



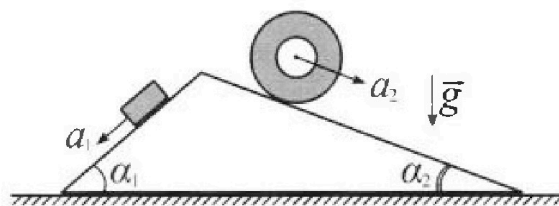
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $4m$  с ускорением  $a_2 = 5g/24$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

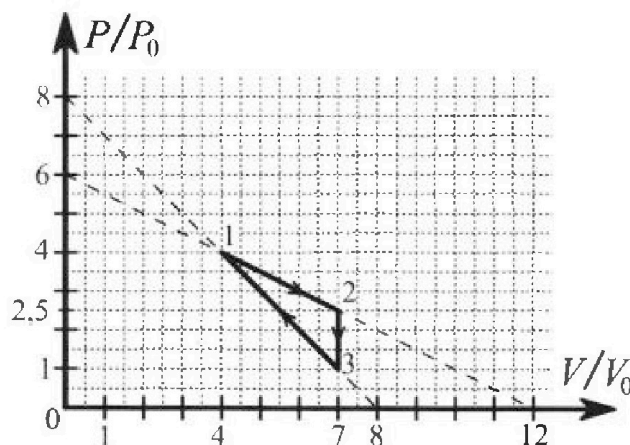


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

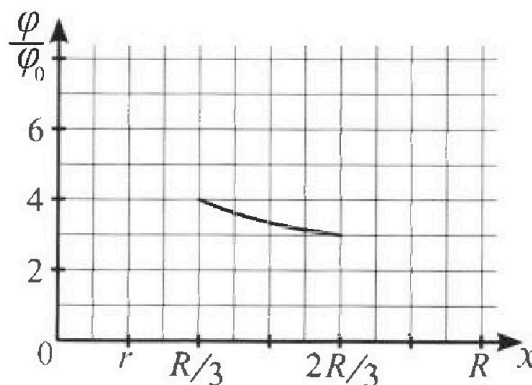
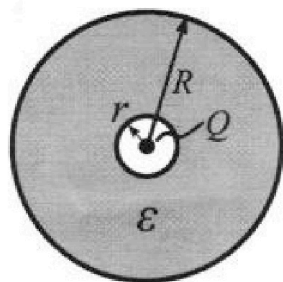
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



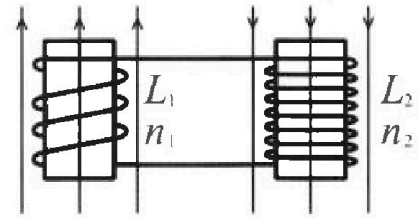
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

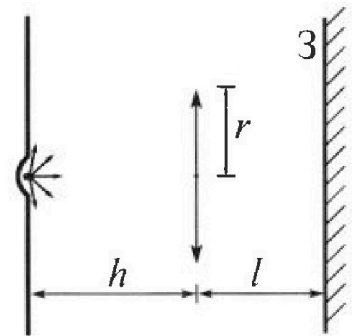


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 4L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 2n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) на чет изменяется ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/2$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $2B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/2$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 3$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

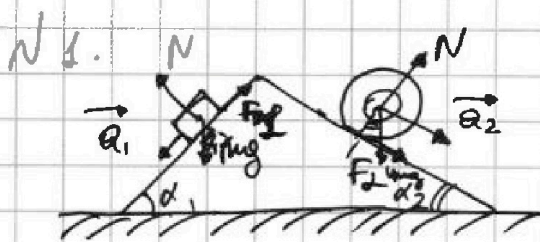
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

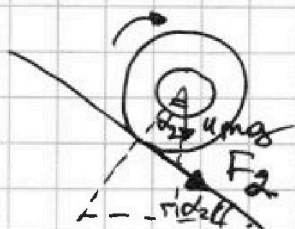


23-к для друга:

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$$

$$= mg \left( \frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = mg \frac{39 - 25}{65} = \frac{14}{65} mg$$



~~23-к для F2 направлена с~~

~~ускорением, т.к. цилиндр кат~~

~~ится по часовой стрелке.~~

Если  $F_2$  сонаправлена с ускорением:

23-к для цилиндра:  $4mg \sin \alpha_2 + F_2 = 4ma_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_2 = 4m(a_2 - g \sin \alpha_2) = 4mg \left( \frac{5}{24} - \frac{5}{13} \right) < 0.$$

Противоречие  $\Rightarrow F_2$  направлена против ускорения (это означает на самом деле, что цилиндр потолкнули снизу и он катится наверх, а  $a_2$  - возвращающее ускорение).

