



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии
$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Член ар. прогрессии $a_i = a_0 + d(i-1)$ d - разность прогрессии

$$\Rightarrow (x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$\text{Положите } 3x^2 = 3x + 3 + 2d \quad | :3$$

$$x^2 = x + 1 + 2d$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 &= 3x + 3 + x^2 - x - 1 \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - x^2 + x - 3 + 1 &= 0 \\ x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

Заметили, что $x = -1$ обращает выражение в верное равенство
 $\Rightarrow -1$ - один из корней

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{- x^3 + x^2} \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ - 2x - 2 \\ \underline{- 2x - 2} \\ 0 \end{array} \quad | \frac{x+1}{x^3 + 3x^2 - 2} \quad * (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

Заметили, что при $x = -1$
 $x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Rightarrow$ разделим
это выражение на $x+1$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ \underline{- x^3 - x^2} \\ 2x^2 + 2x \\ \underline{- 2x^2 - 2x} \\ - 2x - 2 \\ \underline{- 2x - 2} \\ 0 \end{array} \quad | \frac{x+1}{x^2 + 2x - 2} \quad * (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x \in \{-1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}\}$$

Ответ: $-1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

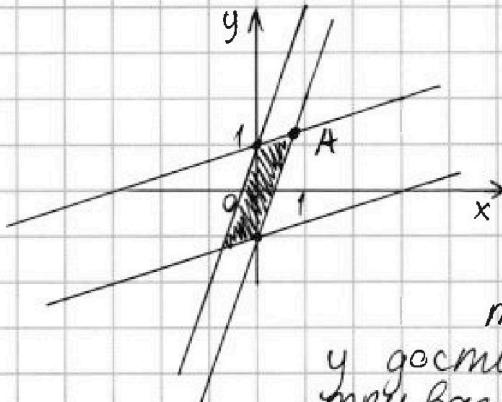
$|x - 3y| \leq 3$ - область ~~на~~ на коорд. плоскости, ограниченная

премиум с уравнениями

$$\begin{aligned} x - 3y &= -3 \quad \text{и} \quad x - 3y = 3 \\ x + 3 &= 3y \quad \downarrow \quad y = \frac{1}{3}x + 1 \\ y &= \frac{1}{3}x + 1 \end{aligned}$$

Аналогично с $|3x - y| \leq 1$: это область лежит между премиум $y = 3x - 1$ и $y = 3x + 1$

По условию дана система \Rightarrow оба условия выполнимо одновременно \Rightarrow надо найти и рассмотреть пересечение двух областей.



Заметили, что значение выражения $4y + 8x$ больше, чем большее y и x

\Rightarrow заметили, что в точке A (на картинке) x и y достигают максимума (рассматриваем видимую область)

\Rightarrow найдём координаты точки A:

$$y = 3x - 1 \quad \text{и} \quad y = \frac{1}{3}x + 1 \quad \Rightarrow \quad 3x - 1 = \frac{1}{3}x + 1 ; \quad \frac{8}{3}x = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad 4y + 8x = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Если (m, n) -решение, то и (n, m) тоже решение

~~Доказательство~~ $B \geq 13p^2 \Rightarrow mn(m+n-3) \geq 13p^2 \Rightarrow$

Пусть $A = 13p^2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p$

	$m+n$	$m+n-9$
1)	1	$13p^2$
2)	13	$p \cdot p$
3)	$13p$	p
4)	$p \cdot p$	13
5)	$13p^2$	1
6)	p	$13p$

$$3) \quad m+n = 13p$$

$$\Rightarrow (m+n) - (m+n-9) = 9 = 12p \Rightarrow p = \frac{9}{12} \text{ } \textcircled{O}$$

p - не простое \textcircled{O}

$$4) \quad m+n-9 = 13$$

$$\Rightarrow m+n = 22 \Rightarrow mn(22-3) = 19mn = 75q^2$$

$$19mn = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2 \Rightarrow q = 19 \Rightarrow mn = 3 \cdot 5^2 \cdot 19$$

