



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

числа a_1 - первый член арифметической прогрессии,
 d - её знаменатель

Тогда четвертый член $= a_1 + 3d = 6 - 9x$

шестой $= a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2$

десятый $= a_1 + 9d = 9x^2$

замечем что $9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d$

$$(x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = 2d$$

$$\Rightarrow 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3 = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 12 + 18x = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

подставим сюда $x = 1$

$$3 - 12 + 3 + 18 - 12 = 24 - 24 = 0$$

$\Rightarrow x = 1$ - корень этого уравнения

$$(x - 1)(3x^3 - 9x^2 - 6x + 12) = 0$$

$$\begin{aligned} 3x^4 - 9x^3 - 6x^2 \\ + 12x - 3x^3 + 9x^2 \\ + 6x + 12 = \\ = 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + \\ + 18x - 12 \end{aligned}$$

(просто вынесем
 $x - 1$ за скобку)

подставим в эту скобку
 $x = 1$

$$3 - 9 - 6 + 12 = 15 - 15 = 0$$

$\Rightarrow x = 1$ корень этой скобки
 \Rightarrow вынесем $x - 1$ еще раз
за скобку

$$(x - 1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$$

$$3x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$D = 36 + 12 \cdot 3 \cdot 4 = 36 + 144 = 180 = 49 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 7\sqrt{5}}{6} \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{5} \quad x_2 = 1 + \sqrt{5}$$

Тогда сделаем проверку, имея три корня
у нашего уравнения: $1; 1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $x = 1$

четвертый член равен $6 - 9 \cdot 1 = -3$

шестой $(1^2 - 2 \cdot 1)^2 = 1^2 = 1$

десятый $9 \cdot 1^2 = 9$

$1 - (-3) = 4 = 2d \Rightarrow d = 2$

$9 - 1 = 8 = 4d \Rightarrow d = 2$

} все сходится

при $x = 1 - \sqrt{5}$

четвертый $6 - 9(1 - \sqrt{5}) = 9\sqrt{5} - 3$

шестой $((1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}))^2 = 4^2 = 16$

$1 + 5 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5} = 6 - 2 = 4$

десятый $9(1 - \sqrt{5})^2 = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$

$16 - (9\sqrt{5} - 3) = 19 - 9\sqrt{5} = 2d \Rightarrow d = \frac{19 - 9\sqrt{5}}{2}$

$54 + 18\sqrt{5} - 16 = 38 + 18\sqrt{5} = 4d \Rightarrow d = \frac{38 + 18\sqrt{5}}{4} = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$
сходится

при $x = 1 + \sqrt{5}$

четвертый $6 - 9(1 + \sqrt{5}) = -9\sqrt{5} - 3$

шестой $((1 + \sqrt{5})^2 - 2(1 + \sqrt{5}))^2 = 4^2 = 16$

$1 + 5 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} = 6 - 2 = 4$

десятый $9(1 + \sqrt{5})^2 = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$

$16 - (-9\sqrt{5} - 3) = 19 + 9\sqrt{5} = 2d \Rightarrow d = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$

$54 + 18\sqrt{5} - 16 = 38 + 18\sqrt{5} = 4d \Rightarrow d = \frac{38 + 18\sqrt{5}}{4} = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$
сходится

Ответ:

$x = 1$

$x = 1 - \sqrt{5}$

$x = 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
9 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$3y + 6x = 3(y + 2x)$$

допустим $y + 2x = t$
 $\Rightarrow y = t - 2x$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |5x - 2t| \leq 2 \\ |4x - t| \leq 1 \end{cases}$$

$$x - 2y = x - 2(t - 2x) = 5x - 2t$$

$$2x - y = 2x - (t - 2x) = 4x - t$$

при этом мы хотим
 промаксимизировать
 t

заметим, что максимум
 t будет в одном из ограничений
 либо $5x - 2t = -2$
 или $4x - t = -4$