$$4mg \sin \alpha_2 - F_2 = 4ma_2 \Rightarrow F_2 = 4mg \left( \sin \alpha_2 - \frac{a_2}{g} \right) =$$

$$= 4mg \left( \frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = 10mg \left( \frac{24 - 13}{24 \cdot 13} \right) = mg \frac{5}{6} \frac{11}{13} =$$

$$= \frac{55}{78} mg$$

ка цилиндр действует  $F_1$  и

$F_2$ ;  $N_1$  и  $N_2$  по 3-й Кюриана.

$$N_1 = mg \cos \alpha_1, \quad N_2 = 4mg \cos \alpha_2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{14}{65}$   
 $\frac{55}{78}$  23-к для "м" и "ч". В проекции на ось X

23-к для "ч" и "м":  $-N_2 \cos \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \cos \alpha_2 +$

$+ F_3 = 0 \Rightarrow F_3 = 4mg \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 -$

$- mg \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = mg \left( 4 \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + \frac{14}{65} \cos \alpha_1 - \right.$

$\left. - \frac{55}{78} \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \right) = mg \left( 3 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \right.$

$\left. - \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} \right) = mg \left( \frac{144 \cdot 5 + 56}{65 \cdot 5} - \frac{55 \cdot 6}{39 \cdot 13} \right) = \frac{mg}{13}.$

$\cdot \left( \frac{144 \cdot 5 + 56}{25} - \frac{55 \cdot 6}{39} \right) = \frac{mg}{13} \left( \frac{(144 \cdot 5 + 56) \cdot 39 - 25 \cdot 55 \cdot 6}{25 \cdot 39} \right) =$

$= \frac{mg}{13^2 \cdot 25 \cdot 3} \left( (776) \cdot 39 - 125 \cdot 66 \right) = \frac{mg}{65^2} \left( 13 \cdot 776 - \right.$

$\left. - 125 \cdot 22 \right) = \frac{7338}{65^2} mg = \frac{7338}{4225} mg$

Ответ:  $\frac{14}{65} mg$ ;  $\frac{55}{78} mg$ ;  $\frac{7338}{4225} mg$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2. В точке 1:  $(P_1; V_1) = (4P_0; 4V_0)$ ; 2:  $(P_2; V_2) = (2,5P_0; 7V_0)$ ; 3:  $(P_3; V_3) = (P_0; 7V_0)$ .

$$\Delta U_{23} = \frac{1}{2} \nu R \Delta T_{23} = \frac{3}{2} \Delta(PV) = \frac{3}{2} (\Delta PV + \Delta VP) = \frac{3}{2} \Delta PV = \frac{3}{2} (P_3 - P_2) V_2 = \frac{3}{2} (P_0 - 2,5P_0) 7V_0 = -\frac{4,5 \cdot 7}{2} P_0 V_0 = -15,75 P_0 V_0$$

$A_{\text{цикл}}$  - площадь фигуры 123 в  $(P, V)$  координатах.

$A_{123} = A_{12} - A_{13}$ , где  $A_{12}$  - площадь под отрезком 12,

$A_{13}$  - площадь под отрезком 13.

$$A_{12} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} 6,5P_0 \cdot 3V_0 = 9,75 P_0 V_0$$

$$A_{13} = \frac{1}{2} (P_1 + P_3) (V_3 - V_1) = \frac{1}{2} 5P_0 \cdot 3V_0 = 7,5 P_0 V_0$$

$$A_{\text{цикл}} = 9,75 P_0 V_0 - 7,5 P_0 V_0 = 2,25 P_0 V_0$$

$$\text{Искомая величина} = \left| \frac{-15,75 P_0 V_0}{2,25 P_0 V_0} \right| = \frac{3,15}{0,45} = \frac{63}{9} = 7$$

По 3-му Менг. Клапейрона  $P_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = 16 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$

Каждый закон, по которому  $P$  зависит от  $V$  в проц. 1-2.

