



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
 - [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
 - [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
 - [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

w3

$$\begin{aligned} a_5 &= 6x+18 \\ a_7 &= (x^2-4x)^2 \\ a_{11} &= (-3x^2) \end{aligned}$$

$$x^7 \cdot \begin{cases} a_7 - a_5 = 2d \\ a_{11} - a_7 = 4d \end{cases}$$

4-ый
арифметический
предиксий

$$\begin{cases} x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = 2d \\ -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = 4d \end{cases} | \cdot 2$$

$$1. \quad 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

У3 делитель
свободного члена
находит $x=2$

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 | x-2 \\ \hline -y^4 - 2x^3 \\ \hline -6x^3 + 17x^2 \\ \hline -6x^3 + 12x^2 \\ \hline 5x^2 - 4x \\ \hline 5x^2 - 10x \\ \hline 6x - 12 \\ \hline 6x - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3. \quad x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

У3 делитель свободного
члена находит $x=2$

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 | x-2 \\ \hline -x^3 - 2x^2 \\ \hline -4x^2 + 5x \\ -4x^2 + 8x \\ \hline -3x + 6 \\ \hline -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4. \quad x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\Delta = 16 + 4 \cdot 3 = 28 = (2\sqrt{7})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\cancel{x^4 - 24x^3 + 5x^2 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12} = (x-2)(x-2)(x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7})$$

Ответ: $2; 2+\sqrt{7}; 2-\sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

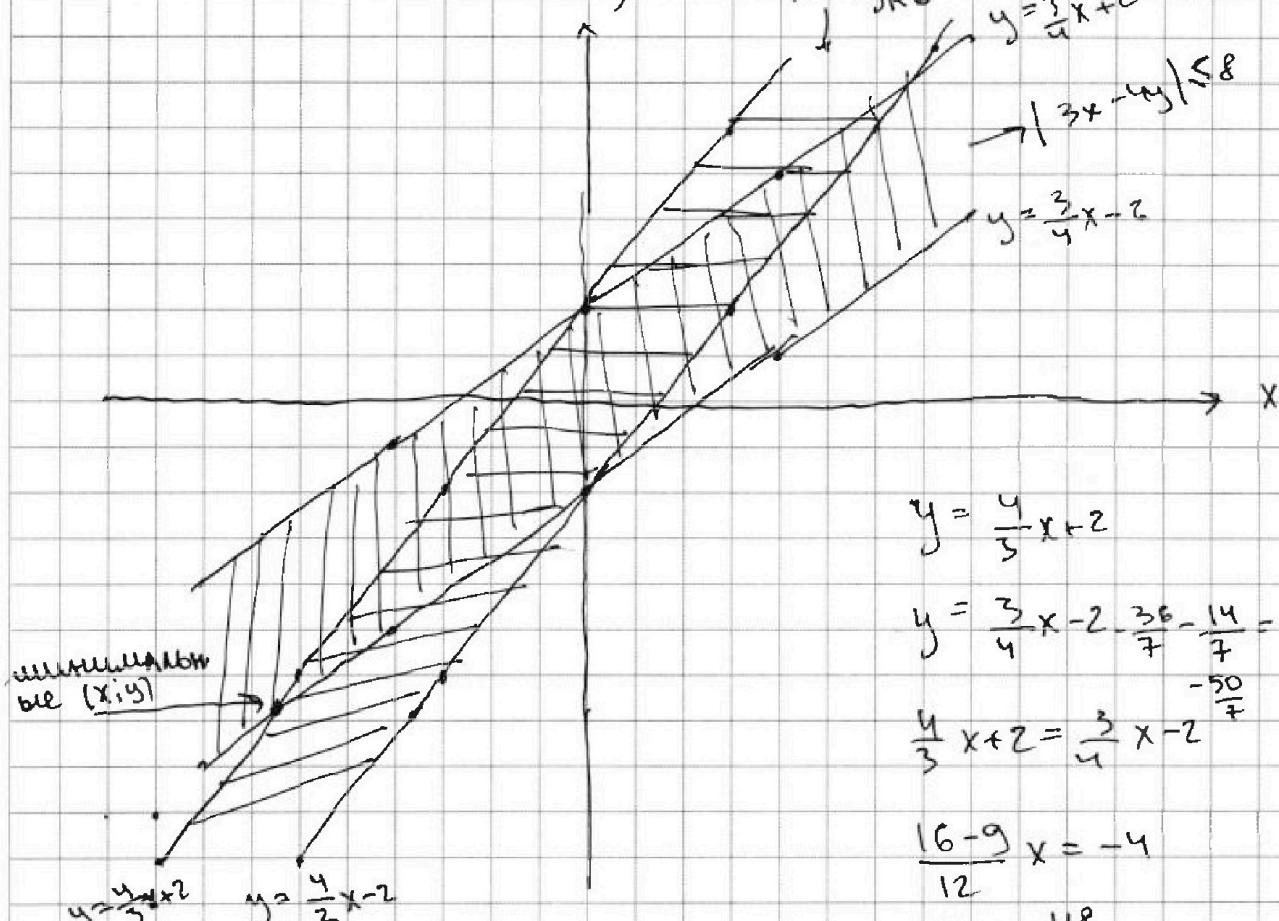
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н2} \quad \begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\min(14x + 7y) - ?$$