① $5x - 2t = -2$

$$t = \frac{5x + 2}{2}$$

$$\left| 4x - \frac{5x + 2}{2} \right| \leq 1$$

$$\left| \frac{3x + 2}{2} \right| \leq 1$$

$x \rightarrow \max$

$$\frac{3x + 2}{2} = 1$$

$$3x + 2 = 2$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

② $4x - t = -1$

$$t = 4x + 1$$

$$|5x - 2(4x + 1)| \leq 2$$

$$|5x - 8x - 2| \leq 2$$

$$|-3x - 2| \leq 2$$

$$-3x - 2 = -2$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow \max \text{ при } x = 0$$

$$\Rightarrow t = 1$$

$\Rightarrow \max$ выражения

$$3 \cdot t = 3 \cdot 1 = 3$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$m > 0, n > 0$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n) \cdot (m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

допустим $B = 11p^2 = mn(m+2n+9)$

тогда у нас два числа, которые при перемножении дают $11p^2$

и это 1 и $11p^2$, 11 и p^2 , $11p$ и p

т.к. p - простое число и мы не можем разложить его на 2 числа проще 1 и p

\Rightarrow (1) случай $mn = 1$

т.к. m и n - натуральные числа

$\Rightarrow m = 1$ и $n = 1$

$m+2n+9 = 1+2+9 = 12 \neq 11p^2$ т.к. $12 \nmid 11$

\Rightarrow (2) случай $mn = 11$

$m = 1, n = 11$
 $1+22+9 = 32$

$32 = p^2$
 $p = 4\sqrt{2}$

не натур. \Rightarrow не простое

\Rightarrow (3) случай $mn = 11p$

$m = 1, n = 11p$

$m+2n+9 = p^2$

$1+22p+9 = p^2$

$21p = -10$

не натур.

\Rightarrow (4) случай $mn = p$

$m = 1, n = p$

$m+2n+9 = 11p$

$1+2p+9 = 11p$

$10 = 9p$

$p = \frac{10}{9}$

не натур.

$n = 1, m = p$

$p+2+9 = 11p$

$11 = 10p$

$p = \frac{11}{10}$

не натур.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow ⑤ случай $mn = p^2$
 $m = p^2$ $n = 1$
 $m + 2n + 9 = 11$
 $p^2 + 2 + 9 = 11$
 $p^2 = 0$
 \uparrow
 не натур. ⑤

$m = p$ $n = p$
 $3p + 9 = 11$
 $3p = 2$
 $p = \frac{2}{3}$ ⑤
 \uparrow
 не натур.

$n = p^2$ $m = 1$
 $1 + 2p^2 + 9 = 11$
 $2p^2 = 1$
 $p = \sqrt{\frac{1}{2}}$
 \uparrow
 не натур.

\Rightarrow ⑥ случай $mn = 11p^2$
 тогда $m + 2n + 9 = 11$
 но m и n хотя бы один $\Rightarrow m + 2n + 9$ хотя бы 12
 \Rightarrow невозм.

$\Rightarrow B \neq 11p^2$
 $\Rightarrow A = 11p^2$
 $(m + 2n)(m + 2n - 7) = 11p^2$
 $m + 2n$ хотя бы 3 \Rightarrow не может равняться 9

① $m + 2n = 11$
 $m + 2n - 7 = p^2$
 $11 - 7 = p^2 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$ ⑤

Все пары $(m, n) =$
 $(1, 5)$
 $(3, 4)$
 $(5, 3)$
 $(7, 2)$
 $(9, 1)$

② $m + 2n = 11p$
 $11p + 7 = p$
 $10p = -7$
 \textcircled{A} $p = \frac{-7}{10}$
 не натур.

③ $m + 2n = p$
 $p - 7 = 11p$
 $-7 = 10p$
 не натур $p = \frac{-7}{10}$ ⑤

④ $m + 2n = p^2$
 $p^2 - 7 = 11$
 $p^2 = 18$
 не натур $p = 3\sqrt{2}$
 \textcircled{A}

⑤ $m + 2n = 11p^2$
 $11p^2 - 7 = 1$
 $11p^2 = 8$
 $p = \sqrt{\frac{8}{11}}$ ← не натур.

