



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть  $a_1, a_2, \dots$  - арифм. прогрессия, d-ее разность. Тогда по условию  $a_3 = 3x + 3$ ,  $a_5 = (x^2 + 2x)^2$ ,  $a_9 = 3x^2$ . Известно, что  $\begin{cases} a_5 = a_3 + 2d \\ a_9 = a_5 + 4d \end{cases} \Rightarrow a_9 - a_5 = 2(a_5 - a_3)$   $a_9 - 3a_5 + 2a_3 = 0$ . Решим это ур-е.

$$3x^2 - 3(x^2 + 2x)^2 + 2(3x + 3) = 0 \quad | :3$$

$$x^2 - (x^2 + 2x)^2 + 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - 4x^2 - x^4 - 4x^3 + 2x + 2 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что  $x = -1$  - корень, разложим на множители:

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)^2 (x + 1 + \sqrt{3})(x + 1 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 + \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Проверим полученные значения  $x$ :

$$x = -1: a_3 = 0, a_5 = 1, a_9 = 3 \text{ - арифм.пр.}$$

$$x = -1 + \sqrt{3}: a_3 = 3\sqrt{3}, a_5 = 4, a_9 = 12 - 6\sqrt{3} \quad \text{арифм.пр.}$$

$$x = -1 - \sqrt{3}: a_3 = -3\sqrt{3}, a_5 = 4, a_9 = 12 + 6\sqrt{3} \text{ - арифм.пр.}$$

Ответ:  $x \in \{-1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}\}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad | \cdot (-1) \quad \begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 \geq 3y - x \geq -3 \\ -1 \geq 3x - y \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -3 \leq 3y - x \leq 3 \end{cases} \quad | \oplus \quad -6 \leq -8x \leq 6$$

~~6 > 8x > -6~~  
- получили ограничение на x

$$\begin{cases} +3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad | \cdot (-3)$$

$$\begin{cases} 9 \geq 9y - 3x \geq -9 \\ -3 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad | \quad \begin{cases} -9 \leq 9y - 3x \leq 9 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad | \oplus \quad +10 \leq 8y \leq 10$$

~~-5 \leq 4y \leq 5~~  
- получили ограничение на y.

Нам необходимо максимизировать  $4y + 8x$ :

$$\begin{cases} -5 \leq 4y \leq 5 \\ -6 \leq 8x \leq 6 \end{cases} \quad | \oplus \quad 4y + 8x \leq [11]$$

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1. Если  $A = 13p^2$ ,  $B = 45q^2$ :

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

а) либо  $m+n = 13 \cdot k$ , где  $k$  - натуральное число

б) либо  $m+n-9 = 13 \cdot k$ , где  $k$  - натуральное число

$$\text{а): } 13k(13k-9) = 13p^2$$

$$k(13k-9) = p^2$$

$$k=1, 13k-9=p^2$$

$$4=p^2$$

$$p=2$$

$$13k-9=1, k=p^2$$

~~$$13k=10, k=p^2$$~~

$$p^2 = \frac{10}{13}$$

$$k=13k-9=p$$

~~$$9=12k$$~~

$$k=\frac{9}{12}=p$$

Эти два варианта не подходят,  
т.к.  $p$  и  $q$  - простые.

Т.е.  $m+n = 13$ . (в этом случае)

$$\text{б): } 13k(13k+9) = 13p^2$$

$$k(13k+9) = p^2$$

$$k=1, 13k+9=p^2$$

~~$$22=p^2$$~~

$$13k+9=1, k=p^2$$

$$13k=-8$$

$$p^2 = \frac{-8}{13}$$

$$k=13k+9=p$$

$$12k=-9$$

$$p = \frac{9}{12}$$

Разобрав варианты, получим,  
тогда:

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$mn \cdot 2 = 25q^2$$

$$m \cdot n \cdot 2 = 3 \cdot 5 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2mn = 60 \Rightarrow mn = 30$$

Получим систему:

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases}$$

т.к.  $m, n \in \mathbb{N}$ , то 30 в произв  $2^x$  натур.  
дают 3 и 10, 2 и 15, 3 и 10, 5 и 6.