Построим
графики

$$\text{функций} \quad 1. y = \frac{4}{3}x - 2 \quad 2. y = \frac{4}{3}x + 2 \quad 3. y = \frac{3}{4}x - 2 \quad y = \frac{3}{4}x + 2$$



$$y = \frac{4}{3}x + 2$$

$$y = \frac{3}{4}x - 2 - \frac{36}{7} - \frac{14}{7} = -\frac{50}{7}$$

$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\frac{16 - 9}{12}x = -4$$

$$x = \frac{-48}{7}$$

$$y = -\frac{50}{7}$$

$$14 \cdot \left(\frac{-48}{7}\right) + 7 \left(-\frac{50}{7}\right) = -96 - 50 = -146$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2. \quad A &= 3q^2 \\ B &= 13p^2 \end{aligned}$$

$$(m-n)(m-n+g) = 3q^2$$

$$(m-n+3)mn = 13q^2$$

Пусть $m-n = 3$

$$3(12) = 3q^2$$

$$q^2 = 12 \quad X$$

Пусть $m-n = q^2$

$$q^2(q^2+g) = 3q^2$$

$$q^2+g = 3 \quad X$$

Пусть $m-n = 3q$

$$3q(3q+g) = 3q^2$$

$$2q = -g \quad X$$

Пусть $m-n = 3q^2$

$$3q^2(3q^2+g) = 3q^2$$

$$3q^2+g = 1 \quad X$$

Пусть $m-n = q$

$$q(q+g) = 3q^2$$

$$q+g = 3q$$

$$2q = g \quad q=4.5 \quad X$$

Пусть $m-n = 1$

$$1 \cdot 10 = 3q^2 \quad X$$

Посмотрев все варианты мы увидели что т.ч. и удовлетворяющие условия только один

Ответ: $m=7, n=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

w3

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n \star$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn \star$$

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

1. $A = 13p^2$ $\underbrace{(m-n)(m-n+9)}_{\text{не имеет}} = 13p^2$ $p, q \in \text{простые}$
 $B = 3q^2$

Пусть $m-n = 13$,
тогда $13 \cdot 21 = 13p^2$ $13; p^2; p; 1$
 $p^2 = 21 \rightarrow \text{не сущ.}$

Пусть $m-n = p^2$
 $p^2 \cdot (p^2+9) = 13p^2$
 $p^2+9 = 13$
 $p = 2$
сущ.

Пусть $m-n = p$
 $p(p+9) = 13p^2$
 $12p = 9$
 $p = \frac{3}{4} \times$

Пусть $m-n = 1$
 $13p^2 = 10 \times$

$$\begin{aligned} mn &= 12n + 4 \\ n^2 + 4n &= 21 \\ n^2 + 4n - 21 &= 0 \\ D &= 16 + 84 = 100 \\ n &= \frac{-4 \pm 10}{2} = 3; -7 \quad (\text{не подг.}) \\ m &= 7 \quad n = 3 \end{aligned}$$

Пусть $m-n = 13p$
 $13p(13p+9) = 13p^2$

$$\begin{aligned} p &= 13p+9 \\ p &= -9 \quad \times \end{aligned}$$

Пусть $m-n = 13p^2$
 $13p^2(13p^2+9) = 13p^2$
 $13p^2+9 = 1 \quad \emptyset$

Вернемся к $m-n = p^2$
тогда $3q^2 = mn - 7$
 $q^2 : 7 \Rightarrow q^2$
 $3 \cdot 7 \cdot 7 = mn - 7 \quad \left\{ \begin{array}{l} mn = 21 \\ m-n = 4 \end{array} \right.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \angle BAC = \sin 2\angle BYM = 2 \sin \angle BYM \cdot \cos \angle BYM = \\ = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos 2\angle BYM = \cos^2 \angle BYM - \sin^2 \angle BYM = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\cos 2\angle BYM = \cos \angle BAC$$

По теореме косинусов

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2ABAC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + \frac{144}{9} =$$

$$180 + 16 = 196 = BC^2$$

$$BC = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

вн

дано:

$\triangle ABC$ - треугр.

AX - биссектриса

(1) M - середина BC

$MY \parallel AX$

$\angle BAY$ (правой)

$Z = \angle ACY$

$AC = 12$

$AZ = 3$

$YZ = 4$

найти: BC ?

решение: $\triangle ABC$ $\sim \triangle YMC$

$\angle XAC = \angle BAY$ (бисс)

$\angle XAC = \angle AZY$ (как напротив.)

$\angle AZY = \angle MZC$ (как верт.)