По графику видно, что точки  $(6; 0)$  и  $(0; 12)$  лежат

на прямой 1-2  $\Rightarrow P(V) = -\frac{V}{2} + 6$ . Каждый  $\frac{P(V)}{T(V)}$ :

$$P(V) V = \nu R T(V) \Rightarrow \left(-\frac{V}{2} + 6\right) V = \nu R T(V) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(V) = \frac{(-V + 12) V}{2 \nu R} \Rightarrow \frac{dT}{dV} = \left(\frac{-V^2 + 12V}{2 \nu R}\right)' = -\frac{V}{\nu R} + \frac{6}{\nu R} =$$

$$= \frac{6-V}{\nu R} \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \left(\frac{dT}{dV}\right)^{-1} = \frac{\nu R}{6-V}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти  $c(V)$  - малая теплоемкость в процессе 1-2.

$$c(V) = \frac{dQ}{dT} = \frac{d(A+U)}{dT} = \frac{dA}{dT} + \frac{dU}{dT} = \frac{PdV}{dT} + \frac{\frac{3}{2}JRdT}{dT} =$$

$$= \frac{P}{V} \frac{dV}{dT} + \frac{3}{2}R = \frac{(-\frac{V}{2}+6)}{V} \frac{JR}{6-V} + \frac{3}{2}R = \left( \frac{12-V}{12-2V} + \frac{3}{2} \right) R =$$

$$= \frac{12-V+3(6-V)}{12-2V} R = \frac{30-4V}{12-2V} R = \frac{15-2V}{6-V} R$$

Когда  $T$  будет макс. Тогда энтропия соответств.

будет летать на изомерие  $\Rightarrow c(V) \rightarrow \infty$  в этот момент. Из зависимости  $c(V)$  можно сделать вывод, что в этот момент  $V=6V_0$ .  
(Под величинами  $P$  и  $V$  подразумеваются  $P_0$  и  $V_0$ ).

Тогда  $P$  в этот момент  $P = \left( -\frac{6V_0}{2} + 6 \right) P_0 = 3P_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{PV}{JR} = \frac{3P_0 \cdot 6V_0}{JR} = 18 \frac{P_0 V_0}{JR}$$

$$\text{Итак же } \frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{18 \frac{P_0 V_0}{JR}}{16 \frac{P_0 V_0}{JR}} = \frac{9}{8}$$

~~$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{in}}$ , где  $Q_{in}$  - подведенное тепло~~

~~$$dQ = dA + dU = PdV + \frac{3}{2}JRdT$$~~

$$= PdV + \frac{3}{2}(PdV + VdP) = \frac{5}{2}PdV + \frac{3}{2}VdP$$

~~$$\text{В процессе } 1 \rightarrow 2: PdV = \left( \frac{V}{2} + 6 \right) dV \quad VdP = Vd\left( -\frac{V}{2} + 6 \right) = -\frac{V}{2}dV$$~~

~~$Q_{12} = Q_{1A} + Q_{A2}$ , где  $A$  - точка макс. температуры.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$Q_{1A} = \int_{4U_0}^{6U_0} (-\frac{VdP}{2} + 6dU) \cdot \frac{5}{2} + (-\frac{4}{2})$  В процессе  $1 \rightarrow 2$ :~~

~~$PdU = (6 - \frac{U}{2})dU \quad P(U) = 6 - \frac{U}{2} \Rightarrow U(P) = 12 - 2P \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow UdP = (12 - 2P)dP$~~

~~$Q_{12} = Q_{1A} + Q_{A2}$ , где  $A$  - точка макс  $T$ .~~

~~$Q_{1A} = \frac{5}{2} \int_{4U_0}^{6U_0} PdU + \frac{3}{2} \int_{4P_0}^{3P_0} PdP = \frac{1}{2} \left[ 5 \left( \int_{4U_0}^{6U_0} 6dU - \int_{4U_0}^{6U_0} \frac{UdU}{2} \right) + \right.$~~

~~$\left. + 3 \left( \int_{4P_0}^{3P_0} 12dP - \int_{4P_0}^{3P_0} PdP \right) \right] = \frac{1}{2} \left[ 5 \left( 6(6U_0 - 4U_0) - \frac{1}{4} (36U_0^2 - 16U_0^2) \right) \right]$~~

$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{цикл}}$ .  $Q_{цикл}$  - переданное тепло. В проц.

$1-2$   $Q$  это перед. и отбор. Также как и в проц.  $3-1$ . В проц.  $2-3$   $Q$  очевидно отводится.

В проц.  $1 \rightarrow 2$   $dQ = c(U) \cdot VdT$ . Пусть  $A$  - точка макс  $T$ .

До точки  $A$   $dT > 0$ , т.к.  $T_A > T_1$ , а  $c(U) > 0$ , т.к.

$c(U) = \frac{15 - 2UV_0}{6 - U} R$  знамен.  $> 0$ , числ.  $> 0 \Rightarrow$  В проц.

$1A$   $dQ > 0 \Rightarrow Q$  перед. В проц.  $AA_2$   $dT < 0$ , т.к.  $T_A = T_{max}$ ,

а  $c(U) < 0$ , т.к. знамен.  $< 0$ , числ.  $> 0$  ( $\frac{V}{V_0} < 7 \frac{V}{V_0} < 35 \frac{V}{V_0}$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  В проц.  $AA_2$   $dQ < 0 \Rightarrow Q$  перед. в проц.  $AA_2$ .