Значит, что подходит только пара  $(3, 10)$  и  $(10, 3)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Если

$$A = 75q^2, B = 13p^2;$$

$$\begin{cases} m \cdot n (m+n-q) = 13p^2 \\ (m+n)(m+n+q) = 75q^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-q) : 3$$

Если  $m+n \neq 3$ , то  $m+n-q \neq 3 \Rightarrow m+n : 3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-q) : 9 \Rightarrow q^2 : 3 \Rightarrow q = 3.$$

$$\text{Тогда } (m+n)(m+n-q) = 45 \cdot 9$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 45 \cdot 9 = 0$$

$$(m+n) = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 45 \cdot 9}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{2481}}{2} \notin \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$  такой вариант невозможен.

Ответ:  $(3, 10)$  и  $(10, 3)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

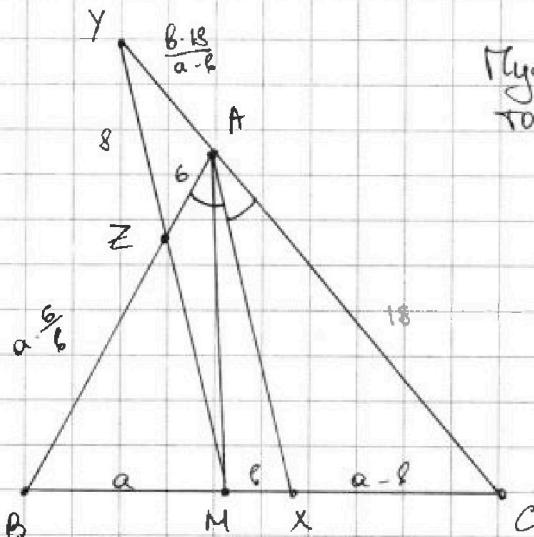


- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



Пусть  $BM = a$ ,  $MX = b$ ,  
тогда  $XC = a - b$ .

$YM \parallel AX \Rightarrow$  по Т. о пропорц. отрезках:  $\frac{BM}{BZ} = \frac{MX}{6}$

$$\frac{a}{BZ} = \frac{b}{6}$$

$$BZ = \frac{a \cdot 6}{b}$$

$AX \parallel YM \Rightarrow$  по Т. о пропорц. отрезках:  $\frac{MX}{XA} = \frac{XC}{AC}$

$$\frac{b}{YA} = \frac{a-b}{18}$$

$$AY = \frac{18b}{a-b}$$

По ~~закону~~ Менелая:

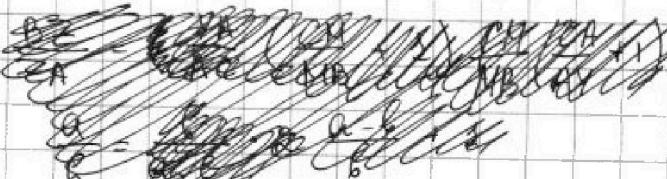
$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{(18b + 18)}{a-b} = 1$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{18a}{a-b} = 1$$

$$18b = a - b$$

$$17b = a$$



$$\begin{aligned} a - ab &= 17b^2 \\ a^2 - 2ab + 17b^2 &= 0 \\ a(a-b) - 17b(a-b) &= 0 \\ (a-b)(a-17b) &= 0 \end{aligned}$$

~~Значит,  $BM = 17 MX$ .~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(2): x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(\cancel{(x+y)}(x-y)) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) +$$

$$+ (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})( (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 ) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y} & (3) \\ (x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0 & (4) \end{cases}$$

Заметим, что  $x, y \geq 0$  (т.к. стоит под корнем), то

$\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$ ,  $x+y \geq 0$ ,  $x^2 + y^2 \geq 0 \Rightarrow (4)$  ур-е

не имеет корней.