$\angle BYC = \angle BAY$ \neq при пар. $=$

$\angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный

$AZ = AY = 3$

пусть $MC = x$

$\triangle MZC \sim \triangle XAC$ но 2-ум ушам

$$k = \frac{AC}{YC} = \frac{12}{4} = \frac{4}{3}$$

$$YC = \frac{4}{3}x \quad YM = \frac{4}{3}x - x = \frac{1}{3}x, \text{ а } BX = \frac{BC}{2} - YM =$$

$$\triangle BYA \sim \triangle BAX \text{ (но 2-ум ушам)} = x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$$

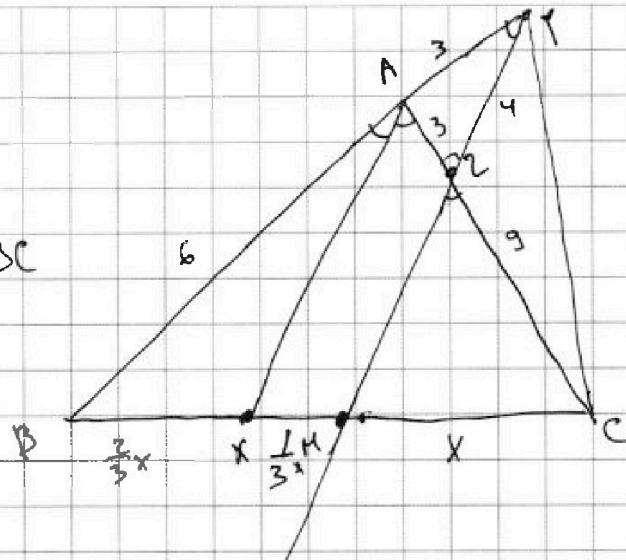
~~$k = \frac{BY}{BA} = \frac{x}{3}$~~

$$\frac{BY}{BA} = \frac{YM}{BX} = \frac{x}{\frac{4}{3}x} = \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \quad \frac{BA+3}{BA} = \frac{2}{3}$$

$$BA = BY + AY = BA + 3$$

$$\cos \angle AYL = \frac{AZ^2 - AY^2 - BY^2}{-2 \cdot AY \cdot BY} = \frac{9 - 9 - 16}{-2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{-16}{-24} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \angle AYL = \frac{\sqrt{5}}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = -3$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} - 3$$

$$x+6 = 9 + 5 - x - 6\sqrt{5-x}$$

$$2x - 8 = -6\sqrt{5-x}$$

$$4x^2 - 32x + 64 = -36x + 180$$

$$4x^2 + 4x - 116 = 0$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 116 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} < 0 \rightarrow \text{не подходит}$$

$$\frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \wedge 5 \rightarrow$$

$$\text{под} \begin{cases} \text{ход} \\ \text{одн} \end{cases} \quad \begin{matrix} 3\sqrt{13} \\ 117 \end{matrix} \wedge \begin{matrix} \sqrt{121} \\ 121 \end{matrix}$$

$$x = -\frac{1+3\sqrt{13}}{2} \quad y = -\frac{1+3\sqrt{13}}{2} \quad x = \frac{-1+3\sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1+3\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{1+3\sqrt{13}}{2}; -\frac{1+3\sqrt{13}}{2} \right), \left(-\frac{-1+3\sqrt{13}}{2}; -\frac{-1+3\sqrt{13}}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{у5} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} = 2 \sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x+y} \end{array} \right. \\
 & \quad \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. \\
 & \quad 0.2.3. \\
 & 4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \quad | \cdot (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) \\
 & 4(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}) + (x-y)(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}) \\
 & + 5(x-y) = 0 \\
 & (x-y)(4(x+y)(x^2+y^2)(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}) + (x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})) \\
 & + 5 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{всегда } > 0 \text{ так } \\ \text{так } x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow x - y = 0 \quad x = y
 \end{aligned}$$

$$5 + \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2 \sqrt{30-x-x^2} = 2 \sqrt{(x+6)(5-x)}$$

Введём замену $\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = t$, тогда

$$t^2 = x+6 + 5-x - 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$2\sqrt{(x+6)(5-x)} = 11 - t^2$$

$$t^2 + 5 = 11 - t^2$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$\Delta = 1 + 24 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = -3, 2$$

$\frac{-1 - \sqrt{25}}{2}$ — не подходит < 0

$$\frac{-1 + 3\sqrt{2}}{2} \wedge 5 \quad 18 < 11^2$$

$$-1 + 3\sqrt{2} \wedge 10 \quad \frac{-1 + 3\sqrt{2}}{2} - \text{подходит}$$

$$\begin{aligned}
 & t = -3 \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2 \\
 & t = 2 \quad (\sqrt{x+6})^2 = (2 + \sqrt{5-x})^2 \\
 & x+6 = 4 + 4\sqrt{5-x} + 5-x \\
 & (2 + 3)^2 = (4 + \sqrt{5-x})^2
 \end{aligned}$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 80 - 16x$$