Если m и n существуют, то это корни ур-я $x^2 - (m+n)x + mn = 0$. $D = 22^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 19 < 0$
 \Rightarrow таких m и n нет

$$5) \quad m+n-9 = 1 \Rightarrow m+n = 10 = 13p^2 \quad p = \sqrt{\frac{10}{13}} \text{ - не простое } \textcircled{O}$$

$$6) \quad m+n = p \quad m+n-9 = 13p \Rightarrow (m+n-9) - (m+n) = -9 = 12p$$

$$\Rightarrow p = -\frac{9}{12} < 0 \text{ - не простое } \textcircled{O}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Tyom6} \quad B = 13 p^2 \Rightarrow mn(m+n-3) = 13 p^2$$

Пусть $m = 1$ (m и n взаимно простые числа \Rightarrow можно рассмотреть один вариант)

$$\Rightarrow n(n-2) = 13p^2 > 0$$

~~$\Rightarrow n > 2$~~

	n	$n - 2$
1)	13	p^2
2)	$13p$	p
3)	p^2	13
4)	p	$13p$

$$1) \quad n(n-2) = 13 \cdot 11 = 13 p^2$$

$$p = \pm \sqrt{11} - \text{keine natürliche Zahl}$$

$$2) \quad n = 13 \text{ p} \quad n - 2 = p$$

$$\Rightarrow n - n + 2 = 2 = 12p$$

$$P = \frac{1}{6} - \text{не прошло}$$

$$4) \quad n = p \quad n - 2 = 13p$$

$$3) \quad n - 2 = 13 \Rightarrow n = 15$$

$$n - 2 + n = 2 - 2 = 12P$$

$$\Rightarrow p = \pm \sqrt{15} - \text{re } n \text{ paemae}$$

$P = -\frac{2}{12} < 0$ - we proceed (v)

$$\Rightarrow m > 1 \Rightarrow n > 1$$

$$\text{If } m+n-3=1 \Rightarrow m+n=4 \Rightarrow \text{m.r. } m \text{ u } n \in \mathbb{N},$$

$$m_0 \quad mn = 3 \text{ или } mn = 4 \Rightarrow 13p^2 = 3 \Rightarrow p - \text{не простое число} \quad \text{или} \quad \text{квадрат}$$

$$\text{так} \quad 13p^2 = 4 \Rightarrow p - \text{не прост.}$$

$$\Rightarrow m+n-3 > 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим все варианты m
(n можно не рассматривать, т.к. m и n взаимодействующие)

1) $m = 13 \Rightarrow n = (13 + n - 3) \cancel{= p} \Rightarrow 0 = 10 \quad \text{W}$

2) $m = p \Rightarrow$

a) $n = 13$

$$\Rightarrow m = (13 + m - 3) = p \\ 0 = 10 \quad \text{W}$$

b) $n = p \Rightarrow m + n - 3 = 13$

$$\Rightarrow m + n = 16 = 2p \Rightarrow p = 8$$

p - не простое
W

\Rightarrow есть только 2 решения:

$$(10; 3) \text{ и } (3; 10)$$

Ответ: $(10; 3)$ и $(3; 10)$

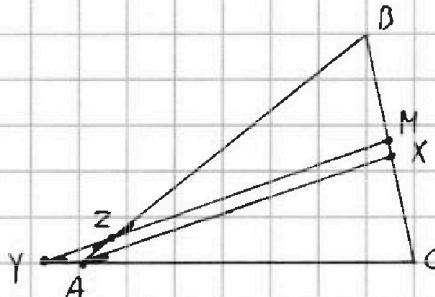


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AX \parallel YM$, AZ - секущая

$\Rightarrow \angle YAX = \angle XAB = 18^\circ$
как накрест лежащие углы

$AX \parallel YM$, AY - секущая \Rightarrow

$\Rightarrow \angle YZA = \angle XAC = \angle XAB$ как
(AX -бисс.) соответствующие

$\Rightarrow \triangle YAZ$ - равнобедр. $\Rightarrow YA = AZ = 6$

Запишем теорему Чеби для $\triangle ABC$ и секущей YM :

$$\frac{YA}{YC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} = 1 \quad CM = MB \quad (M\text{-основание медианы})$$

$$\Rightarrow \frac{6}{6+18} \cdot \frac{BZ}{6} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

$\Rightarrow AB = 30$. Пусть $\angle CAZ = \alpha \Rightarrow$ найдём $\cos \alpha$

$$\text{из } \triangle YAZ: \cos \alpha = \frac{Y^2 + A^2 - Z^2}{2 \cdot Y \cdot A} = \frac{8^2 + 6^2 - 24^2}{2 \cdot 8 \cdot 6} = \cancel{\frac{64 + 36 - 576}{192}} \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \angle BAC = \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