тогда мы знаем, что нам подходят 5 пар m и n и $mn(m + 2n + 9) = 75q^2$, подставим

① $(1, 5) \Rightarrow 5(1 + 2 \cdot 5 + 9) = 5 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{20}{3}$ ⑤
 ② $(3, 4) \Rightarrow 12(3 + 2 \cdot 4 + 9) = 240 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{16}{3}$ ⑤
 ③ $(5, 3) \Rightarrow 15(5 + 2 \cdot 3 + 9) = 300 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$ ⑤
 ④ $(7, 2) \Rightarrow 14(7 + 4 + 9) = 14 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{14 \cdot 20}{75}}$ ← не натур. ⑤
 ⑤ $(9, 1) \Rightarrow 9(9 + 2 + 9) = 9 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{9 \cdot 20}{75}}$ ← не натур. ⑤

Ответ: одна пара $m = 5$; $n = 3$



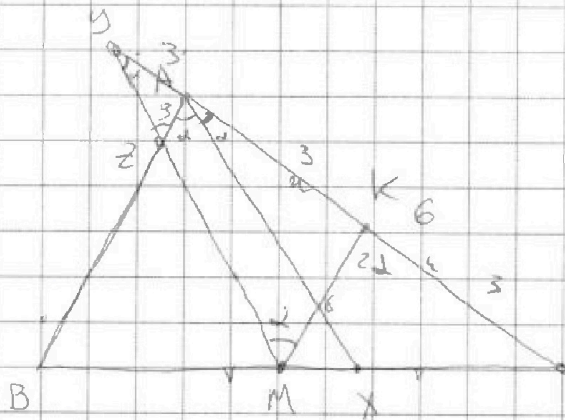
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 14



M - середина стороны BC
 AX - медиана
 $MY \parallel AX$
 $AC = 6; AZ = 3; AY = 3$

проведем среднюю линию
 в $\triangle ABC$, \parallel к стороне AB
 пусть K - середина
 AC

так пусть $\angle BAC = 2\alpha$
 тогда $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$
 так AX - медиана

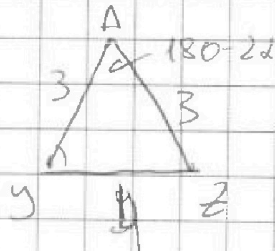
так $YM \parallel XA \Rightarrow \angle XAC = \angle MYC = \alpha$
 так $YM \parallel XA \Rightarrow \angle YZA = \angle BAX = \alpha$
 $\Rightarrow \triangle ZAY$ - \triangle ($\angle ZYA = \angle ZAY = \alpha$)
 $\Rightarrow YA = AZ = 3$

так $KM \parallel AB$ (KM - средняя линия)
 $\Rightarrow \angle BAC = \angle MKC = 2\alpha$
 \Rightarrow так $\angle MKC$ - внешний для $\triangle KMY$
 $\Rightarrow \angle KYM + \angle KMY = 2\alpha$
 $\Rightarrow \angle KMY = \alpha$

$\Rightarrow \triangle KMY$ - \triangle ($\angle KMY = \angle KYM$)
 $\Rightarrow KM = YK$

$YK = AK + YA = \frac{AC}{2} + YA = \frac{6}{2} + 3 = 6$
 $\Rightarrow KM = 6$

Заменим \triangle \cos для $\triangle YAZ$



$$3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = 4^2$$

$$2 = 2 \cdot 9 \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\cos(180 - 2\alpha) = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \cos(2\alpha) = -\cos(180 - 2\alpha) = -\frac{1}{9}$$



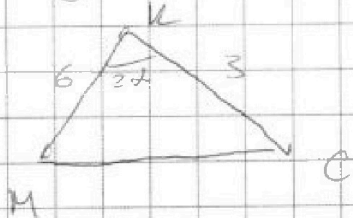
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда запишем $T \cdot \cos$ для ΔMKC



$$MC^2 = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cos(27)$$

$$MC^2 = 36 + 9 + \frac{36 \cdot 4}{9} = 49$$

$$MC^2 = 49 \Rightarrow MC = 7$$

Т.к. M - середина стороны BC , то

$$CM = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 2CM = 2 \cdot 7 = 14$$