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$\Delta = 16 + 16 \cdot 71 = 16 \cdot 72 = 4 \cdot 6 \cdot 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 24\sqrt{2}}{8} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}a_{15} &= 6x + 18 \\a_7 &= (x^2 - 4x)^2 \\a_{11} &= -3x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-3(4 \pm 4\sqrt{7} + 7) \\-12 \mp 12\sqrt{7} - 21 \\-33 \mp 12\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$2 \pm \sqrt{7} \\12 \pm 6\sqrt{7} + 18 = 30 \mp 6\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned}4 \pm 4\sqrt{7} + 7 - 4(2 \pm \sqrt{7}) = \\= 4 \pm 4\sqrt{7} + 7 - 8 \mp 4\sqrt{7} \\3 \mp 9\end{aligned}$$

$$9 - (30 \pm 6\sqrt{7}) = \\= -21 \mp 6\sqrt{7}$$

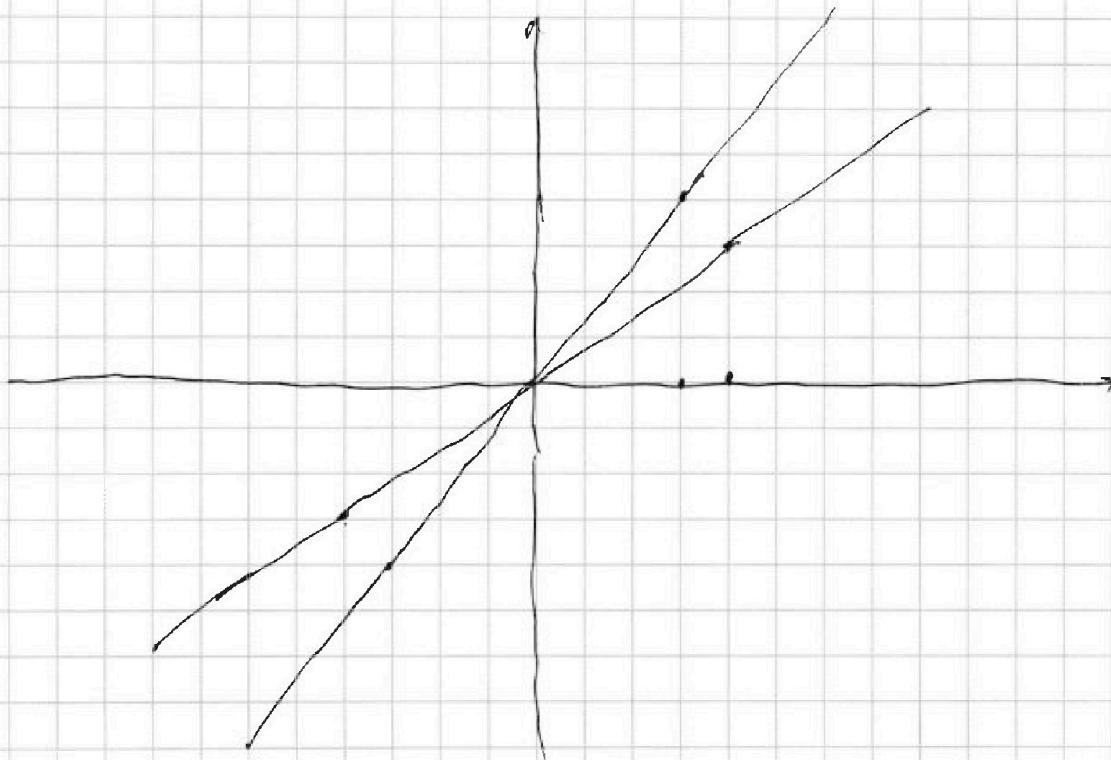
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad 4x \geq 3y$$

$$-10,5 \mp 3\sqrt{7}$$

$$-42 \mp 12\sqrt{7}$$

$$y = \frac{4x}{3} \quad y = \frac{3x}{4}$$

$$4x + 3y \min$$





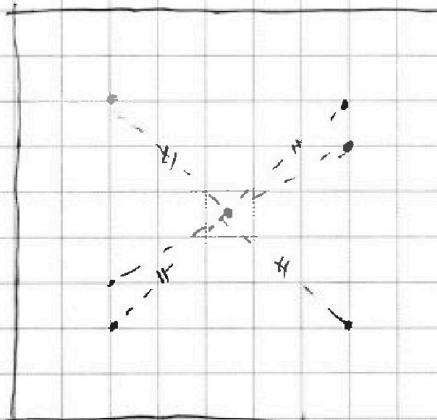
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



Всего в квадрате 9×9

100 точек.

Выбрать две
точки из C_{100}^2 спо
собами.

Можно заметить,
что ~~одна~~ выбрав
две точки и сделать
им две обработки
мы возвращаемся
в исходные положе-
ния.

