



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Пусть $a_1, a_2, \dots$ - арифм. прогрессия, d - ее разность. Тогда по условию $a_3 = 3x+3$, $a_5 = (x^2+2x)^2$, $a_9 = 3x^2$. Известно, что

$$\begin{cases} a_5 = a_3 + 2d \\ a_9 = a_5 + 4d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_9 - a_5 = 2(a_5 - a_3) \\ a_9 - 3a_5 + 2a_3 = 0 \end{cases}$$

Решим это ур-е.

$$3x^2 - 3(x^2+2x)^2 + 2(3x+3) = 0 \quad | :3$$

$$x^2 - (x^2+2x)^2 + 2x+2 = 0$$

$$x^2 - 4x^2 - x^4 - 4x^3 + 2x+2 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что $x = -1$ - корень, разложим на множители:

~~$(x+1)(x^3+3x^2-2x-2) = 0$~~

$$(x+1)(x^3+3x^2-2x-2) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^2+2x-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1+\sqrt{3} \\ x = -1-\sqrt{3} \end{cases}$$

Проверим полученные значения x :

~~$x = -1$~~ : $a_3 = 0$, $a_5 = 1$, $a_9 = 3$ - арифм. пр.

$x = -1+\sqrt{3}$: $a_3 = 3\sqrt{3}$, $a_5 = 4$, $a_9 = 12-6\sqrt{3}$ -

~~арифм. пр.~~ арифм. пр.

$x = -1-\sqrt{3}$: $a_3 = -3\sqrt{3}$, $a_5 = 4$, $a_9 = 12+6\sqrt{3}$ - арифм. пр.

Ответ: $x \in \{-1; -1+\sqrt{3}; -1-\sqrt{3}\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ 3 \geq 3y-9x \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -3 \leq 3y-9x \leq 3 \end{cases} \quad \oplus \quad \begin{cases} -6 \leq -8x \leq 6 \\ 6 \geq 8x \geq -6 \end{cases}$$

~~получили ограничение на x~~

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad | \cdot (-3) \quad \begin{cases} 3 \geq 9y-3x \geq -9 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \geq 9y-3x \geq -9 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -9 \leq 9y-3x \leq 9 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad \oplus \quad \begin{cases} +10 \leq 8y \leq 10 \\ -5 \leq 4y \leq 5 \end{cases}$$

~~получили ограничение на y.~~

Нам необходимо максимизировать

$4y+8x$.

$$\begin{cases} -5 \leq 4y \leq 5 \\ -6 \leq 8x \leq 6 \end{cases} \quad \oplus$$

$$4y+8x \leq \boxed{11}$$

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1. Если $A = 13p^2$, $B = 45q^2$:

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

а) либо $m+n = 13 \cdot k$, где k - натуральное число

б) либо $m+n-9 = 13 \cdot k$, где k - натуральное число

а): $13k(13k-9) = 13p^2$

$$k(13k-9) = p^2$$

$$k=1, 13k-9=p^2 \\ 4=p^2 \\ p=2$$

$$13k-9=1, k=p^2 \\ 13k=10, k=p^2 \\ p^2 = \frac{10}{13}$$

$$k=13k-9=p \\ 9=12k \\ k = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Эти два варианта не подходят, т.к. p и q - простые.

Т.е. $m+n=13$. (в этом случае)

б): $13k(13k+9) = 13p^2$

$$k(13k+9) = p^2$$

$$k=1, 13k+9=p^2 \\ 22=p^2$$

$$13k+9=1, k=p^2 \\ 13k=-8 \\ p^2 = -\frac{8}{13}$$

$$k=13k+9=p \\ 12k=-9 \\ p = -\frac{9}{12}$$

Разобрав варианты, получили, что $m+n=13$.
Тогда:

$$mn \cdot 10 = 45q^2$$

$$mn \cdot 2 = 15q^2$$

$$m \cdot n \cdot 2 = 3 \cdot 5 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2mn = 60 \Rightarrow mn = 30$$

Получили систему:

$$\begin{cases} m+n=13 \\ m \cdot n=30 \end{cases}$$

Т.к. $m, n \in \mathbb{N}$, то 30 в произв. 2^x натур. дают 1 и 10, 2 и 15, 3 и 10, 5 и 6.