$x = y$ ,  $x, y \geq 0$  (доказано это!)

$$(1): \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + x+1 + 6-x - 2 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+1}$ ,  $b = \sqrt{6-x}$ :

$$a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$a - b + (a - b)^2 - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a - b = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \end{cases}$$

Подставив б ур-е (1):

$$\begin{cases} 6 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \\ 3 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = \sqrt{(6-x)(x+1)} \\ 3 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 6+5x-x^2 \\ 0 = 12+10x-2x^2 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 5x + 3 = 0 \\ 2x^2 - 10x - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{31}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2}), (\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2}), (\frac{5+\sqrt{31}}{2}, \frac{5+\sqrt{31}}{2})$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

Всего покрашено 6 чёрной краской 81 узел. Чтобы покрасить 2 узла из них для покраски в белой краске существует  $C_{81}^2$  способа, при этом не переставляя в квадрате этих 2-х узлов месчанин умеет учиться. У квадрата ~~81~~ 4 стороны  $\Rightarrow$  есть 4 поворота, при которых узлы этого квадрата меняются друг в друга  $\Rightarrow$  получимое число способов необходимо поделить на 4, т.к. каждую пару узлов мы считаем 4 раза:

$$\frac{C_{81}^2}{4} = \frac{81!}{2! \cdot 79! \cdot 4} = \frac{80 \cdot 81!}{8!} = 810 \text{ способов.}$$

Ответ: 810.

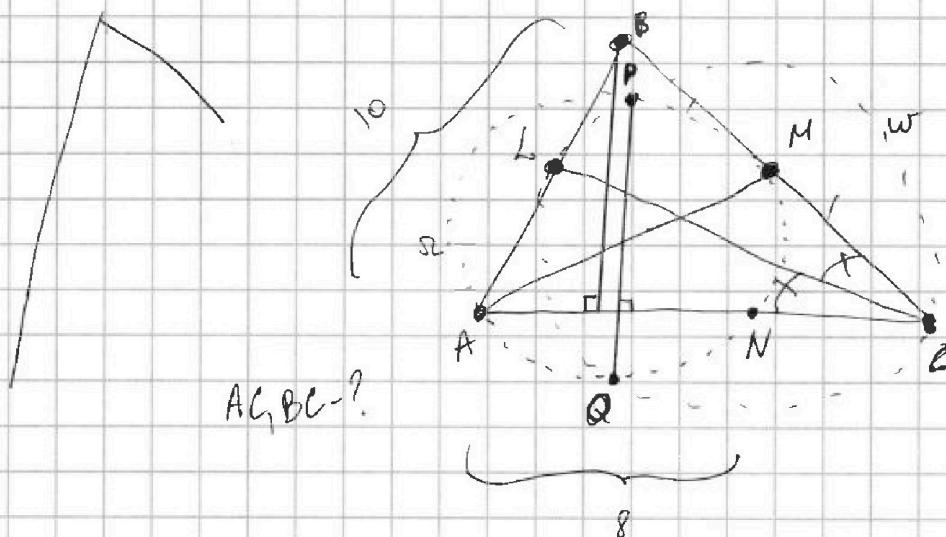


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$A = m^2 + 2mn + n^2 - g(m+n) = (m+n)/(m+n-g)$$

$$B = mn(m+n-g)$$

$$\text{Если: } (m+n)(m+n-g) = 13P^2$$

$$m+n = 13k$$

$$13k(13k-g) = 13P^2$$

$$k(13k-g) = P^2$$

$$\text{либо } k=1, \quad 13k-g = P^2 \quad 4=P^2, \quad P=2 \Rightarrow m+n = 13$$

$$\text{либо } k=p, \quad k=13k-g \quad 13k-g = p \quad g = 12k$$

$$mn \cdot 10 = \frac{35g^2}{15}$$

$$m \cdot n \cdot 2 = 3 \cdot 5 \cdot g^2 = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60 \Rightarrow mn = 30$$

$$\sqrt{g^2} = 2 \Rightarrow g = 2$$

$$m+n = 13$$

$$mn = 30$$

$$1 \cdot 30$$

$$2 \cdot 15$$

$$3 \cdot 10$$

$$5 \cdot 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Но это будущее написано~~