$dQ_{1A} = A_{1A} + \Delta U_{1A} = \frac{1}{2} (3P_0 + 4P_0) (6U_0 - 2U_0) + \frac{3}{2} VR (T_A - T_1) = 14P_0V_0 + 3P_0V_0 = 17P_0V_0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} Q_{12} &= A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{1}{2} (2,5P_0 + 3P_0) (2U_0 - 6U_0) = \frac{5,5P_0U_0}{2} + \\ &+ \frac{3}{2} JR (T_2 - T_{\max}) = \frac{5,5P_0U_0}{2} + \frac{3}{2} JR \left( \frac{17,5P_0U_0}{JR} - \frac{18P_0U_0}{JR} \right) = \\ &= \frac{5,5P_0U_0 - 1,5P_0U_0}{2} = 2P_0U_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q_{12} = (17+2)P_0U_0 = 19P_0U_0 \end{aligned}$$

~~Район с макс T в проз 3-1:  $\frac{P}{P_0} \left( \frac{U}{U_0} \right) =$~~   
 ~~$= \frac{U}{U_0} + 8$ . Заметим, что прямая ~~13~~ 13 смм-~~  
~~параллельна~~ Заметим, что прямая 13 смм-  
~~параллельна~~ Заметим, что прямая 13 смм-  
параллельна отн. осн-си 1-го координатного угла  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  точка с макс температурой будет точка 1.  
Тогда  $Q_{13}$  отрицательно знака на всей области.

$$\begin{aligned} Q_{13} &= A_{13} + \Delta U_{13} = \frac{1}{2} 5P_0 3U_0 + \frac{3}{2} JR \left( \frac{16P_0U_0}{JR} - \frac{7P_0U_0}{JR} \right) = \\ &= -\frac{15}{2} P_0U_0 + \frac{27}{2} P_0U_0 = 6P_0U_0 > 0 \Rightarrow Q_{13} \text{ положительна} \end{aligned}$$

Тогда  $Q_{11} = Q_{13} + Q_{12} = 19P_0U_0 + 6P_0U_0 = 25P_0U_0$

$$\eta = \frac{2,25P_0U_0}{5P_0U_0} = \frac{225}{25 \cdot 10^4} = 0,09 = 9\%$$

Ответ: 1) 7; 2)  $\frac{9}{8}$ ; 3) 9%.





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

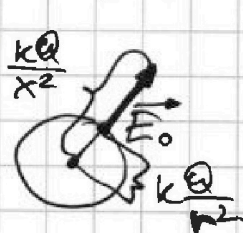
№3.  ~~$\varphi(x) = E(x) \cdot x$~~   $\varphi(x) = E(x) \cdot x$

$$E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x < r \\ k \frac{Q}{r^2} + E_{\text{дизэл}}, & r < x < R \end{cases}$$

$E_{\text{дизэл}}$  в  $\epsilon$  раз меньше чем если бы свободно.

$$E_{\text{дизэл}} = \frac{E_0}{\epsilon}. E_0 = k \frac{Q}{x^2} - k \frac{Q}{R^2} \text{ — по принципу}$$

суперпозиции напряженности. Сначала



~~$E_0 = kQ \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{R^2} \right)$~~

$$E_0 = kQ \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{R^2} \right) < 0, \text{ т.е. } E_0 \text{ ослабляет поле, что неудивительно, т.к. } E \text{ — тем меньше чем больше}$$

расстояние, а  $x > r$ . Тогда  $E_{\text{дизэл}} = \frac{E_0}{\epsilon} =$

$$= kQ \left( \frac{1}{\epsilon x^2} - \frac{1}{\epsilon R^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{r^2} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) + \frac{1}{\epsilon x^2}$$

$$\Rightarrow E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x < r \\ kQ \left( \frac{1}{r^2} + \frac{1}{\epsilon x^2} - \frac{1}{\epsilon R^2} \right), & r < x < R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E\left(\frac{R}{4}\right) = \begin{cases} 16 \frac{kQ}{R^2}, & \frac{R}{4} < r \\ kQ \left( \frac{1}{r^2} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) + \frac{16}{\epsilon R^2} \right), & r < \frac{R}{4} < R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = E\left(\frac{R}{4}\right) \cdot \frac{R}{4} = \begin{cases} 4kQ \frac{R}{R^2}, & \frac{R}{4} < r \\ kQ \left( \frac{R}{4r^2} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) + \frac{4}{\epsilon R} \right), & r < \frac{R}{4} < R \end{cases}$$

