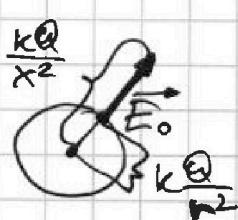
$$N_3. \quad \text{Задача } 4(x) = E(x) \cdot x$$

$$E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x < r \\ k \frac{Q}{r^2} + E_{\text{внешн}}, & r < x < R \end{cases}$$

Если E в x раз меньше чем если бы находилось

$$E_{\text{внешн}} = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad E_0 = k \frac{Q}{x^2} - k \frac{Q}{R^2} - \text{по принципу}$$

суперпозиции независимости. Следов.



$$E_0 = kQ \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right)$$

$E_0 = kQ \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right) < 0$, т.е. E_0 ослабляет поле, что неудивительно, т.к.

E меньше чем больше расстояние, а $x > r$. Тогда $E_{\text{внешн}} = \frac{E_0}{\varepsilon} =$

$$= kQ \left(\frac{1}{\varepsilon x^2} - \frac{1}{\varepsilon R^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{r^2} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{\varepsilon x^2}$$

$$\Rightarrow E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x < r \\ kQ \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{\varepsilon x^2} - \frac{1}{\varepsilon r^2} \right), & r < x < R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E\left(\frac{R}{4}\right) = \begin{cases} \frac{16}{R^2} \frac{kQ}{\varepsilon^2}, & \frac{R}{4} < r \\ kQ \left(\frac{1}{r^2} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) + \frac{16}{\varepsilon R^2} \right), & r < \frac{R}{4} < R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = E\left(\frac{R}{4}\right) \cdot \frac{R}{4} = \begin{cases} \frac{4kQ}{R^2}, & \frac{R}{4} < r \\ kQ \left(\frac{R}{4r^2} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) + \frac{4}{\varepsilon R} \right), & r < \frac{R}{4} \end{cases}$$

Ответ:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Т.к. } \frac{R}{3} > r : \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = kQ \left(\frac{R}{3r^2} \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \right) + \frac{3}{\varepsilon R} \right), \Rightarrow$$

$$\varphi(x) = kQ \left(\frac{x}{r^2} \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{\varepsilon x} \right)$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = kQ \left(\frac{2R}{3r^2} \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \right) + \frac{3}{2\varepsilon R} \right)$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi_0} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{4}{3} = \frac{\frac{R}{3r^2}(\varepsilon-1) + \frac{3}{R}}{\frac{2R(\varepsilon-1)}{3r^2} + \frac{3}{2R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{8R(\varepsilon-1)}{3r^2} + \frac{6}{R} = \frac{R}{r^2}(\varepsilon-1) + \frac{9}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\varepsilon-1) \frac{R}{r^2} \left(\frac{8}{3} - 1 \right) = \frac{9}{R} - \frac{6}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon-1 = \frac{r^2}{R^2} \left(\frac{9-6}{\frac{8}{3}-1} \right) = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{5} \frac{r^2}{R^2}$$

Из графика видно, что $r = \frac{R}{6} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{36} \Rightarrow \varepsilon-1 = \frac{9}{5 \cdot 36} = \frac{1}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{1}{20} = \frac{21}{20} = \frac{105}{100} = 1,05$$

Ответ: 1,05.

Дополнение к первому вопросу:

Черновая зависимость $\varphi(x) = E(x)x$

$$\varphi(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x}, & x < r \\ kQ \left(\frac{x}{r^2} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon x} \right), & r < x < R \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_4. \Phi - LI \Rightarrow \cancel{\Phi} = I + \dot{I}L \Rightarrow |\cancel{\Phi}| = |\Phi| = |LI + \dot{I}L|$$

$$\Phi = \Phi_{\text{источник}} = \Phi_{\text{сост}} + \Phi_{\text{внешн}} = LI + BSn$$

$$\& \cancel{\Phi} = L \cancel{I} + \dot{B}nS \quad (n, S - \text{постоянны} \Rightarrow \Rightarrow L - \text{постоянно})$$

$$|\cancel{\Phi}| = \cancel{\Phi} = \cancel{I}(L + \dot{B}nS) \quad \cancel{\Phi} = -\dot{\Phi}$$