~~bx - cx~~  
~~BA CA~~

~~a+b~~  
~~6a + c~~  
~~b~~  
~~18b~~  
~~a~~

~~18b~~  
~~16b~~  
~~6+6~~  
~~17+18~~

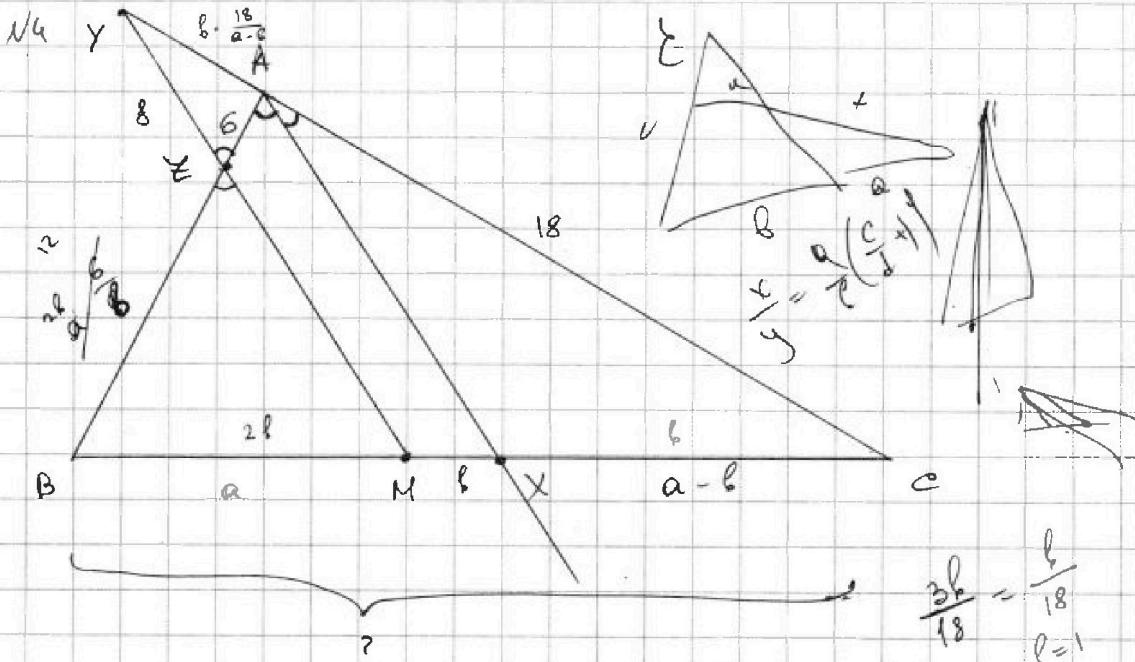


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{8}{4} \cdot \frac{AY}{18} \cdot \frac{2\alpha}{\alpha} = 1$$

$$HZ \cdot AY = 4 \cdot 18 = 40 + 32 = 72$$

$$\frac{a \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{18}{4}}{6} = \frac{AY}{18} \left( \frac{a}{a} + 1 \right)$$