Многие изображения возвращаются в исходные
положения через две обработки. Это
происходит тогда, когда повернув точку
и получив две новые точки, мы получаем
квадрат, если соединим все четыре точки.
Причем первоначальные диагонали у него тако-
дятся в центре изображенного квадрата. А
здесь точки лежат симметрично отно-
сительно центра. способов в все сей-
час существует 4 различ-
ия, а не 2.

Способ выбрать точки симметрично
относительно центра = $\frac{100}{2}$ → так

как выбрав точку мы автоматически
выбрали вторую.

Всего вариантов: $\frac{C_{100}^2 - 50}{4} + \frac{50}{2} = \frac{100 \cdot 99 - 100}{2} \cdot \frac{1}{4}$

$$= 50 \cdot 99 - 50 = 50 \cdot 98 \quad \frac{50 \cdot 98}{4} + 25 = 25 \cdot 49 + 25 =$$

$$\text{Ответ: } 1250 \quad = 25 \cdot 50 = 1250$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

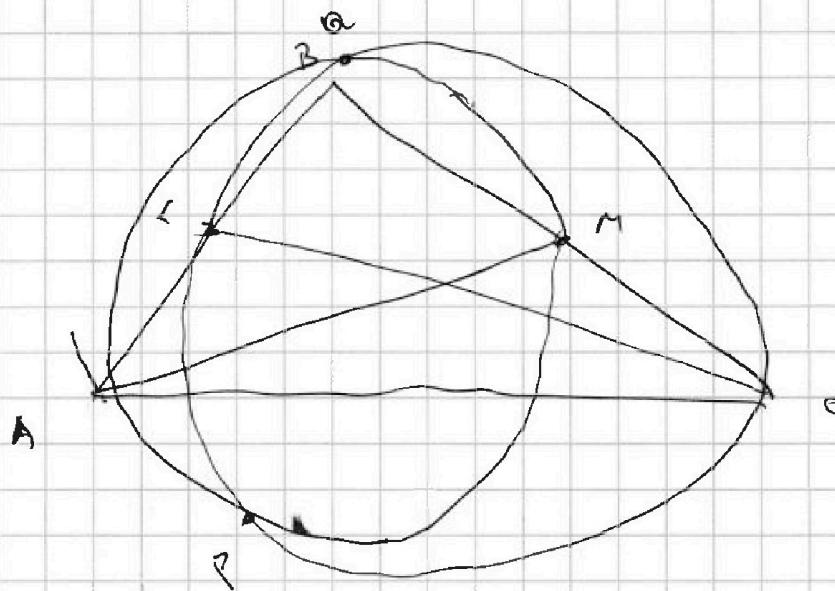
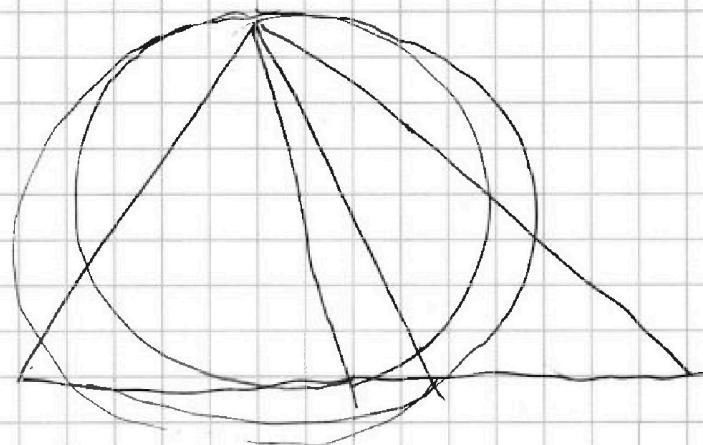
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2 \sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \end{cases}$$

$$4x^4 - 4y^4 + 5\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[4]{y} + x - y = 0$$

$$4(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$$

$$4(x-y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5($$

$$(x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}) x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}$$

$$4(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) + 5(x-y)$$

$$+ (x-y)(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$$

$$(x-y) \neq 4(x+y)(x^2 + y^2)(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) + 5$$

$$+ (x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2 \sqrt{30-x-y^2}$$

$$t = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y}$$

$$-11 t^2 = x+6 + 5 - x - 2 \sqrt{30-x-y^2} =$$

$$-11 t^2 + 11 + 5 = 11 - t^2$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = -3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn(m-n+3) = 134^2$$