Ответ: $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
10 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

заметьте, что из второго уравнения если $x=y$
подставим в первое уравнение

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{14+5x-4x^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{14+5x-x^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{(7-x)(x+2)}\end{aligned}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{7-x} (2\sqrt{x+2} + 1)$$

~~$$\frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1} = \sqrt{7-x}$$~~

$$x+2 - 7+x - 2\sqrt{(7-x)(x+2)} = 4(7-x)(x+2)$$

$$2x-5 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего карт - $\frac{121 \cdot 120}{2}$, т.к. всего узлов - 121
(11 * 11)

и мы выбираем

из них один и из оставшихся 120 узлов
выбираем еще один

а потом делим на 2, т.к. каждую карту
мы посчитали 2 раза

Всего карт $121 \cdot 60 = 7260$

из них 60 - в первой группе

и 7200 во второй

тогда во второй группе кол-во способов:

$\frac{7200}{4}$ (т.к. у каждого способа + 3 карты)

$$\frac{7200}{4} = 1800$$

а в первой группе:

$$\frac{60}{2} \text{ (т.к. у каждого способа + 1 карта)}$$
$$= 30$$

Всего способов для группы + 200

$$1800 + 30 = 1830$$

Ответ: 1830 способов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

Заметим, что у нас есть ровно две конфигурации пар. Когда при поворотах (чет) у нас образуется 3 новых пары замкнутых узлов и когда образуется одна, у нас не может образоваться 0 новых пар, т.к. тогда у нас при повороте квадрата 2 точки должны перейти друг в друга, т.к. хотя бы одна из точек должна иметь свое расположение относительно центра квадрата, при этом шаг $1/4 \Rightarrow$ через аналогично про две пары.

Тогда разобьем наши пары точек на 2 группы: 1ая при повороте 41 новая пара и 2ая: при повороте + 3 новых пары.

Тогда заметим, что точки из первой пары обязательно должны быть симметричны друг другу относительно центра, иначе будет + больше новых пар. Посчитаем сколько таких пар будет. Если бы мы взяли для маленького квадрата 2×2 их бы было



всего 4

(это количество всех узлов на границе квадрата, т.к. каждый узел на границе соединяется с другим узлом на границе)

для квадрата 4×4 было бы

$$\frac{10 \cdot 6}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

заметим, что для всех узлов квадрата 10×10 это сумма

узлов на границах квадратов $2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 8 + 10 \times 10 + 1$ (центральный узел)

тогда на-во пар в той группе будет

$$4 + 8 + 12 + 16 + 20 = 60$$

2×2 4×4 6×6 8×8 10×10

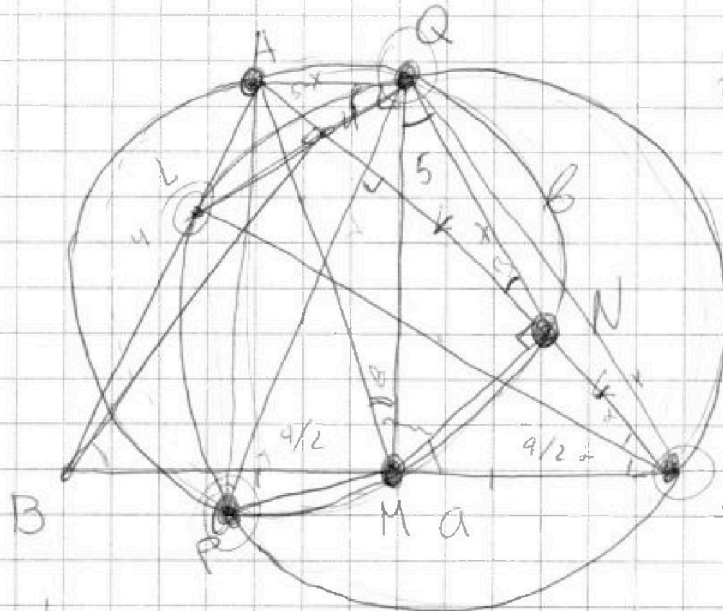


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\Omega - AM$
 $N - CL$
 $PQ \parallel BU$

