



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 4y| \leqslant 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Пусть d - разность прогрессии.

$$\text{тогда} \left\{ \begin{array}{l} (x^2 - 4x)^2 + x^2 = 6x + 18 + 2d \quad (1) \\ -3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{array} \right. \quad (2)$$

$$(1) - (2) : 3 \quad \cancel{(x^2 - 4x)^2 + x^2} = 6x - 2x + 18 - 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 = 6x - 2x + 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + \cancel{4x} + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2 (x - (2 + \sqrt{7})) (x - (2 - \sqrt{7})) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{array} \right]$$

$$\text{система} \left\{ \begin{array}{l} (x^2 - 4x)^2 + x^2 = 6x - 2x + 18 - 6 \\ -3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{array} \right.$$

решим систему

$$\text{исходной. Значит} \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{array} \right. \quad \text{также решим систему}$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \\ -3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{array} \right.$$

исходной. А из системы (3) находит d про $4x$.
Значит все 3 эти x подходит.

Ответ: $2; 2 + \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} & 14x - 3y \geq 6 \\ & 13x - 4y \leq 8 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} 14x - 3y \leq 6 \\ 13x - 4y \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x - 3y \leq 6 \\ 14y - 3x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y \geq -6 \quad (1) \\ 4y - 3x \leq 8 \quad (2) \\ 4y - 3x \leq 8 \end{cases}$$

$$3 \cdot (1) + 4 \cdot (2) : 7y \geq 7y$$

$$3 \cdot (1) + 4 \cdot (2) : -18 - 32 \leq 12x - 9y + 16y - 12x = 7y$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} 3y - 4x \leq 6 \\ 4y - 3x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 3y - 4x \\ -8 \leq 4y - 3x \end{cases}$$

$$4 \cdot (1) + 3 \cdot (2) : -24 - 24 \leq 16x - 12y + 12y - 9x = 7x$$

$$\text{Таким образом, } -50 \leq 7x \Rightarrow 14x + 7y \geq -48 \cdot 2 - 50$$

$$\text{Решение достигается при } x = -\frac{48}{7} \text{ и } y = -\frac{50}{7}$$

Проверка подходит ли они под исходные ун.

$$\left| 4 \cdot \left(-\frac{48}{7} \right) + 3 \cdot \frac{50}{7} \right| = \left| \frac{-160 - 32 + 150}{7} \right| = \left| \frac{-42}{7} \right| = 6 \leq 6$$

$$\left| 3 \cdot \left(-\frac{48}{7} \right) + 4 \cdot \frac{50}{7} \right| = \left| \frac{-144 - 24 + 200}{7} \right| = \left| \frac{56}{7} \right| = 8 \leq 8$$

Ответ: -146

$$\begin{array}{r} \times 26 \\ \hline 104 \end{array} \quad \begin{array}{r} 105 \\ \hline 21 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$③ A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Если $A = 3q^2$, то $m-n \vdots 3$, или $m-n+9 \vdots 3$,
т.к. 3 - простое. Но если $m-n \vdots 3$, $m-n+9 \vdots 3$,
т.к. $9 \vdots 3$ (аналогично, $m-n+9 \vdots 3 \Rightarrow m-n \vdots 3$). Значит,
 $A \vdash 9 \Rightarrow 3q^2 \vdash 3 \Rightarrow q^2 \vdash 3 \Rightarrow q \vdash 3$ т.к. q -простое

$$(m-n)(m-n+9) = 27$$

т.к. и $m-n$, и $m-n+9 \vdash 3$, оба члены делятся > 1

~~($m-n=3$)~~ Такие же $\sqrt{m-n}$, $m-n+9 > m-n$ ~~также~~

~~($m-n+9=3$)~~ Тогда есть 2 члн члн:

$$\begin{cases} m-n=3 \\ m-n+9=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=3 \\ m-n=0 \end{cases} \text{Нет корней.}$$

$$2. \begin{cases} m-n=-9 \\ m-n+9=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=-9 \\ m-n=-12 \end{cases} \text{Нет корней.}$$

Значит, $m-n \neq 3q^2 \Rightarrow \begin{cases} A=13p^2 \\ 13=3q^2 \end{cases}$

Задача 13. Если $m-n \vdash p \Rightarrow q \vdash p \Rightarrow p=3$,

т.к. т.к. $m-n+9 > m-n$, $\begin{cases} m-n=3 \\ m-n+9=3 \cdot 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=3 \\ m-n=39 \end{cases}$ нет корней.

б. А.