$$\frac{a}{6} = \frac{AY}{9}, AY + \frac{9a}{6} = \frac{8 \cdot 18}{a-b}$$

$$\frac{a}{6} = \frac{2b}{a-b}$$

$$2b^2 = a^2 - ab$$

$$a^2 - ab - 2b^2 = 0$$

$$a^2 - 2ab + ab - 2b^2 = 0$$

~~at least~~

$$a(a+b) - 2b(a+b) = 0$$

$$(a+b)(a-2b) = 0$$

$$a = 2b$$



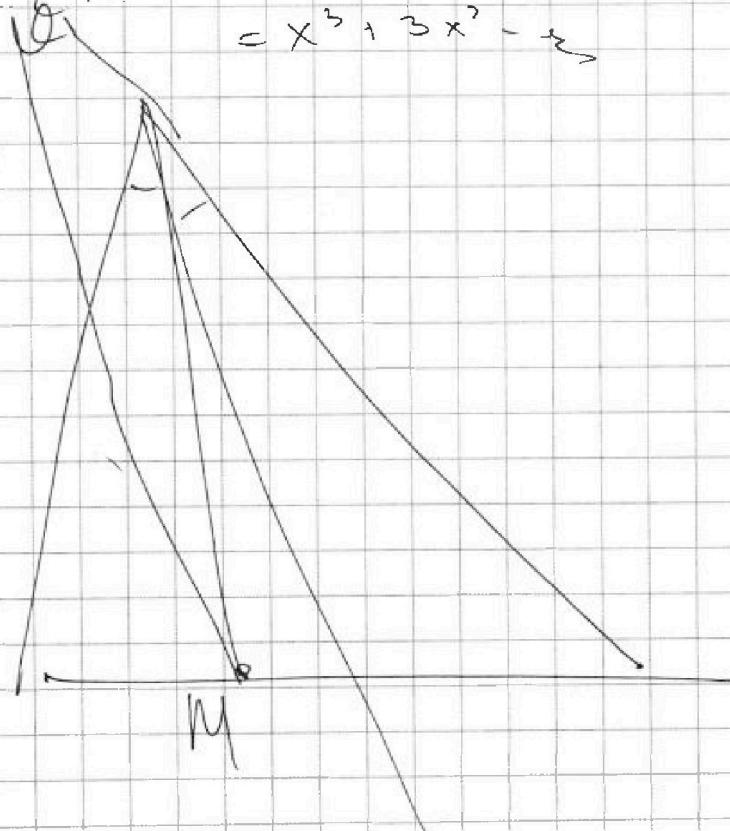
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} (x+5)^2 - (x^2 + 2x - 2) &= x^2 + 10x + 25 - x^2 - 2x + 2 \\ &= x^2 + 8x + 27 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)(x^2+2x-2) = x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + 2x - 2 = \\ = x^3 + 3x^2 - 2$$

~~$$\frac{-2 \pm \sqrt{4+4\cdot2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$~~

~~$$x^2 + 2x - 2 = 0$$~~

~~$$\lambda = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4\cdot2}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$~~

$$3(-1-\sqrt{3})^2 = \\ = 3(1+3+2\sqrt{3}) = \\ = 3+9+6\sqrt{3}$$

~~$$3x^2 = -3 - 3\sqrt{3} + 3$$~~

$$(-1+\sqrt{3})^2 + 2(-1+\sqrt{3})^2 = \\ = (1+3-2\sqrt{3}-2+2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$3x^2 = 3(-1+\sqrt{3})^2 = 3(1+3-2\sqrt{3}) = \\ = 3+9+6\sqrt{3} = \\ = 12-6\sqrt{3}$$

~~$$12-6\sqrt{3} \cancel{\neq} 4$$~~

~~$$8 \cancel{\neq} 6\sqrt{3}$$~~

~~$$4 \cancel{\neq} 3\sqrt{3}$$~~

$$16 \vee 9 \cdot 3 = 27$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_3 &= 3x + 3 \\ a_5 &= (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 &= 3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} -1 + 3 - 2 \\ \hline 1 - 4 + 3 + 2 - 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \cancel{(x^2 + 2x)^2} &= 3x + 3 + 2d \\ 3x^2 &= \cancel{3x^2} \cancel{+ 2x^2} \cancel{+ 4x^2} (x^2 + 2x)^2 - 4d \end{aligned}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 3x^3 - (x^2 + 2x)^2 = 0$$