$$(m-n)(m-n+9) = 34^2$$

$$q+9 = 34$$

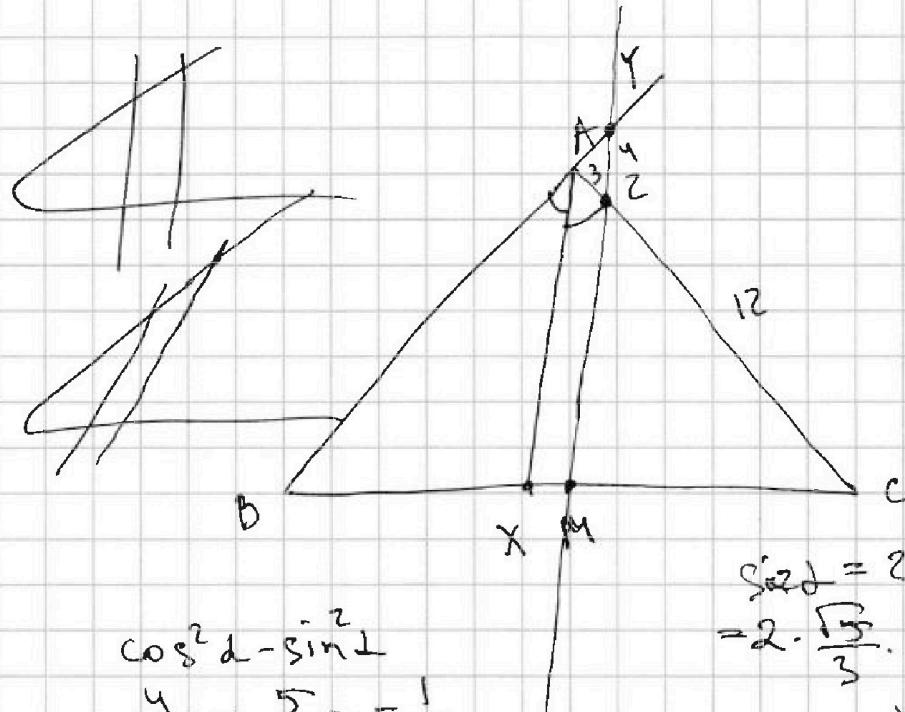
$$q=4,5$$

$$\cos(\pi - L) = -\cos L$$

$$\frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{3}{\sin d}$$

$$\sin d = \frac{3}{3\sqrt{29}} = \frac{3}{\sqrt{29}}$$

$$\frac{2}{3}x : \frac{1}{3}x$$



$$\cos^2 d - \sin^2 L$$

$$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$g = g + 16 - 2 \cdot 12 \cdot \cos L$$

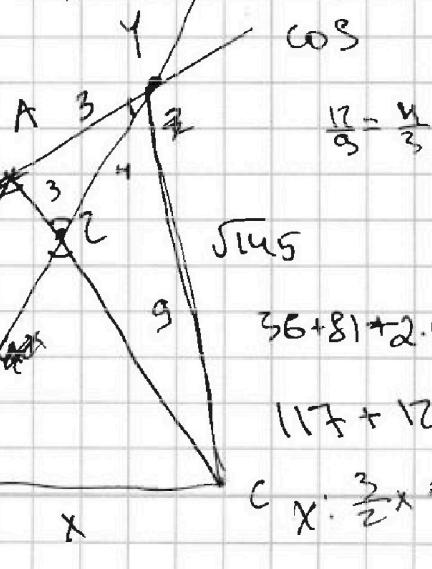
$$\cos d = \frac{-16}{-24} = \frac{2}{3}$$

$$\sin d = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$x^2 = 16 + 81 + 2 \cdot 36 \cdot \frac{2}{3}$$

$$97 + 48 = 145$$

$$\sin 2d = 2 \sin d \cdot \cos L = \\ = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$



$$\sin 2d$$

$$36 + 81 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3}$$

$$117 + 12 = 139$$

$$x \cdot \frac{3}{2}x = \frac{2}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_5 &= 6x + 18 \\ a_7 &= (x^2 - 4x)^2 = x^2(x-4)^2 = x^2(x^2 - 8x + 16) \quad |2 \pm 6\sqrt{7} + 18 \\ a_{11} &= (-3x)^2 = -3x^2 \end{aligned}$$

$$a_7 - a_5 = 2d$$

$$a_{11} - a_7 = 4d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = 2d \quad | \cdot 2 \\ -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = 4d \end{array} \right.$$

$$2x^4 - 16x^3 + 32x^2$$

$$30 - 7 = 23$$

$$30 \pm 6\sqrt{7}$$

$$16 - 4\sqrt{7} -$$

$$4(2 \pm \sqrt{7}) =$$

$$= 4 \pm 4\sqrt{7} + 7$$

$$-8 - 4\sqrt{7} =$$

$$23 - 9$$

$$16 - 64 + 68 - 8 - 12$$

$$16 + 4 - 20 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x^2 - x^2(x-4)^2 = 4d \\ x^2(x-4)^2 - (6x+18) = 2d \quad | \cdot 2 \end{array} \right.$$

$$d = 24 + 10 + 6$$

$$-3x^2 - x^2(x-4)^2 = 2x^2(x-4)^2 - 2(6x+18) \quad | -3(2 \pm \sqrt{7}) \\ -6 \mp 3\sqrt{7}$$

$$3x^2(x-4)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0 \quad 30 \pm 6\sqrt{7}$$

$$3x^2(x^2 - 8x + 16) + 3x^2 - 12x - 36 = 0 \quad -6 \mp 3\sqrt{7}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 48x^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0 \quad 10,5 - 3\sqrt{7}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad 9 - 42 - 12\sqrt{7}$$

$$-x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \neq 0 \quad -3\sqrt{7} -$$

$$x^4 - 2x^3 - 6x^3 + 17x^2 \quad | \quad x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \mid x-2$$

$$-6x^3 + 17x^2 \quad | \quad x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 5x - 3$$

$$-6x^3 + 12x^2 \quad | \quad -4x^2 + 8x$$

$$-5x^2 - 4x \quad | \quad -4x^2 + 8x$$

$$5x^2 - 10x \quad | \quad -3x + 6$$

$$6x - 12$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0 \quad x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