Ответ:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Т.к. } \frac{R}{3} > r: \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = kQ\left(\frac{R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{\varepsilon R}\right), \varphi$$

$$\varphi(x) = kQ\left(\frac{x}{r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{1}{\varepsilon x}\right)$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = kQ\left(\frac{2R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{2\varepsilon R}\right)$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi_0} \frac{\varphi_0}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{4}{3} = \frac{\frac{R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{R}}{\frac{2R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{2R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{8R(\varepsilon-1)}{3r^2} + \frac{6}{R} = \frac{R}{r^2}(\varepsilon-1) + \frac{9}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\varepsilon-1) \frac{R}{r^2} \left(\frac{8}{3} - 1\right) = \frac{9}{R} - \frac{6}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon-1 = \frac{r^2}{R^2} \left(\frac{9-6}{\frac{8}{3}-1}\right) = \frac{r^2}{R^2} \frac{3}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{5} \frac{r^2}{R^2}$$

Из графика видно, что  $r = \frac{R}{6} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{36} \Rightarrow \varepsilon-1 = \frac{9}{5 \cdot 36} = \frac{1}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{1}{20} = \frac{21}{20} = \frac{105}{100} = 1,05$$

Ответ: 1,05.

Дополнение к первому вопросу:

Ищется зависимость  $\varphi(x) = E(x)x$

$$\varphi(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x}, & x < r \\ kQ \left( \frac{x}{r^2} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon x} \right), & r < x < R \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Нч. } \Phi_{\text{содс}} = LI \Rightarrow \Phi = LI + \dot{I}L \Rightarrow |e_i| = |\dot{\Phi}| = |\dot{L}I + I\dot{L}|$$

$$\Phi = \Phi_{\text{катушки}} = \Phi_{\text{содс}} + \Phi_{\text{внешн}} = LI + BS \cdot n$$

$$e_i \dot{\Phi} = \dot{L}I + B \dot{n} S \quad (n, S - \text{постоянные}) \Rightarrow \Rightarrow L - \text{постоянно}$$

$$|e_i| = |\dot{\Phi}| = |\dot{L}I + B \dot{n} S| \quad e_i = -\dot{\Phi}$$

$\Phi_1$  - поток катушки  $L_1$ ,  $\Phi_2$  - поток катушки  $L_2$ .

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_2 = 0 \quad - \text{по 3-му закону Кирхгофа}$$

$$L_1 \dot{I} + \dot{B}_1 n_1 S + L_2 \dot{I} + \dot{B}_2 n_2 S = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \dot{B}_2 = 0 \quad \dot{I}(L_1 + L_2) = -\dot{B}_1 n_1 S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{I} = -\frac{\dot{B}_1 n_1 S}{L_1 + L_2} = -\frac{2 n_1 S}{L_1 + L_2} = -\frac{2 n S}{5L}$$

$$|\dot{I}| = \frac{2 n S}{5L}$$

$$L_1 \dot{I} + \dot{B}_1 n_1 S + L_2 \dot{I} + \dot{B}_2 n_2 S = 0$$

$$\dot{I}(L_1 + L_2) = -(\dot{B}_1 n_1 S + \dot{B}_2 n_2 S)$$

$$\dot{I} 5L = -(\dot{B}_1 n S + \dot{B}_2 \cdot 2n S) = -n S (\dot{B}_1 + 2\dot{B}_2)$$

$$\dot{I} = -\frac{n S}{5L} (\dot{B}_1 + 2\dot{B}_2) \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{n S}{5L} \left( \frac{dB_1}{dt} + 2 \frac{dB_2}{dt} \right) \cdot dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dI = -\frac{n S}{5L} (dB_1 + 2dB_2) \quad - \text{верно для любого приращения} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta I = -\frac{n S}{5L} (\Delta B_1 + 2\Delta B_2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(I-0) = -\frac{nS}{5L} \left( -B_0 + \frac{B_0}{2} + 2 \left( -2B_0 + \frac{2B_0}{3} \right) \right) =$$
$$\neq \frac{nSB_0}{5L} \left( \frac{1}{2} + 2 \left( \frac{4}{3} \right) \right) = \frac{nSB_0}{5L} \frac{3+16}{6} = -\frac{19}{30} \frac{nSB_0}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |I| = \frac{19}{30} \frac{nSB_0}{L}$$

Ответ:  $\frac{2nS}{5L}$ ;  $\frac{19}{30} \frac{nSB_0}{L}$ .