$$\begin{aligned} a_3 &= a_3 + d \\ a_5 &= a_5 + 2d \\ a_6 &= a_6 \\ a_7 &= a_7 \\ a_8 &= a_8 \\ a_9 &= a_9 + 4d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) &= \\ &= x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 \\ &= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$x^4 + 3x^3 + x^3 + 3x^2 - 2(x+1) = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$\begin{array}{r} | 1 | 3 | 0 | -2 \\ 2 | 1 | 5 | . \\ \hline -2 | 1 | 2 | 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | 3 | 0 | -2 \\ -1 | -2 | 0 | -2 \\ \hline 1 | 1 | 4 | 4 | -2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\max (4y + 8x) - ?$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

~~✓ 2 × 4 & 8 ×~~

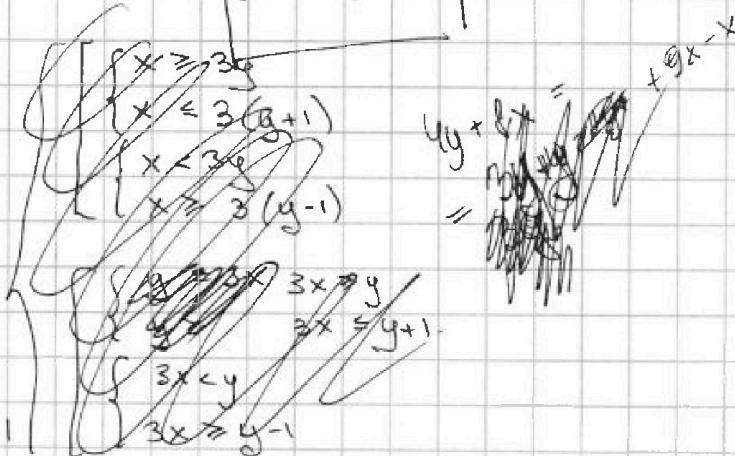
~~1 × 3 × 8 &~~

$$\begin{cases} x \geq 3y \\ x - 3y \leq 3 \\ x < 3y \\ 3y - x \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \geq y \\ 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x < y \\ 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\cancel{3x - y \leq 1}$$



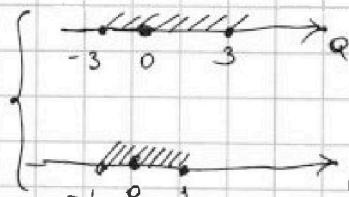
$$\begin{cases} x - 3y \geq 0 \\ x - 3y \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 0 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y \geq 0 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \leq 0 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ a \leq 3 \\ a < 0 \\ a \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \geq 0 \\ b \leq 1 \\ b < 0 \\ b \geq -1 \end{cases}$$



$$4y + 8x$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \geq 3y - x \geq -3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\leq 4x - 4y \leq$$

$$\max 4(y + 2x)$$

$$\max (y + 2x)$$

$$-3 \leq 3x - y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-2 \leq -8y \leq 2$$

$$-\frac{1}{4} \leq -y \leq \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \geq y \geq -\frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \quad a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_5 = a_3 + 2d$$

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$a_9 - a_5 = 2(a_5 - a_3)$$

$$a_9 - a_5 = 2a_5 - a_3$$

$$a_9 - 3a_5 + a_3 = 0$$

~~$$3x^2 - (x^2 + 2x)^2 - 2((x^2 + 2x)^2 - 3x - 3) \\ 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$$~~

$$3x^2 - 3(x^2 + 2x)^2 + 3x + 3 = 0 \quad | \cdot 3$$

$$x^2 - (x^2 + 2x)^2 + x + 1 = 0$$

$$x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - x - 2 = 0$$

$$4x^2(x^2 + x + 1) - (x^2 + x + 1) = 0$$

$$(x^2 + x + 1)(4x^2 - 1) = 0$$

$$\begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \\ \text{4} \\ \text{5} \\ \text{6} \\ \text{7} \end{array} \quad 1 - 4 - 1 - - 3 = 0$$