Заметим, что подходит только пара (3, 10) и (10, 3).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Если ~~...~~ $A = 45q^2$, $B = 13p^2$:

$$\begin{cases} m \cdot n (m+n-9) = 13p^2 \\ (m+n)(m+n+9) = 45q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3q^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow (m+n)(m+n-9) : 3$$

$$\text{Если } m+n \not\div 3, \text{ то } m+n-9 \not\div 3 \Rightarrow m+n : 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow (m+n)(m+n-9) : 9 \Rightarrow q^2 : 3 \Rightarrow q = 3.$$

$$\text{Тогда } (m+n)(m+n-9) = 45 \cdot 9 \\ (m+n)^2 - 9(m+n) - 45 \cdot 9 = 0$$

$$(m+n) = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 45 \cdot 9}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{2481}}{2} \notin \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$ такой вариант невозможен.

Ответ: $(3, 10)$ и $(10, 3)$.



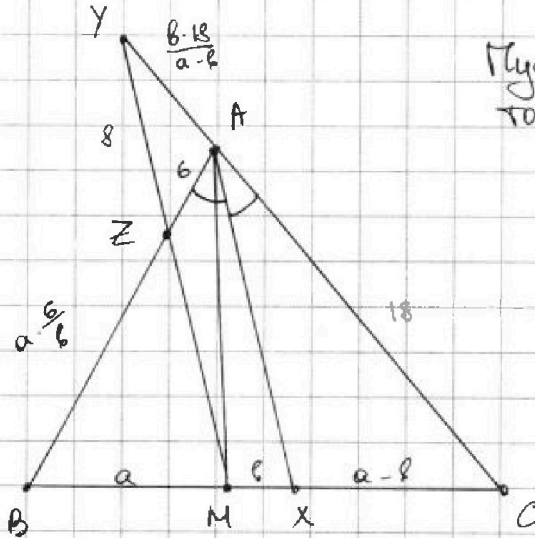
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



Пусть $BM = a$, $MX = b$,
тогда $XC = a - b$.

$XM \parallel AX \Rightarrow$ по т. о пропорц. отрезках: $\frac{BM}{BZ} = \frac{MX}{6}$

$$\frac{a}{BZ} = \frac{b}{6}$$

$$BZ = \frac{a \cdot 6}{b}$$

$AX \parallel YM \Rightarrow$ по т. о пропорц. отрезках: $\frac{MX}{YA} = \frac{XC}{AC}$

$$\frac{b}{YA} = \frac{a-b}{18}$$

$$AY = \frac{18b}{a-b}$$

~~по т. о пропорц. отрезках:~~

По Менелая:

$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{(18b/a-b) + 18}{a-b} = 1$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{18a}{a-b} = 1$$

$$18b = a - b$$

$$17b = a$$

Значит, $BM = 17 MX$.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2): \quad & x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ & (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(x-y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ & (x-y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ & (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \\ & \quad + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ & (\sqrt{x} - \sqrt{y})((\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y} & (3) \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0 & (4) \end{cases}$$

Заметим, что $x, y \geq 0$ (т.к. стоят под корнем), то $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$, $x+y \geq 0$, $x^2 + y^2 \geq 0 \Rightarrow (4)$ ур-е не имеет корней.

$$x = y, \quad x, y \geq 0 \text{ (запомним это!)}$$

$$\begin{aligned} (1): \quad & \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ & \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \\ & \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + x+1+6-x-2 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \end{aligned}$$

Пусть $a = \sqrt{x+1}$, $b = \sqrt{6-x}$:

$$a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$a - b + (a-b)^2 - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a - b = 1 & \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \\ a - b = -2 & \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \end{cases}$$

Подставим в ур-е (1):

$$\begin{cases} 6 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \\ 3 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = \sqrt{(6-x)(x+1)} & |^{\wedge 2} \\ 3 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)} & |^{\wedge 2} \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 = 6+5x-x^2 \\ 9 = 12+10x-2x^2 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 5x + 3 = 0 \\ 2x^2 - 10x - 3 = 0 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{31}}{2} \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{31}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2}), (\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2}), (\frac{5+\sqrt{31}}{2}, \frac{5+\sqrt{31}}{2}), (\frac{5-\sqrt{31}}{2}, \frac{5-\sqrt{31}}{2})$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Всего покрашено в чёрный цвет 81 узел. Чтобы выбрать 2 узла цепки для покраски в белый цвет ~~существует~~ существует C_{81}^2 способа, при этом ~~перестановки~~ перестановки этих 2-х узлов местами уже учтено. У квадрата ~~есть~~ 4 стороны $\Rightarrow$ есть 4 поворота, при котором узлы этого квадрата переходят друг в друга $\Rightarrow$ полученное число способов необходимо поделить на 4, т.к. каждую пару узлов мы считаем 4 раза:

$$\frac{C_{81}^2}{4} = \frac{81 \cdot 80}{2! \cdot 4} = \frac{80 \cdot 81}{8} = 810 \text{ способов.}$$

Ответ: 810.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ из __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Model by Assessment~~

~~$$\frac{BX}{BA} = \frac{CX}{CA}$$~~

~~$$\frac{a+b}{6a+c} = \frac{a-b}{\frac{18b}{a}+18}$$~~

~~$$\frac{18b}{6a+c} = \frac{16b}{\frac{18b}{a}+18}$$~~

~~$$\frac{18b}{6a+c} = \frac{16b}{\frac{18b}{a}+18}$$~~

~~$$\frac{18b}{6a+c} = \frac{16b}{\frac{18b}{a}+18}$$~~

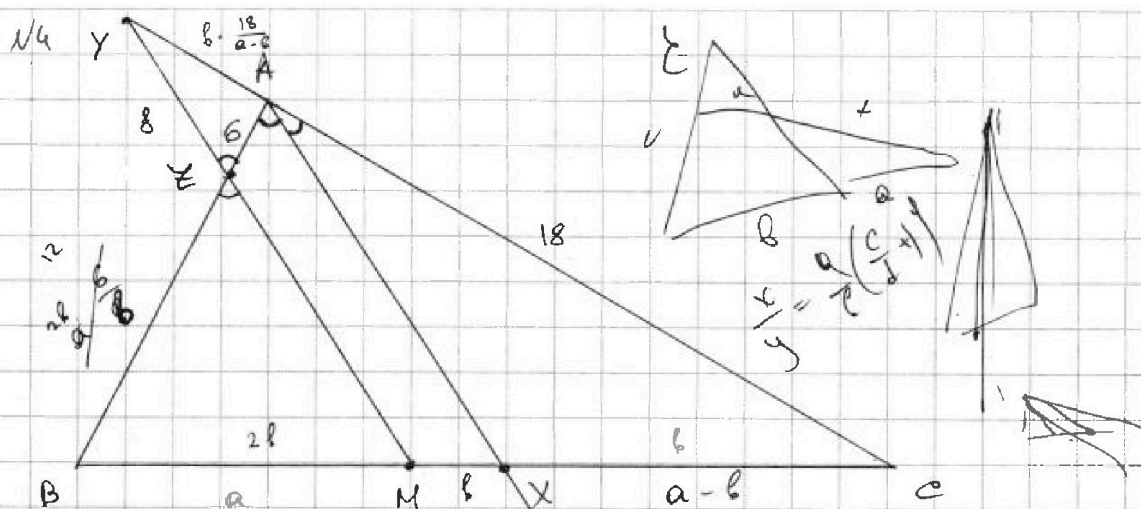


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{MZ}{8} \cdot \frac{AY}{18} \cdot \frac{2a}{a} = 1$$

$$MZ \cdot AY = 8 \cdot 18 = 40 + 32 = 72$$

$$\frac{a \cdot \frac{b}{2}}{6} = \frac{AY}{18} \left(\frac{a}{a} + 1 \right)$$

$$\frac{a}{6} = \frac{AY}{9}, AY = \frac{9a}{6} = \frac{3a}{2} = b \cdot \frac{18}{a-b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2b}{a-b}$$