Запишем теорему косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha = 18^2 + 30^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{21} \quad \text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$1) \quad \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow 0 \leq x = y \quad ; \quad y \leq 6 \text{ т.к. } \sqrt{6-y} \text{ иначе не определен}$$

$$\Rightarrow 0 \leq x = y \leq 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1} \geq 1 \Rightarrow 2\sqrt{6+5x-y^2} \geq 6$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} = \sqrt{6+5x-x^2} \geq 3$$

$$\Rightarrow 6+5x-x^2 \geq 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 \leq -9$$

$$x^2 - 5x + 3 \leq 0 \Rightarrow y, x \in [\frac{5-\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2}]$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 3 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 / (2\sqrt{6+5x-y^2})^2 =$$

$$= x+1 + 6-x - 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

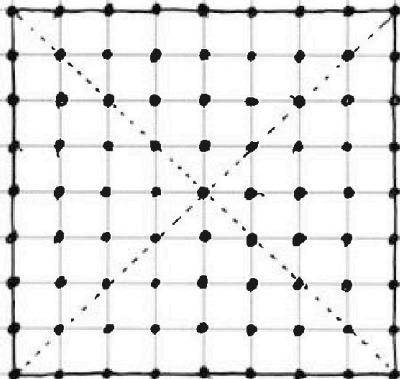


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разобьём квадрат на 4 части как показано на картинке: некоторые углы принадлежат только одной части, а некоторые - несколькими.

П.к картинки, полученные переворотом считаются одинаковыми, то ~~первый угол для перекрёстка~~ ~~всего~~ можно сказать, что первый угол для перекрёстка находится в, например, 8 четвертичнике.

Если второй угол тоже находится в этой же четвертичнике, то способов ~~выбрать их~~ $\frac{25 \cdot 24}{2}$ способов

Если второй угол находится не в этой же четвертичнике, то он не может согласоваться с этой четвертичникой никак \Rightarrow способов выбрать его - 56. Но тогда первый угол должен принадлежать только одной четвертичнике \Rightarrow способов выбрать его только 16 \Rightarrow всего способов $16 \cdot 56$

$$\Rightarrow \text{суммарно} \quad 16 \cdot 56 + \frac{25 \cdot 24}{2} = 1196.$$

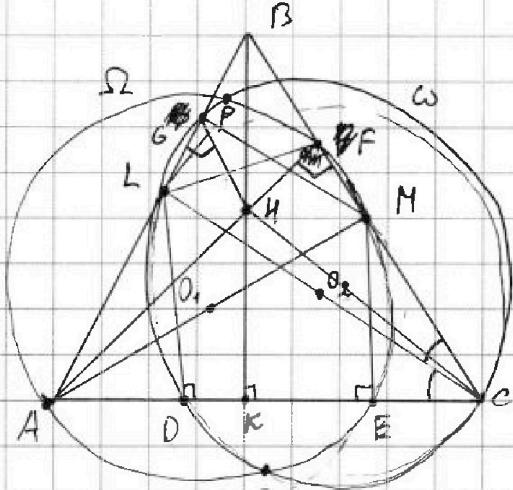
Ответ: 1196 способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



LDC опр. на гамма

\Rightarrow on пресуді.

аналогично $\angle AEM =$

$$\angle APM = \angle CP\cancel{L} = 90^\circ$$

$\Rightarrow CP, AF$ - fórmula da ABC

PQ - пакетная оболочка

$$\text{также } \Omega \wedge \omega \Rightarrow O_1 O_2 \perp PQ$$

Та юзабык $PQ \parallel BK$, $BK + AC \Rightarrow O_1O_2 = AC$

⇒ ~~now~~ no m. Pareca LM II AC



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

1

1

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

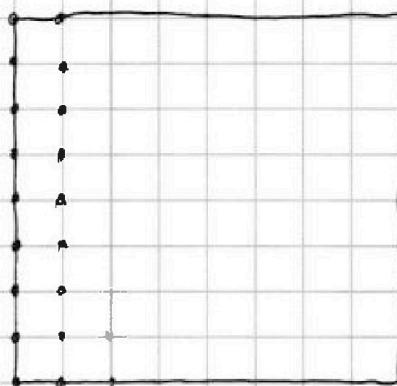
$$|x - 3y| < 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