$$a_3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$2$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$7$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -1 \quad -1$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2} = 4,5 = \frac{9}{2} = \frac{72}{16}$$

$$a_5 = (\frac{1}{4} + 1)^2 = \frac{25}{16}$$

$$a_9 = 3 \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{16} = \frac{12}{16}$$

$$a_3 = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{40}{16}$$

$$a_5 = (\frac{1}{4} - 1)^2 = \frac{9}{16}$$

$$a_9 = \cancel{3 \cdot \frac{1}{16}} = 3 \cdot (\frac{1}{4}) = \frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

$$\cancel{\frac{40}{16} - \frac{25}{16} = \frac{15}{16}} = \frac{25}{16}$$

$$x^3 + 3x^2 - 1$$

$$\cancel{15 - 12 - 3} = 4$$

~~$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -1 \quad -1$$~~

$$x = -1 :$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad +1 \quad -1$$

~~$$x^3 + 3x^2 - 1 \\ + 2(4x^3) \\ - 2 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 1$$~~

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$

~~$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -1 \quad -1 \\ -1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -1 \quad 0$$~~

~~$$1 \quad 3 \quad 0 \quad -1 \\ -1 \quad 1 \quad 2 \quad -2 \quad 1$$~~

~~$$x^3 + 3x^2 - 1$$~~

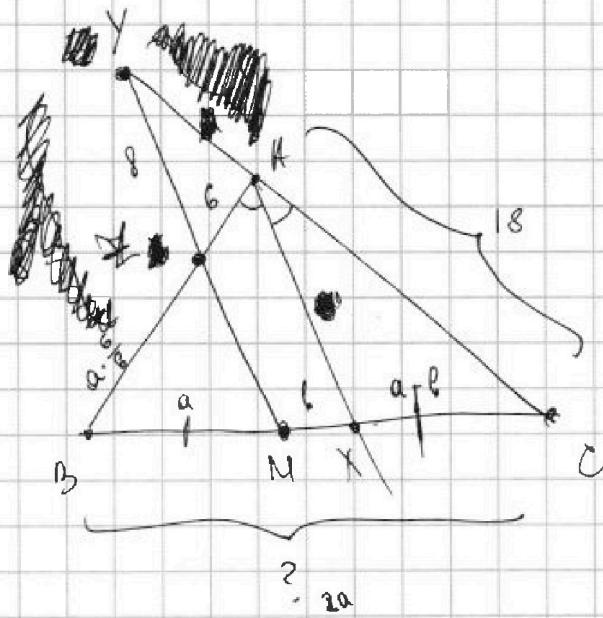


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+b}{a+\frac{b}{6}}$$

$$\frac{b}{b} = \frac{(a+b)b}{6a+b}$$

$$\frac{b}{6} = \frac{b}{b}$$

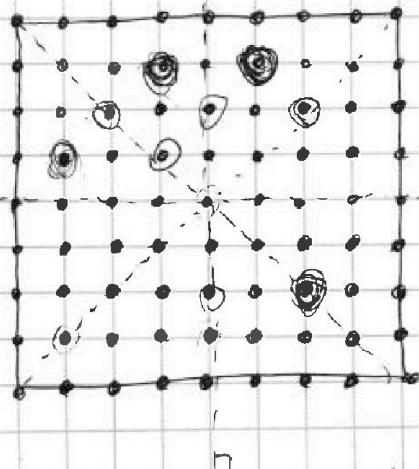
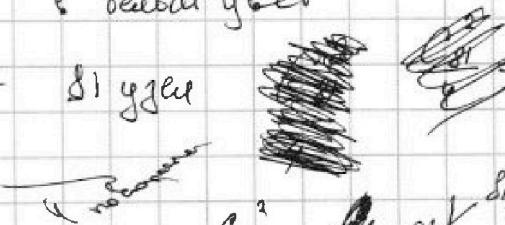
$$\frac{36a}{b} \cdot \frac{18+AY}{AY} = 1$$