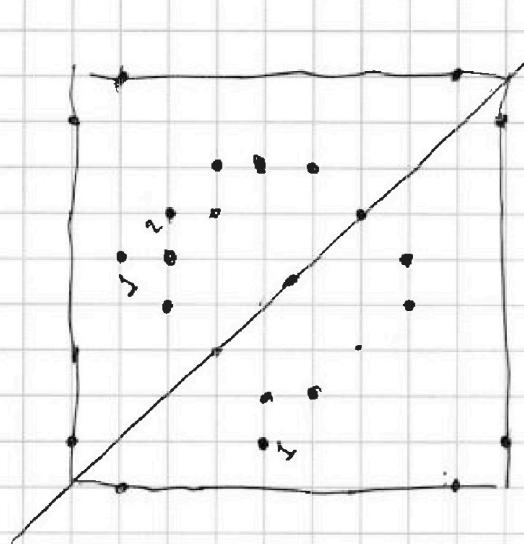
5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если
Повернем и
получим квадрат,
то : 2, если нет
то : 4

$$C_{100}^?$$

$$\frac{100}{2} = 50$$

$$\frac{100 \cdot 99}{2} = 50 \cdot 99$$

$$\begin{matrix} 50 \cdot 99 & 50 \\ 50 \cdot 98 & \times 25 \\ 50 \cdot 97 & \\ 25 & 50 \end{matrix}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$$

$$x+6 = 4 + 5-x + 2\sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = -3$$

$$2x-3 = 4\sqrt{5-x}$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 80 - 16x$$

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$\Delta = (6+16) \cdot 71 = 16(1+71) = 16 \cdot 72 = 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 24\sqrt{2}}{8} = \frac{-8 \pm 6\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{-8 + 6\sqrt{2}}{2} = -0,5 + 3\sqrt{2} \approx 5$$

$$\frac{5,5 + 3\sqrt{2}}{2}$$

$$[-6; 5]$$

$$\rightarrow -5 + 6\sqrt{2} \quad (b)$$

$$x+6 = 9 + 5-x - 6\sqrt{5-x} \quad 6\sqrt{2} < 11$$

$$2x - 8 = -6\sqrt{5-x}$$

$$780 - 36x = 4x^2 - 32x + 64 \quad -1 - 6\sqrt{2} \quad -12$$

$$-6\sqrt{2} > -11$$

$$4x^2 + 4x - 116 = 0$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$\Delta = 1 + 116 = \sqrt{117} = \sqrt{3 \cdot 13}$$

$$\frac{11}{2} + 3\sqrt{2} + \frac{11}{2} - 3\sqrt{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad 5$$