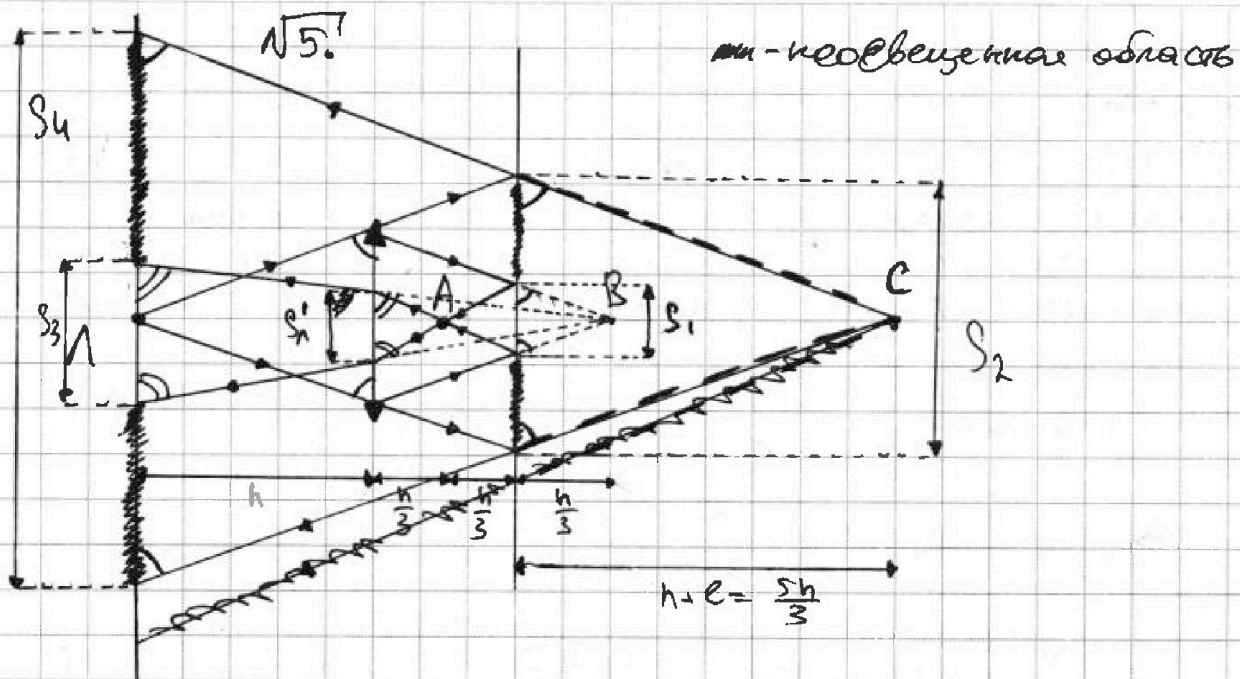


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём расст.  $f$  от изобр.  $A$  в линзе до линзы:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow f = \frac{fh}{-f+h} = \frac{h^2/2}{h/2} = h$ . Неосв. область зеркала будет  
 область, на которую не попадают лучи от лампы-  
 параллельные и неперпендикулярные в линзе). Её  
 площадь -  $S_2 - S_1$  (см. рис).  $S_1$  - площадь линзы.  $S_1 = \pi r^2$ .  
 Из подобия треугольников:  $\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{5h}{h}\right)^2 \Rightarrow S_2 = \frac{25}{9} S_1$   
 $\frac{S_1}{S_1} = \left(\frac{h/3}{h}\right)^2 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{9} S_1 \Rightarrow$  искомая площадь:  $\frac{24}{9} S_1 =$   
 $= \frac{24}{9} \pi r^2 = 24\pi [\text{см}^2]$

После отражения в зеркале параллельные в линзе  
 лучи лампы образуют действительный источ-  
 ник  $A$  (см. рис.). Его расстояние  $f'$  до линзы меньше  
 фокусного  $\Rightarrow$  изображение будет мнимым.

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{h/3} - \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{h/2 - h/3}{h/2 \cdot h/3} = \frac{1}{h} \Rightarrow f' = h.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.е. изображения  $A$  в линзе это  $B$  (см. рис.). Преломленные лучи попадут на стену и облучат её освещая. Тогда освещённая область это та, которая на стене темнее лучей от мнимого источника  $B$  и мнимого источника  $C$  (изображение  $A$  в зеркале). Искомая площадь:

$$S_4 - S_3.$$

$$\text{из подобия: } \frac{S_4}{S_1} = \left( \frac{\frac{5h}{3} \cdot 2}{h} \right)^2 = \frac{100}{9} \Rightarrow S_4 = \frac{100}{9} S_1$$

$$\frac{S_3}{S_1'} = \left( \frac{2h}{h} \right)^2 = 4 \Rightarrow S_3 = 4 S_1'$$

Т.к.  $A$  <sup>находится</sup> равно посередине между линзой

$$\text{и зеркалом } S_1' = S_1 \Rightarrow S_3 = 4 S_1 = \frac{4}{9} S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{иск. площадь: } S_4 - S_3 = \frac{96}{9} S_1 = \frac{96}{9} \pi r^2 = 96 \pi \text{ [см}^2\text{]}$$

Ответ:  $24\pi$ ;  $96\pi$ .