$$2b^2 = a^2 - ab$$

$$a^2 - ab - 2b^2 = 0$$

$$a^2 - 2ab + ab - 2b^2 = 0$$

$$a(a-b) - 2b(a-b) = 0$$

$$(a-b)(a-2b) = 0$$

$$a = 2b$$



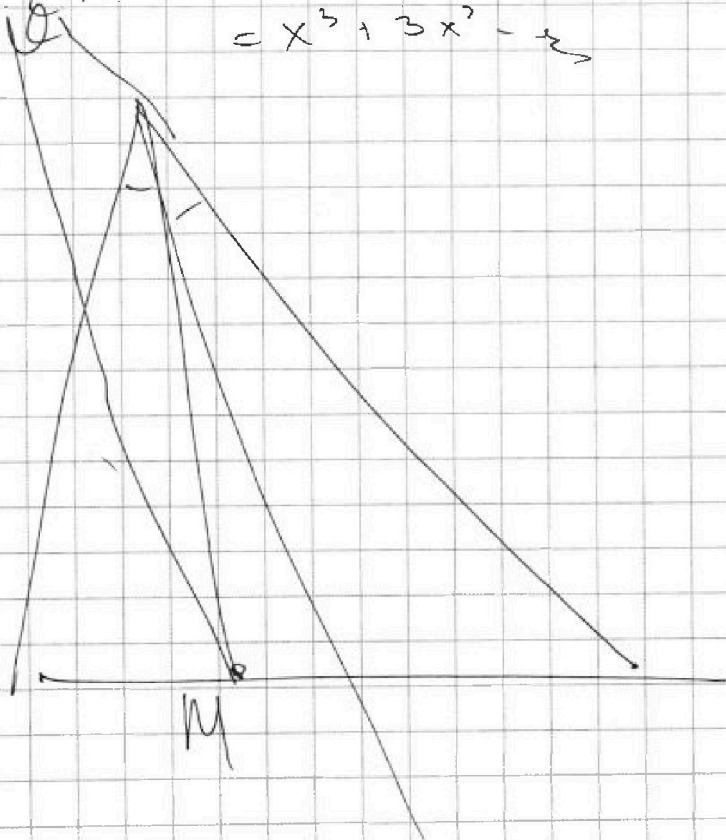
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + 2x - 2 = x^3 + 3x^2 - 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)(x^2+2x-2) = x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + 2x - 2 =$$
$$= x^3 + 3x^2 - 2$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$x^2 + 2x - 2$$

$$\lambda = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 2}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$3(-1-\sqrt{3})^2 =$$
$$= 3(1 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}) =$$
$$= 3 + 9 + 6\sqrt{3}$$

$$3x^2$$

$$-3 - 3\sqrt{3} + 3$$

$$1 \neq 3 \neq 4 \neq 6 \neq 7$$

$$-3 + \sqrt{3} + 3$$

$$((-1+\sqrt{3})^2 + 2(-1+\sqrt{3}))^2 =$$

$$= (1 + 3 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$3x^2 = 3(-1+\sqrt{3})^2 = 3(1 + 3 - 2\sqrt{3}) =$$

$$= 3 + 9 - 6\sqrt{3} =$$

$$= 12 - 6\sqrt{3}$$

$$1.6$$

$$12 - 6\sqrt{3} \neq 4$$

$$8 \neq 6\sqrt{3}$$

$$4 \neq 3\sqrt{3}$$

$$16 \cup 9 \cdot 3 = 27$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_3 &= 3x+3 \\ a_5 &= (x^2+2x)^2 \\ a_9 &= 3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -1 &+ 3 & -2 \\ & & 1-4+3+2-2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (x^2+2x)^2 = 3x+3+2d \\ 3x^2 = \cancel{(x^2+2x)^2} \cdot (x^2+2x)^{-4d} \end{cases}$$

$$3x^2 - (x^2+2x)^2 = 2d$$

$$(x^2+2x)^2 = 3x+3+3x^3 - (x^2+2x)^2 = 0$$

$$\begin{aligned} a_5 & a_5+d & a_5+2d & a_5+3d & a_5+4d \\ & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{aligned}$$

$$3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$\begin{aligned} (x+1)(x^3+3x^2-2) &= \\ &= x^4+3x^3-2x+x^3+3x^2-2 \\ &= x^4+4x^3+3x^2-2x-2 \end{aligned}$$

$$x^4+3x^3+x^3+3x^2-2(x+1)=0$$

$$x^3(x+1)+3x^2(x+1)-2(x+1)=0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2)=0$$