Φ_1 - поток катушки L , Φ_2 - поток катушки L_2 .

$$-\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2 = 0 \quad \text{- по 3-му кирхгофа}$$

$$L_1 \dot{I} + B_1 n_1 S + L_2 \dot{I} + B_2 n_2 S = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.ч. } B_2 = 0 \quad \dot{I}(L_1 + L_2) = -B_1 n_1 S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{I} = -\frac{B_1 n_1 S}{L_1 + L_2} = -\frac{\alpha n_1 S}{L_1 + L_2} = -\frac{\alpha n S}{5L}$$

$$|\dot{I}| = \frac{\alpha n S}{5L}$$

$$L_1 \dot{I} + B_1 n_1 S + L_2 \dot{I} + B_2 n_2 S = 0$$

$$\dot{I}(L_1 + L_2) = - (B_1 n_1 S + B_2 n_2 S)$$

$$\dot{I} \cdot 5L = - (B_1 n_1 S + B_2 \cdot 2n_2 S) = -nS(B_1 + 2B_2)$$

$$\dot{I} = -\frac{nS}{5L} (B_1 + 2B_2) \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{nS}{5L} (\frac{dB_1 + 2B_2}{dt}) \quad (\cdot dt \Rightarrow)$$

$$\Rightarrow dI = -\frac{nS}{5L} (dB_1 + 2dB_2) \quad \text{- верно для любых приращений} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta I = -\frac{nS}{5L} (\Delta B_1 + 2\Delta B_2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(I-0) = -\frac{ns}{5L} \left(-B_0 + \frac{B_0}{2} + 2 \left(-2B_0 + \frac{2B_0}{3} \right) \right) = \\ * \frac{nsB_0}{5L} \left(\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{4}{3} \right) \right) = * \frac{nsB_0}{5L} \frac{3+16}{6} = -\frac{19}{30} \frac{nsB_0}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |I| = \frac{19}{30} \frac{nsB_0}{L}$$

Ответ: $\frac{ns}{5L}$; $\frac{19}{30} \frac{nsB_0}{L}$.