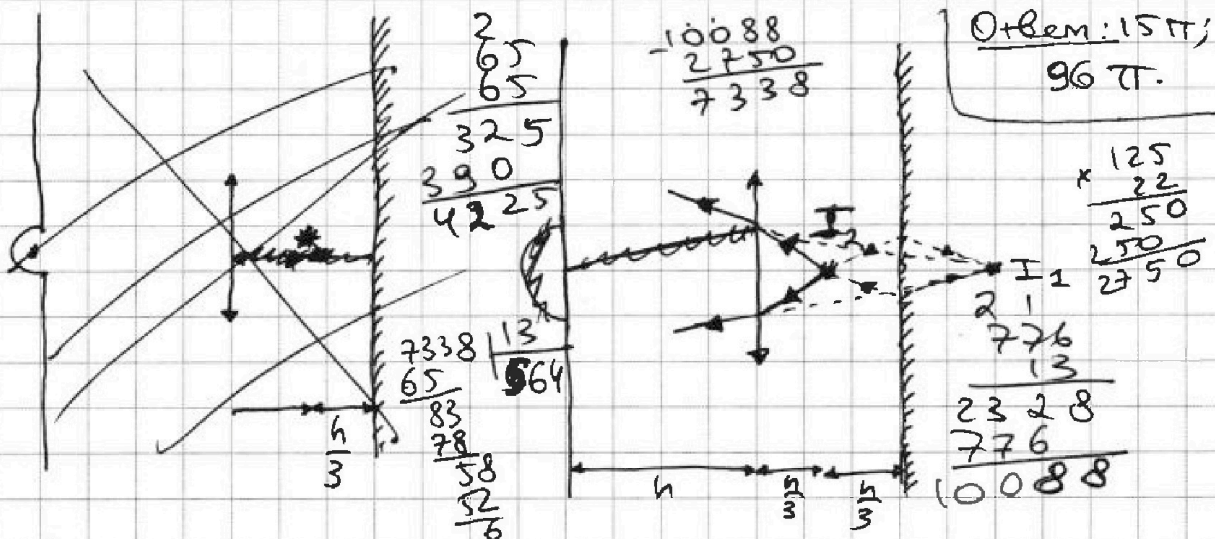
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

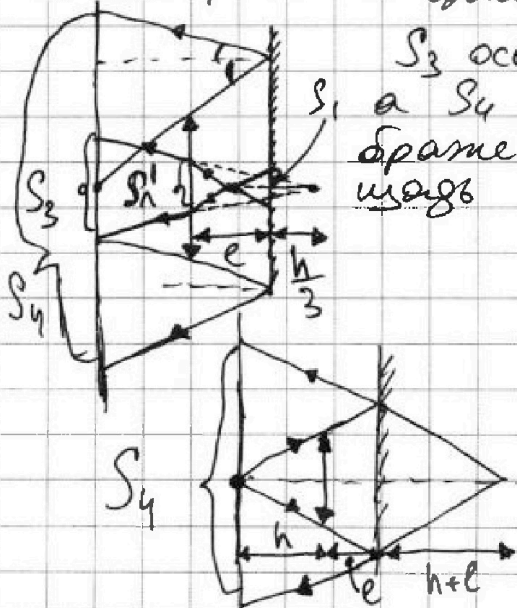
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Чтобы найти площадь освещенной части стены предположим, что лампа, но для нового ~~формулы~~ изображения или действительного источника  $I_2$ , который явл. мнимым изображением  $I_1$  в ~~мне~~ зеркале ( $I_2$  - действ. изображение  $\Rightarrow$  мнимый источник).  $I_2$  находится на расст.

$\frac{h}{3}$  от зеркала  $\Rightarrow \frac{h}{3}$  от лампы.  $\frac{1}{f} = \frac{1}{h/3} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{h} \Rightarrow f = \frac{h}{2}$ .  $-\frac{1}{h} \Rightarrow$  обратн. мнимое и находится в той же точке, что и ~~лампа~~,  $I_1$ . Тогда (см. рис.)