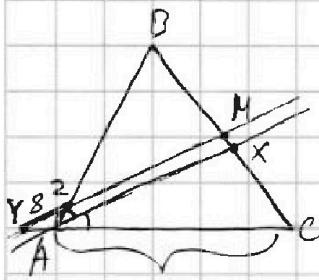
$$4 \geq |x - 3y| + |3x - y| \geq |4x - 4y|$$

$$1 \geq |x-y|$$

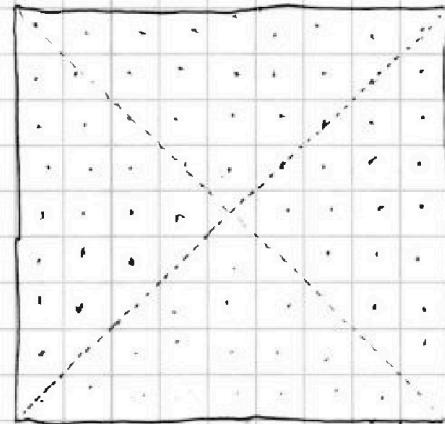
$$\begin{array}{r}
 46 \\
 + 5 \\
 \hline
 51
 \end{array}$$



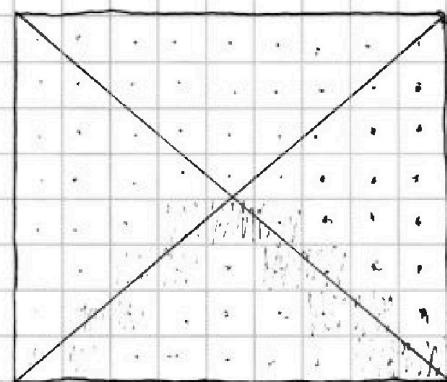
$$\begin{array}{r}
 25 \\
 +12 \\
 \hline
 50 \\
 +25 \\
 \hline
 300
 \end{array}$$



$$A2 = 6^{18}$$



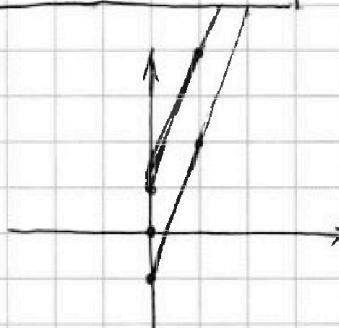
$$\begin{array}{r} \underline{25 \cdot 24} \\ 2 \quad (+) \\ \hline 16 \cdot 56 \end{array}$$



12.11
2

24.23
2

48-9
~~1887~~



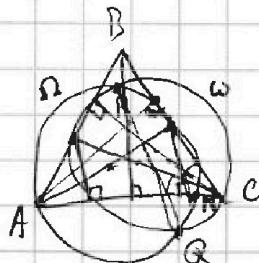


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \Rightarrow 13 \cdot p \cdot p$$

$$m^2 + mn + mn(m+n-3) + 75q^2 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot q \cdot q$$

$$m^2 + (m+n)^2 - 9(m+n) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 = 13 \cdot p \cdot p$$

~~$$75q^2 - 6mn = mn(m+n-9)$$~~

$$\therefore 3 \quad \therefore 3$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p$$

$$mn(m+n-3) = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot q \cdot q$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y \leq 6$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \Rightarrow x^2 - x + y = 0$$

$$y = \cancel{2\sqrt{6+5x-x^2}}$$

~~$$x^2 - 5x - 6 \leq -36$$~~

$$m+n-9$$

$$m+n-m-n+9$$

$$g = 13p - p$$

~~$$= 12p$$~~

~~$$g = -12p$$~~

$$mn(m+n-9)$$

$$x^2 - 5x + 30 \leq 0$$

$$13+9=22$$

$$m+n=22$$

$$16mn = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot q \cdot q$$

$$mn = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19$$

$$15 \cdot 19 \cdot 5$$

$$m+n=22$$

$$p=2$$

$$10mn = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot q \cdot q$$

$$mn = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$$

$$m+n=13$$

$$mn=2 \cdot 10 \cdot 3$$

$$\begin{array}{ll} m+n & m+n-9 \\ 13 & pp \\ 17p & p \\ pp & 12 \\ p & 13p \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 13 & \\ 17p & p \\ pp & 12 \\ p & 13p \end{array}$$