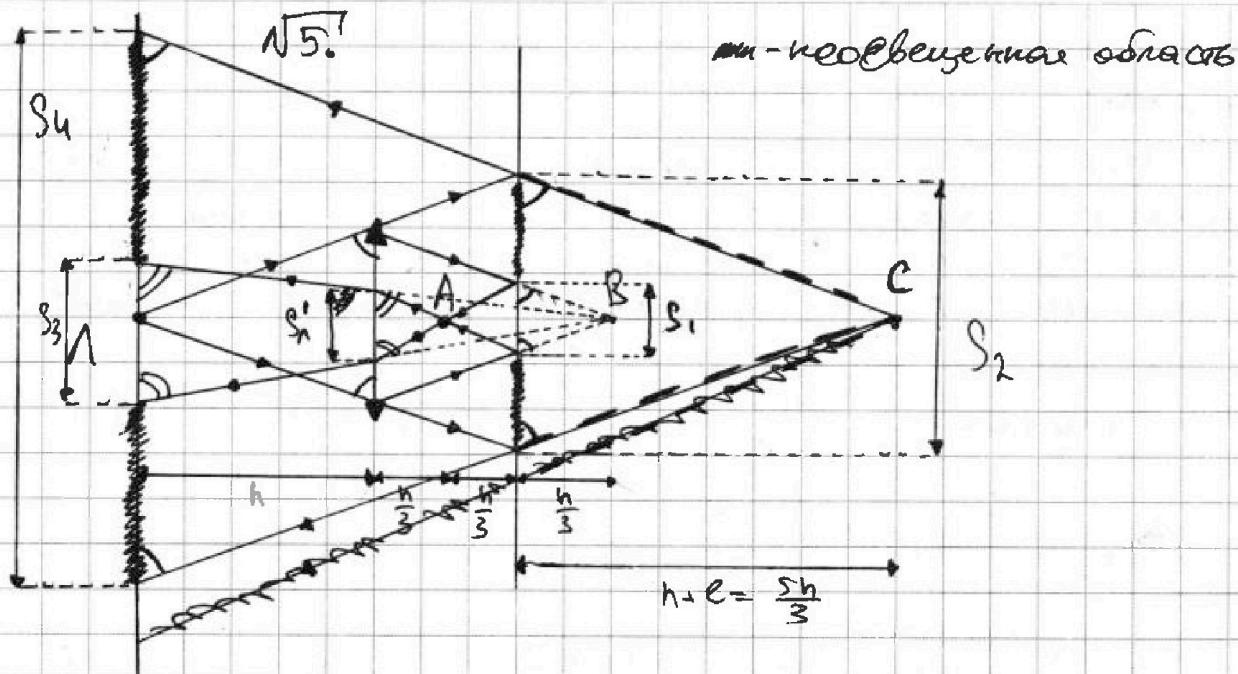


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём расст. f' от изобр. I внизу до пинзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f'} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f' = \frac{Fh}{-F+h} = \frac{h^2/2}{h/2} = h. \text{ Несв. область зеркала будет}$$

область, на которую не попадают лучи от пинзы (напоминающие и непреломлённые внизу). Её

площадь — $S_2 - S_1$ (см. рис.). S_1 -площадь пинзы. $S_1 = \pi r^2$.

$$\text{Из подобия треугольников: } \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{5h}{3}\right)^2 \Rightarrow S_2 = \frac{25}{9} S_1$$

$$\frac{S_1}{S_1} = \left(\frac{h/3}{h}\right)^2 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{9} S_1 \Rightarrow \text{искомая площадь: } \frac{24}{9} S_1 = \frac{24}{9} \pi r^2 = 24\pi [\text{см}^2]$$

После отражения в зеркале преломлённые внизу лучи падают с обратным действием на зеркало A (см. рис.). Это расстояние f' до пинзы меньше фокусного \Rightarrow изображение будет перевёрнуто.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h/3} - \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{h/2 - h/3}{h/2 \cdot h/3} = \frac{1}{h} \Rightarrow f' = h.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. изображение А внизу это В (см. рис.). Преломленные лучи попадут на стекло и обогнут её освещая. Тогда проецируемая область это та, что гораздо шире, чем лучей от минного источника В и минного источника С (изображение А в зеркале). Искомая площадь:

$$S_4 - S_3.$$

$$\text{из подобия: } \frac{S_4}{S_1} = \left(\frac{\frac{5h}{3} \cdot 2}{h} \right)^2 = \frac{100}{9} \Rightarrow S_4 = \frac{100}{9} S_1$$

$$\frac{S_3}{S_1'} = \left(\frac{2h}{h} \right)^2 = 4 \Rightarrow S_3 = 4 S_1'.$$

т.к. А ^{какое-то} равно расстояние между минами и зеркалом $S_1' = S_1 \Rightarrow S_3 = 4 S_1 = \frac{4}{9} S_1 \Rightarrow$
 \Rightarrow иск. площадь: $S_4 - S_3 = \frac{96}{9} S_1 = \frac{32}{3} \pi r^2 = 96\pi \text{ [cm}^2]$

Ответ: 24π ; 96π .