$AC \perp BC$

$AB = 4$
 $AN = 5$

$$\frac{3x-2}{2} = 1$$

$$3x-2=2$$

$$3x=4$$

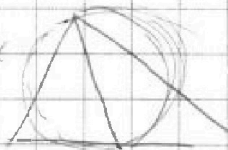
$$x = \frac{4}{3}$$

$$4 = \frac{5}{4}$$

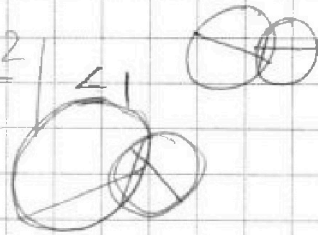
$$\frac{5}{3} = 2y$$

$$2x + y = t$$

$$y = t - 2x$$



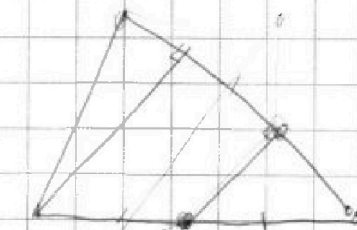
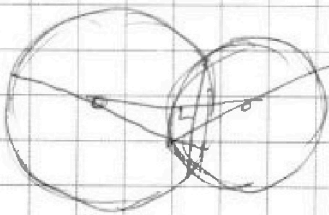
$$\left| \frac{3x-2}{2} \right| \leq 1$$



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - 2y = -2$$

$$\left| \frac{1}{2} - 2y \right| \leq 2$$



$$\left| 1 - y \right| \leq 1$$

$$x - 2t$$

$$2x - t = 2x$$

$$4x - t$$

$$5 = \frac{4}{3} + 2$$

$$3 = \frac{5}{4} + 6 \cdot \frac{1}{2}$$

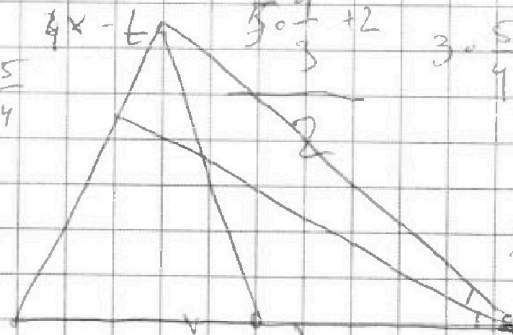
$$5x - 2t = -2$$

$$t = \frac{5x+2}{2}$$

$$\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{2}$$

$$\left| 4x - \frac{5x+2}{2} \right| \leq 1$$



$$t =$$

$$x = \frac{4}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{s}{h+2h+2} = x$$

$$2z = t + \sqrt{\frac{s}{h+2h+2}}$$

$$h+2s+2r = f$$

$$\sqrt{h+2s+2r} = \dots$$

$$x+2 = (2+x)(x+2) = \dots$$

$$8z-8h+2h-x+2+9s = (h+2)(2+x) - 5h-x$$

$$2h+2-8h+2h-x+2+9s = (h+2)(2+x) - 5h-x$$

$$\begin{array}{r} 2- \\ 61- \\ \hline 2- \\ 57s- \end{array}$$

$$(2+x)(x-5) = 2+x-5x-10$$

$$2x+2-5x-10 = 2+x-5x-10$$

$$(2+x)(x-5) = 2+x-5x-10$$

$$\sqrt{2+x} - \sqrt{2+x-5x-10} = \dots$$

$$\sqrt{2+x} - \sqrt{2+x-5x-10} = \dots$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 52 \\ 56 \\ \hline 25+14-9 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$

$$m+2n = 11$$

1	5	7
2	4	7
5	3	7
7	2	7
9	1	7

(V)

$$m+2n+7 = p^2$$

$$11-7 = p^2$$

$$p = 4 \text{ (V)}$$

$$m+2n = 11p$$

$$11p - 7 = p$$

$$10p = 7 \text{ (X)}$$

$$\text{(X)} \quad m+2n = 11p^2$$

$$m+2n = p$$

$$p - 7 = 11p \text{ (X)}$$

$$m+2n-7 = 1$$

$$m+2n = 8$$

2	3
4	2
6	1

5 · 5 = 3

$$2x = 8h + 9z + h^2$$

$$x = \frac{8h + 9z + h^2}{2}$$

(V)