$$x^4+3x^3-2x+x^3+3x^2-2$$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 5 & & \\ -2 & 1 & 1 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 4 & -2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 $\max (4y + 8x) - ?$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 3y \\ x - 3y \leq 3 \\ x < 3y \\ 3y - x \leq 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3x \geq y \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x < y \\ y - 3x \leq 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 3y \\ x \leq 3(y+1) \\ x < 3y \\ x \geq 3(y-1) \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3x \geq y \\ 3x \leq y+1 \\ 3x < y \\ 3x \geq y-1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x - 3y \geq 0 \\ x - 3y \leq 3 \\ x - 3y < 0 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3x - y \geq 0 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y < 0 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a \geq 0 \\ a \leq 3 \\ a < 0 \\ a \geq -3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} b \geq 0 \\ b \leq 1 \\ b < 0 \\ b \geq -1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3 \geq 3y - x \geq -3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -3 \leq 3x - 9y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -2 \leq -8y \leq 2 \\ -\frac{1}{4} \leq -y \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \geq y \geq -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$\max 4(y + 2x)$
 $\max (y + 2x)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_5 = a_3 + 2d$$

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$a_9 - a_5 = 2(a_5 - a_3)$$

$$a_9 - a_5 = 2a_5 - 2a_3$$

$$a_9 - 3a_5 + 2a_3 = 0$$

$$3x^2 - 3(x^2 + 2x)^2 + 3x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 3(x^2 + 2x)^2 + 3x + 3 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 - (x^2 + 2x)^2 + x + 1 = 0$$

$$x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - x - 1 = 0$$

$$4x^2(x^2 + x + 1) - (x^2 + x + 1) = 0$$

$$(x^2 + x + 1)(4x^2 - 1) = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 = -3 < 0$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2} = 4,5 = \frac{9}{2}$$

$$a_5 = (\frac{1}{4} + 1)^2 = \frac{25}{16}$$

$$a_9 = 3 \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

$$a_3 = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{40}{16}$$

$$a_5 = (\frac{1}{4} - 1)^2 = \frac{9}{16}$$

$$a_9 = 3 \cdot (\frac{1}{4})^2 = \frac{3}{16} = \frac{12}{64}$$

$$\frac{40}{16} - \frac{25}{16} = \frac{15}{16}$$

$$x^3 + 3x^2 - 1$$

$$\frac{25 - 12 + 3}{16}$$

$$a_3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$\begin{array}{ccc|c|c} 1 & 3 & 0 & -1 & \\ 2 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$4x^2 - 1$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -1 \quad -1$$

$$x = -1$$

$$1 - 4 + 3 + 1 - 1$$

$$x^2 + 5x = 1$$

$$x^2(x+3) = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{ccc|c|c} 1 & 4 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \end{array}$$

A 10x10 grid of dots. Several dots are circled, and dashed lines connect them, illustrating a pattern. The circled dots are located at (row, column) coordinates: (1, 1), (1, 4), (1, 7), (2, 2), (2, 5), (2, 8), (3, 3), (3, 6), (3, 9), (4, 4), (4, 7), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), and (10, 10). Dashed lines connect the dots at (1, 1) to (10, 10), (1, 10) to (10, 1), (1, 5) to (5, 1), (5, 10) to (10, 5), (2, 8) to (8, 2), and (8, 8) to (8, 8).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) &= 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \left((\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 \right) &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+5x+6}$$

$$-x^2 + 5x + 6$$

$$a+b = -6 = 6a - 2$$

$$a+b = 5$$

$$-(x^2 - 5x - 6) =$$

$$-(x-6)(x+1) = (6-x)(x+1)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 &= 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 &= 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 &= 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + \sqrt{x+1} + 6-x - 2 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$a-b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$a-b + (a-b)^2 - 2 = 0$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$1a - 2$$

$$\begin{cases} a-b = 1 \\ a-b = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{6-x} \\ \sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \end{cases}$$

$$x \geq 0$$

$$2x^2 - 10x - 3 = 0$$

$$\text{пр } 6 \text{ суммиру}$$

$$\frac{10 \pm \sqrt{100+24}}{4} = \frac{10 \pm \sqrt{124}}{4}$$

$$x^2 - 5x - 6 = \frac{10 \pm 2\sqrt{31}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{31}}{2}$$

$$(x-6)(x+1) = \frac{5 \pm \sqrt{31}}{2}$$

$$(6-x)(x+1) = 4 \cdot 31$$

$$x^2 - 5x + 3$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$a = 3,5 \quad b = 8,5$$

$$\sqrt{124} = 4 \cdot 31$$