$$\frac{36a}{b} = \frac{AY}{18}$$

$$\frac{8}{EM} = \frac{AY}{18}$$

Кол-во способов покрасить 2 узла  
в белый цвет

81 узла



$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$= \frac{C_9^2}{4} = \frac{81}{\frac{1}{4} \cdot 81 \cdot 80} = \boxed{810}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & (x^2 - y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ & (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ & (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ & (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \left( (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$\frac{x}{y} = 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2 + 5x + 6}$$

$$-x^2 + 5x + 6$$

$$a^2 - b^2 = -c = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$a+b=5$$

$$-(x^2 - 5x - 6) =$$

$$-(x-6)(x+1) = (6-x)(x+1)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

~~хорошо~~

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$a^2 - b^2 + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$a-b + (a-b)^2 - 2 = 0$$

~~3~~

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = -2$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{6-x} \\ \sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x} \end{cases}$$

$$2x^2 - 10x - 3 = 0$$

$$\text{mp } 6$$

$$\text{сущ } 10$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \end{cases}$$

$$10 \pm \sqrt{100+24} =$$

$$x^2 - 5x - 6 = \frac{10 \pm \sqrt{124}}{4} =$$

$$x^2 - 5x - 6 = \frac{10 \pm 2\sqrt{31}}{4} =$$

$$(x-6)(x+1) = \frac{5 \pm \sqrt{31}}{2}$$

$$(6-x)(x+1) = 4 \cdot 31$$

$$\frac{x^2 - 5x + 3}{5 \pm \sqrt{25-12}} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{124} =$$

$$4 \cdot 25 + 61 = 4 \cdot 31$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$

 $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ 
 $\rightarrow 13p^2 \quad p = q \text{ не простое}$ 
 $\rightarrow 45q^2$ 
 $A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$ 
 $B = mn(m+n-3)$ 
 $A = t(t-9)$ 
 $B = k(t-3)$ 
 $t = 13$ 
 $t = 13 \cdot 4 \quad p = 2$ 
 $t = 9+13 = 22 \quad 22 \cancel{6} 13$ 
 $t = 18a \quad (13a-9) = 13p^2$ 
 $a(13a-9) = p^2$ 
 $a=1$ 
 $a = 13a-9$ 
 $9 = 12a$ 
 $a = \frac{9}{12}$ 
 $m+n = 13$ 
 $mn = 30$ 
 $\frac{15}{2} = 7.5q^2$ 
 $m \cdot n \cdot x = 15 \cdot q^2$ 
 $x = 2$ 
 $m+n = 30$ 
 $t+9 = 75q^2$ 
 $k(t-3) = 13p^2$ 
 $t+3 \rightarrow t-9 \cdot 3$ 
 $t = 9 \quad q = 3$ 
 $75 \cdot 9$ 
 $t+(-9) = 75 \cdot 9$ 
 $t^2 - 9t + 75 \cdot 9 = 0$ 
 $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} < 0$ 
 $t \times 3 \rightarrow t-9 \times 3 \Rightarrow t+(-9) \times 3 = -27$ 
 $m+n = 13$ 
 $mn > 30$ 
 $\cancel{2 \cdot 15} \quad 6 \cdot 5$ 
 $y$ 
 $z$ 
 $x$ 
 $8$ 
 $18$ 
 $a$ 
 $a-2$ 
 $15$ 
 $36$ 
 $450$ 
 $225$ 
 $210$ 
 $218$ 
 $2500$ 
 $50^2$ 
 $51$ 
 $51$ 
 $265$ 
 $260$ 
 $260$ 
 $270$ 
 $?$