2	2	2
8	h	h
0	8	1
2	6	2
2	2	8

7	5
15	5
1	5
2	5
2	5

$$\frac{z}{r} = \cos(180-2\alpha)$$

$$\frac{z}{r} = -\cos 2\alpha$$

$$2 = 4 \cos 2\alpha$$

$$18 - 6 \cos 2\alpha = 16$$

$$= 4z$$

$$3z^2 - 2 \cdot 3 \cos 2\alpha =$$

$$\frac{CM}{r} = \frac{h}{r}$$

$$\frac{AC}{r} = \frac{5A}{AB} = \frac{MX}{BX}$$

$$14 = 11$$

$$\frac{7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 3}$$

$$\frac{z}{h} = \frac{3}{5}$$

$$h^2 = 4$$

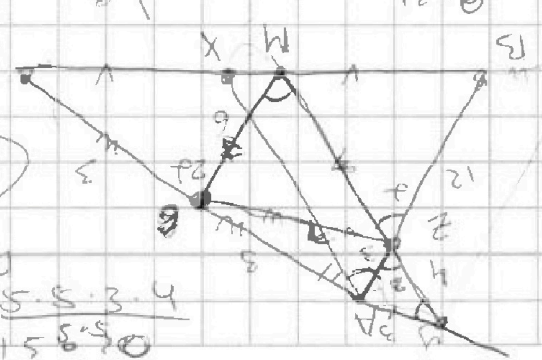
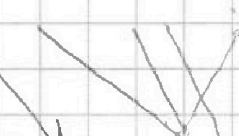
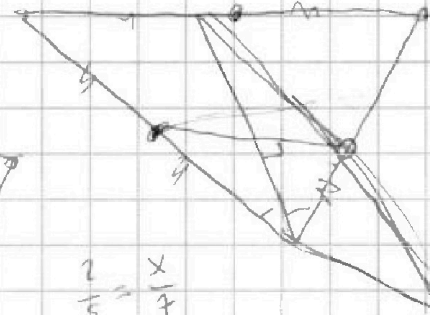
$$h = 2$$

$$h = 3$$

$$h = 6$$

6 3

BC = 2





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

← упрощение
 $y \in [0; 7]$
 $x \in [0; +\infty)$

$$x^3 + 3x - 2\sqrt{y} = y^3 - 2\sqrt{x} + 3y$$

$$x^3 + 3x + 2\sqrt{x} = y^3 + 3y + 2\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 60 \\ \hline 7200 \end{array}$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 3(y-x) + 2(\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$3(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x}) + 2(\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

Вариант $\rightarrow \frac{121-120}{2} \neq x$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(3\sqrt{y} + 3\sqrt{x} + 2)$$

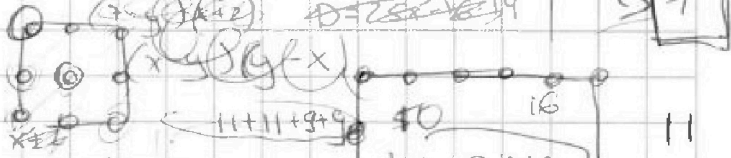
$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) = 3\sqrt{y} + 3\sqrt{x} + 2$$

$9+9+7+7 = 18+14 = 32$

$$(7-y)(x+2) = 7x + 14 - yx - 2y$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