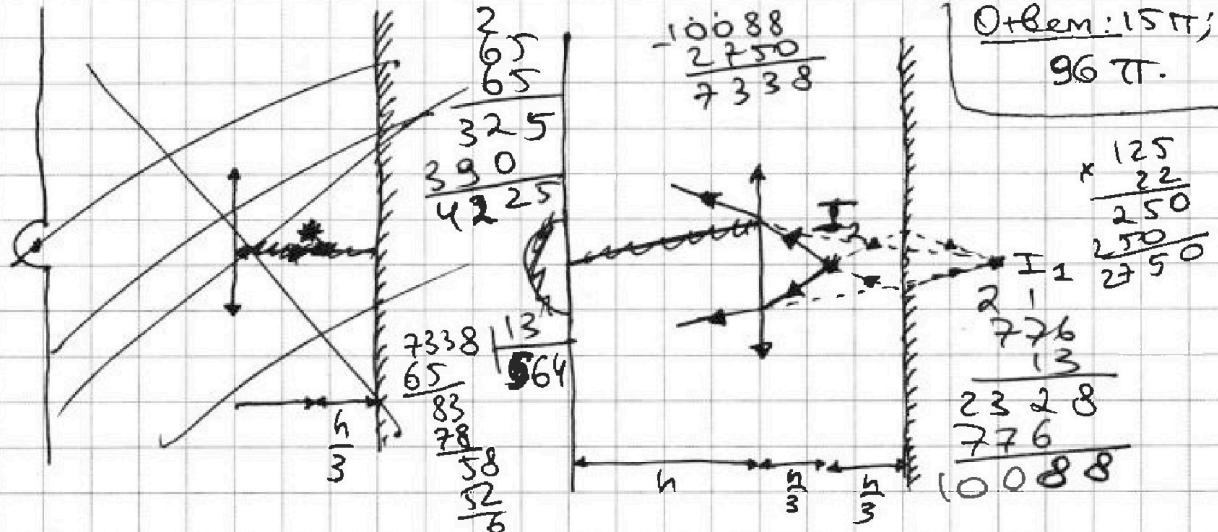
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



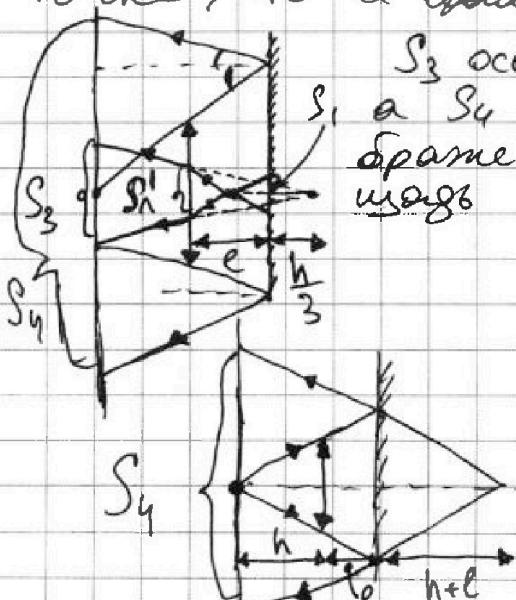
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Чтобы найти площадь неосвещённой части стекла пределем то же самое, но для нового ~~зеркального~~ изображения I_2 , которое явл. минимум изображения I_1 в ~~зеркале~~ (I_2 - ~~зерст.~~ изображение \Rightarrow ~~минимум~~ источника). I_2 находится на расст. $\frac{h}{3}$ от зеркала $\Rightarrow \frac{h}{3}$ от линзы. $\frac{1}{f} = \frac{1}{h/3} + \frac{1}{g} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{h} - \frac{3}{h} = -\frac{1}{h} \Rightarrow$ изображение I_2 и находящееся в гой же точке, что и ~~источник~~, I_1 . Тогда (см. рис.)



S_3 освещается ~~минимум~~ изображением, S_1 а S_4 не освещается ~~минимум~~ изображением лампочки. Тогда между неосвещённой частью: $S_4 - S_3$.

$$\frac{S_4}{S_1} = \frac{(2(h+e))^2}{h} \Rightarrow S_4 = \frac{100}{9} S_1$$

Из симметрии $S_1' = S_1$ (см. рис.)

$$\begin{aligned} \frac{S_3}{S_1'} &= \frac{S_3}{S_1} = \frac{\left(h+e+\frac{h}{3}\right)h}{e+h} = 2^2 = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow S_3 = 4 S_1 = \frac{4}{9} S_1 \\ &\Rightarrow S_4 - S_3 = \frac{96}{9} S_1 = \frac{32}{3} \pi r^2 = 96 \pi [cm^2] \end{aligned}$$