$$-\frac{2\sqrt{121}}{11} - 18 \\ 11 - 2\sqrt{121}$$

$$-1 + 3\sqrt{13} < 10$$

$$+ 3\sqrt{13} < -11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

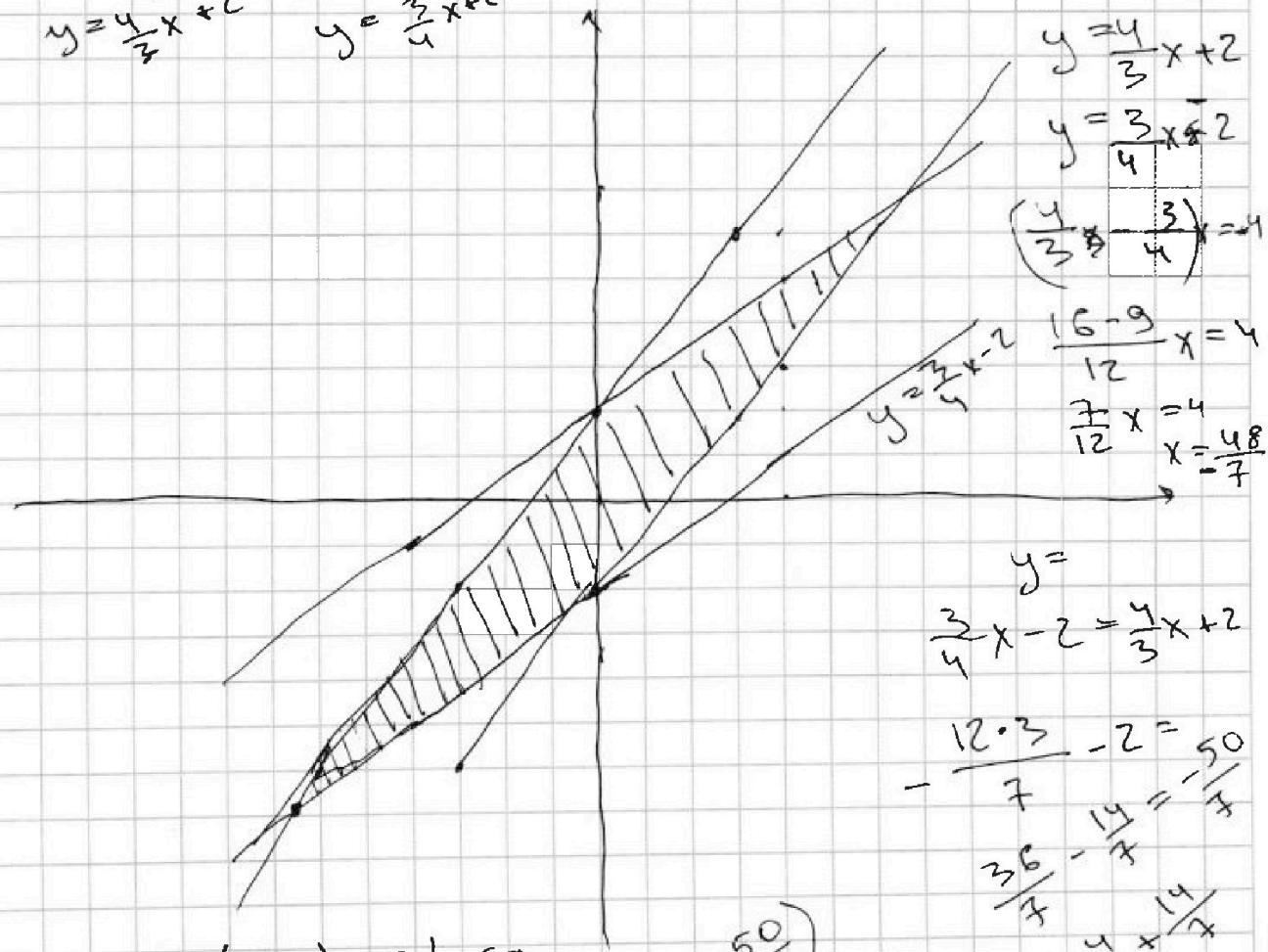
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$y = \frac{4}{3}x - 2 \quad y = \frac{3}{4}x + 2$$

$$y = \frac{4}{3}x + 2 \quad y = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq \frac{4x - 6}{3} \\ y \leq \frac{4x + 6}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq \frac{3x - 8}{4} \\ y \geq \frac{3x + 8}{4} \end{cases}$$



$$7 \cdot 2 \left(-\frac{48}{7} \right) + 7 \left(-\frac{50}{7} \right)$$

$$\left(-\frac{48}{7}, -\frac{50}{7} \right)$$

$$-96 - 50 = -146$$

$$y = \frac{3}{4}x - 2 = \frac{4}{3}x + 2$$

$$-\frac{12 \cdot 3}{7} - 2 = \frac{50}{7}$$

$$\frac{36}{7} - \frac{14}{7} = \frac{22}{7}$$

$$\frac{36}{7} - \frac{14}{7} = \frac{22}{7}$$

$$\frac{16}{7} = \frac{16}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 3n = 13p^2$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = 3q^2$$

$$(m-n)^2 + 3(m-n) = (m-n)(m-n+3) = A = 13p^2$$

$$mn(m-n+3) = 3 \cdot q \cdot q$$

$$mn(m-n+3) = 3 \cdot q \cdot q \quad (m-n)(m-n+3) = 52$$

$$(m-n)(m-n+3) = 13p \cdot p \quad m-n = p^2 \quad \begin{matrix} p \\ p^2 + 9 = 13 \end{matrix}$$

$$mn = 3$$

$$\begin{array}{ll} 1. m=1 & 2. m=3 \\ n=3 & n=1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1. 3 \cdot 5 \\ 2. 3 \cdot 1 = 3 \end{array}$$

$$13p + 9 = p^2$$

$$12p + 9 = 0$$

$$p + 9 = 13p$$

$$p + 9 = 9$$

$$12p = 3$$

$$p = \frac{3}{12}$$

$$\begin{array}{l} mn = 9 \\ m-n+3 = 3q \end{array}$$

$$m-n = 3q-3$$

$$(3q-3)(3q-3+3) = (3q-3)(3q+6)$$

$$\begin{cases} m-n = 4 \\ mn = 21 \\ m-n+3 = 13 \end{cases}$$

$$mn \cdot 7 = 3q^2$$

$$mn = 21 \quad q = 7$$

$$m = 4+n$$

$$n^2 + 4n = 21$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$80 = 16 + 84 = 100$$

$$n = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2} = 3 \quad m = 7$$

$$mn = 21$$