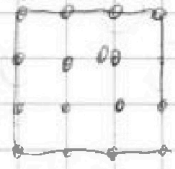
$$y^2 + 5x + 14 = 16$$



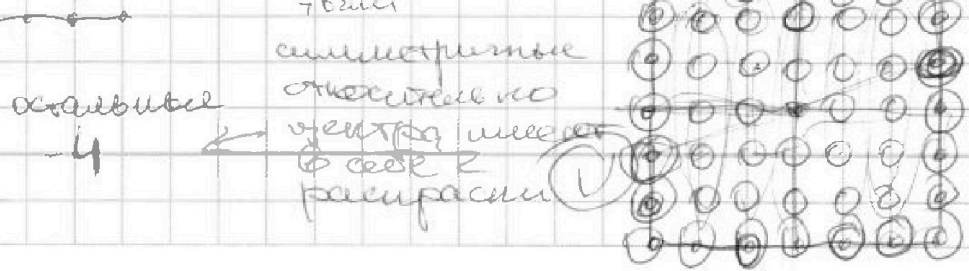
- 2x2 → 4
- 4x4 → 8
- 6x6 → 12
- 8x8 → 16
- 10x10 → 20

$$x(x^2 + 3x + 2) = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) - 3(\sqrt{y} + \sqrt{x}) - \sqrt{2} = 0$$



$$(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x^2 + xy + y^2 - 3) = \sqrt{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several numbered problems (1-7) with various equations and derivations. Problem 1 involves a system of linear equations with variables d, p, m, n, u . Problem 2 involves a system with variables d, p, m, n, u and includes a diagram of a 3x3 grid. Problem 3 involves a system with variables d, p, m, n, u . Problem 4 involves a system with variables d, p, m, n, u . Problem 5 involves a system with variables d, p, m, n, u . Problem 6 involves a system with variables d, p, m, n, u . Problem 7 involves a system with variables d, p, m, n, u . The work includes many scribbles, corrections, and some diagrams.

1 $d = 11 + p$

2 $d = 10 + 2p$

3 $d = 11 + p$

4 $d = 10 + 2p$

5 $d = 11 + p$

6 $d = 10 + 2p$

7 $d = 11 + p$

Diagram of a 3x3 grid with dots at the intersections.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$6-9x$ $(x^2-2x)^2$ $9x^2$ $6d$
 a_1+3d a_1+5d $4d$ a_1+9d

$(x^2-2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$
 $9x^2 - 4x^3 + 4x^2 - x^4 = 5x^2 - x^4 + 4x^3 = 4d$

$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x = 2d$

$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 12 + 18x = 5x^2 - x^4 + 4x^3$
 $3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$

$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 \mid x-1$
 $3x^3 - 9x^2 - 6x + 12$
 $(x-1)(3x^3 - 9x^2 - 6x + 12) = 0$

$3x^3 - 9x^2 - 6x + 12 \mid x-1$
 $3x^2 - 6x - 12$
 $(x-1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$

$0 = 36 + 12^2$
 $6 \pm 2\sqrt{45}$

$6-9$
 -3
 a_1+3d a_1+5d a_1+9d
 $4d=4$ 8

$9x^2 + 9x - 6 = 5x^2 - 4x - 4x^3$
 $4x^3 + 9x^2 + 13x - 6 = 0$

$6 - 27 + 18\sqrt{45}$
 $(3-2\sqrt{45})^2 = 9 + 180 - 12\sqrt{45} - 6 + 4\sqrt{45}$
 $(183 - 8\sqrt{45})^2$

$|x-2y| \leq 2$ $3y + 6x \rightarrow \max$
 $|2x-y| \leq 1$ $x-2y \in [-2, 2]$ $x \leq 2+2y$
 $x-2y \geq 0$ $2x-y \in [-1, 1]$ $x \leq \frac{1+y}{2}$

$x-2y \leq 2$ $|x-2y| \leq 2$ $3(y+2x)$
 $x \leq 2+2y$ $(x-2y)^2 \leq 4$
 $2x-y \leq 1$ $(x^2 - 4yx + 4y^2) \leq 4$
 $2x \leq 1+y$ $(4x^2 - 4yx + 4y^2) \leq 4$
 $8yx \rightarrow \max$ $4x^2 - 4yx + y^2 - x^2 + 4yx - 4y^2$
 $y^2 + 4x^2 \leq 1 + 4yx$ $3x^2 - 3y^2 \leq 3$
 $x^2 + 4y^2 \leq 4 + 4yx$ $x^2 - y^2 \leq 1$
 $(x^2 + 4y^2 - 4) - 2 \leq 8yx$ $(x-y)(x+y) \leq 1$
 $x^2 - 4yx + 4y^2 \leq 4$ $4x^2 + 4yx + y^2 \leq 1 + 8yx$