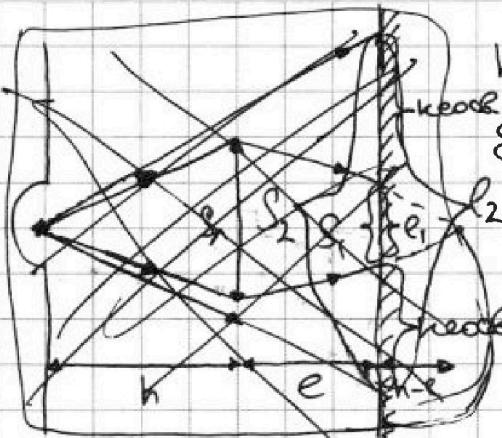
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.



контур раст. от изображения
до зеркала:

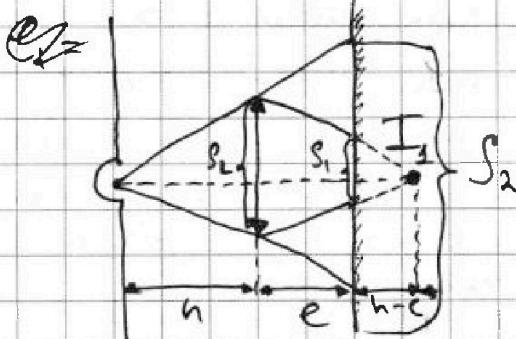
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{h \cdot F}{h - F} = \frac{h \cdot h/2}{h \cdot h/2} = \frac{h/2}{h^2/2} = \frac{1}{h} \Rightarrow f = h \Rightarrow \text{изображение}$$

оказывается за зеркалом на расст. $h - l = \frac{h}{3}$.

Несв. областю зеркала будем та часть, которую не затрагивают лучи идущие в изобр. плоскости в конусе, и лучи, идущие от палочки, и не проходящие через зеркало. Площадь этой области:

$S_2 - S_1$ (см. рис.) S_1 — площадь конуса

$$S_1 \text{ (конус)} S_1 = \frac{\pi r^2}{3h} = \left(\frac{r}{2h}\right)^2 \Rightarrow S_1 = S_h \left(\frac{r}{2h}\right)^2$$



$$\frac{S_1}{S_h} = \left(\frac{h-l}{h}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{S_h}{9} \quad \begin{matrix} \text{из подобия} \\ \text{треугл.} \end{matrix}$$

$$\frac{S_2}{S_h} = \left(\frac{2h+h+l}{h}\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

Тогда площадь не- $\Rightarrow S_2 = \frac{16}{9} S_h$

освещённой части: $S_2 - S_1 = S_h \left(\frac{16}{9} - \frac{1}{9}\right) = \frac{15}{9} S_h = \frac{5}{3} S_h =$

$$= \frac{5}{3} \pi r^2 = 15\pi \text{ [cm}^2\text{]}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Найдём $\epsilon(x)$. $\epsilon(x) = E(x)x$. Для $x < r$: $E(x) = k \frac{Q}{x^2}$,
 $\text{а } \epsilon(x) = k \frac{Q}{x}$. Чтобы найти $E(x)$ представим,
 что заряд Q "разбросан" по сфере rR .

№3. Найдём $\epsilon(x)$. Для $x < r$ $\epsilon(x) = k \frac{Q}{x}$.
 Для $x > r$ представим, что Q "разбросан"
 по сфере, а это расст. x от центра на-
 ходится однородная обратная сферы.

Тогда $\Delta\epsilon = \frac{q}{C}$, где C -емкость
 сферического конденсатора с обкладками
 радиусов r и x . $C = \frac{k\pi}{\epsilon_0} \frac{x-r}{rx}$, т.к. среда
 с диэлектриком. "Подаваемый" заряд q



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!