$S_3$  освещается мнимым изображением, а  $S_4$  не освещается мнимым  $I_2$  изображением лампы. Тогда площадь освещенной части:  $S_4 - S_3$ .

$$\frac{S_4}{S_1} = \left(\frac{2(h+e)}{h}\right)^2 \Rightarrow S_4 = \frac{100}{9} S_1$$

Из симметрии  $S_1' = S_1$  (см. рис.)

$$\frac{S_3}{S_1'} = \frac{S_3}{S_1} = \left(\frac{h+e+\frac{h}{3}}{e+\frac{h}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_3 = 4 S_1 = \frac{4}{9} S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_4 - S_3 = \frac{96}{9} S_1 = \frac{96}{9} \pi^2 = 96 \pi^2 \text{ [см}^2\text{]}$$



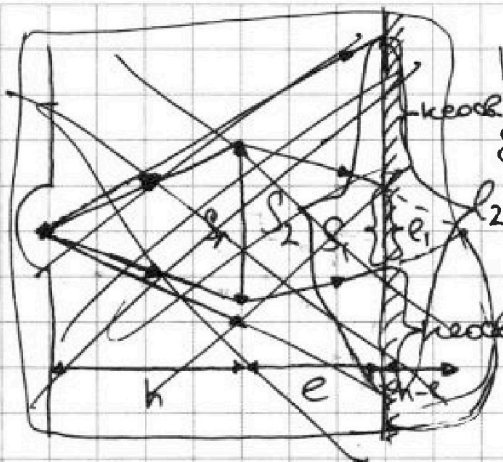
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.



Каждый расст. от изображения до линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{h-F}{hF} =$$

$$= \frac{h-h/2}{h \cdot h/2} = \frac{h/2}{h^2/2} = \frac{1}{h} \Rightarrow$$

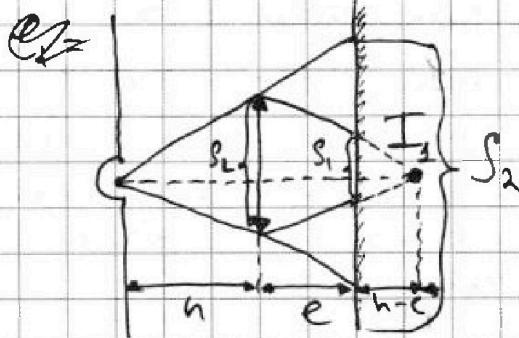
$\Rightarrow f = h \Rightarrow$  изображение

касаются за зеркалом на расст.  $h-e = \frac{h}{3}$ .

Неосв. областью зеркала будет та часть, которую не затрагивают лучи идущие в изобр. предмета в линзе, и лучи, идущие от лампочки, и не проходящие через линзу. Площадь этой области:

$S_2 - S_1$  (см. рис.)  $S_1$  - площадь линзы  $\Rightarrow \pi r^2$

~~$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{e_1}{2r}\right)^2 \Rightarrow S_2 = S_1 \left(\frac{e_1}{2r}\right)^2$~~



$$\frac{S_1}{S_1} = \left(\frac{h-e}{h}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{S_2}{9}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{2r+h+e}{h}\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

из подобия  
треуг.

Тогда площадь неосв.

$$\Rightarrow S_2 = \frac{16}{9} S_1$$

освещенной части:  $S_2 - S_1 = S_1 \left(\frac{16}{9} - \frac{1}{9}\right) = \frac{15}{9} S_1 = \frac{5}{3} S_1$

$$= \frac{5}{3} \pi r^2 = 15\pi \text{ [см}^2\text{]}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_ ИЗ \_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Найдём  $\varphi(x)$ .  $\varphi(x) = E(x)x$ . Для  $x < r$ :  $E(x) = k \frac{Q}{x^2}$ ,

а  $\varphi(x) = k \frac{Q}{x}$ . Чтобы найти  $E(x)$  представим,

что заряд  $Q$  "размазан" по сфере  $r$ .

№3. Найдём  $\varphi(x)$ . Для  $x < r$   $\varphi(x) = k \frac{Q}{x}$ .

Для  $x > r$  представим, что  $Q$  "размазан"

по сфере, а  $x$  — рассм.  $x$  от центра находится обкладка воображаемой сферы.

Тогда  $\Delta\varphi = \frac{Q}{\epsilon}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая

сферическая конденсатора с обкладками

радиусов  $r$  и  $x$ .  $\epsilon C = k \frac{x-r}{r x}$ , т.к. среда

с диэлектриком. "Размазанный" заряд  $Q$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