$x^2 + y^2 \leq 1 - 2yx$

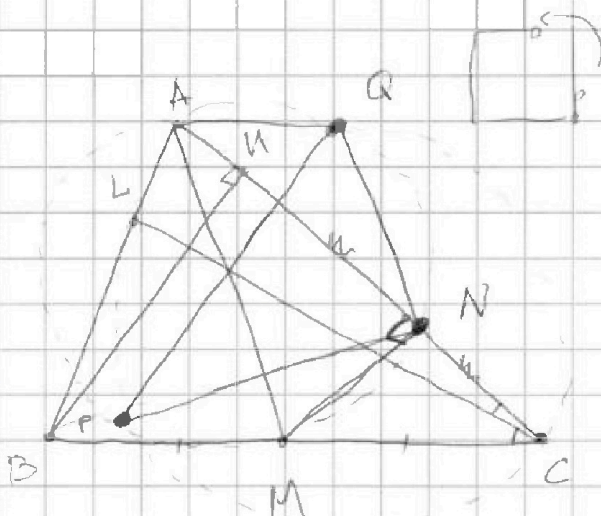


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AM - $\sqrt{2}$ на диаметре
CL = W

PQ || BK
AC, BC - ?

AB = 4
AN = 5

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - 9 \quad 54 - 18\sqrt{5} \\
 & 6 - 2\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} \quad 16 - 12\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} \\
 & 6 - 2\sqrt{5} \quad 54 + 18\sqrt{5} \\
 & 4^2 \quad (1 + \sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{2} \\
 & 54 + 18\sqrt{5} \quad 6 - 2\sqrt{5} \quad 16 - 12\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} \\
 & 16 \quad 6 \pm 6\sqrt{5} \\
 & 18 + 9\sqrt{5} \quad 16 + 3 + 9\sqrt{5} \\
 & 6 - 9 - 9\sqrt{5} \quad -3 - 5 \\
 & 54 + 18\sqrt{5} \quad 18 + 9\sqrt{5} \\
 & 16 \quad 6 \\
 & -3 - 9\sqrt{5} \quad 6 \\
 & 6 - 9 - 9\sqrt{5} \quad 6 \pm 6\sqrt{5} \\
 & -3 - 5 \quad 180 = 36 + 144 = 180
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3x^4 - 6x^3 - 12x^2 - 6x + 12x^2 + 24x + 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 \\
 & (x^2 - 2x + 1)(3x^2 - 6x - 12) \\
 & (x - 1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0 \\
 & 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \\
 & 3x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 12x^2 + 24x - 18 \\
 & 3x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 24x - 18 = 0 \\
 & 3x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 24x - 18 = 0
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on a grid background. The work includes various algebraic equations, substitutions, and calculations, many of which are circled or crossed out.

At the top left, there are several equations involving x and y , such as $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ and $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Some of these are circled.

On the left side, there are several lines of calculations involving x and y , including $25x^2 - 20xy + 4y^2 = 4$ and $16x^2 - 8xy + 4y^2 = 1$. Some of these are circled.

In the center, there are several equations involving x and y , such as $x^2 + y^2 = 1$ and $x^2 - 2xy + y^2 = 1$. Some of these are circled.

On the right side, there are several equations involving x and y , such as $x^2 + y^2 = 1$ and $x^2 - 2xy + y^2 = 1$. Some of these are circled.

At the bottom, there are several equations involving x and y , such as $x^2 + y^2 = 1$ and $x^2 - 2xy + y^2 = 1$. Some of these are circled.

There are also several lines of calculations involving x and y , including $3y + 6x = 4 + 2x$ and $2x + 4y = 2$. Some of these are circled.

The work is dense and shows a complex process of solving a system of equations.