Значит, только 1 скобка $\vdash p$, а значит

$$\text{тако} \begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=p^2 \\ 2m-n=4 \end{cases} \Rightarrow p=2$$

$$\text{тако} \begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=13 \\ 22=p^2 \end{cases} \text{нет таких } p \in \mathbb{N}.$$

Если $m-n$ может быть равно только 4 \Rightarrow
 $\Rightarrow B = mn(4+3) = 7mn \Rightarrow 3q^2 \vdash 7 \Rightarrow q = 7$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка на целые числа

$$\text{т.н. } B = 7 \cdot m \cdot n = 7 \cdot 7 \cdot 3, \text{ т.е. } mn = 21$$

$$\begin{aligned} \text{Значит, } & \begin{cases} m-n=4 \\ mn=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n=4+n \\ 4n+n^2=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4+n \\ n=3 \\ n=-7 \end{cases} \\ & \begin{cases} n=3 \\ n=-7 \end{cases} \end{aligned}$$

т.к. $m, n \in \mathbb{N}$, подходит только $\begin{cases} m=7 \\ n=3 \end{cases}$

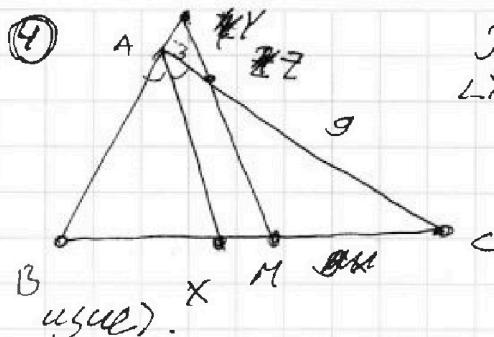
$$\text{следует } A = 4 \cdot 13 = p^2 \cdot 13, \quad p=2 \\ B = 3 \cdot 7 \cdot 7 = 3 \cdot 9^2, \quad 9=4$$

Ответ: $m=7, n=3$

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAX = \alpha$. Т.к. AX -бисс-ссе, $\angle XAC = \angle BAX = \alpha$

Т.к. пр-ссе $AX \parallel$ пр-ссе MY , т.к.

$\angle XAC = \angle AZY = \alpha$ (нахрест-лек-ище).

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle BAX - \angle XAC = 180^\circ - 2\alpha$$

Т.к. сумма углов треугольника $= 180^\circ$, $\angle AYZ = 180^\circ - \angle YAZ - \angle AZY = \alpha = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ -р.б $\Rightarrow AY = AZ = 3$.

По т. опропорциональности ($\angle XAC$ пр-ссе ZM, AX), $\frac{AZ}{ZC} = \frac{XM}{MC} = \frac{AZ}{AC-AZ} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Пусть $MC = 9x$. Тогда $XM = 3x$.

Т.к. M -сер. BC , $BM = 9x$. $BX = BM - XM = 9x - 3x = 6x$.

Т.к. AX -бисс., $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{6x}{3x+9x} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC = 6$

По т. cos-об ($\triangle AYZ$). $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos \angle YAZ$

$$YZ^2 = YA^2 + AZ^2 - 2 \cdot YA \cdot AZ \cdot \cos(180^\circ - 2\alpha)$$

$$\cos(180^\circ - 2\alpha) = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 3^2}$$

$$\cos(2\alpha) = \frac{18 - 16}{18}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1}{9}$$

По т. cos-об ($\triangle ABC$): $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle ABC$

$$BC^2 = 36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC = \sqrt{180 \cdot 16}. \text{ Ответ: } \underline{\underline{13}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y} & (2) \end{cases}$$

ODЗ: $\begin{cases} x \geq -6 \\ x \geq 0 \\ y \leq 5 \\ y \geq 0 \\ x+y^2 \leq 30 \end{cases}$

Расл-е φ - $f(t) = 4t^4$

$g(t) = 4t$, $h(t) = 5 - \sqrt{t}$. Все они возрастают при $t \geq 0$.

Тогда решим $f(t_0) = g(t_0) + h(t_0)$ т.к. $f(t) + g(t) + h(t) = 0$ не распадает. \Rightarrow если $f(t_0) + g(t_0) + h(t_0) = f(t_1) + g(t_1) + h(t_1)$, то $t_0 = t_1 \geq 0$.

+ $h(t_1)$, т.к. $x \geq 0$ и $y \geq 0$, \Rightarrow из (2) следует, что $x = y$.

Подставим $y = x$ в (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\cancel{x+6+5-x+5-2\sqrt{30-x-x^2}} = 24 \cdot (30-x-x^2)$$

$\sqrt{30-x-x^2} \geq 0$

$$16 - 2p = 4p^2 \Leftrightarrow 2p^2 + p - 8 = 0 \Rightarrow p = \frac{-1 + \sqrt{65}}{4}$$

$$p = \frac{-1 - \sqrt{65}}{4} \Rightarrow$$

т.к. $p \geq 0$; $\frac{-1 - \sqrt{65}}{4} < 0$; $\frac{-1 + \sqrt{65}}{4} > 0$

$$\Rightarrow p = \frac{-1 + \sqrt{65}}{4} = \sqrt{30-x-x^2} \Rightarrow 1 - 2\sqrt{65} + 65 = 30 - x - x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + \frac{33 - \sqrt{65}}{8} - 30 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{121 - 33 - \sqrt{65}}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 = (2\sqrt{30-x-x^2} - 5)^2$$

$$11 - 2\sqrt{30-x-x^2} = 4 \cdot (30-x-x^2) + 2 \cdot 10\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } p = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$11 - p = 4 \cdot p^2 + 8gp + 100$$

$$4p^2 + 8gp + 89 = 0$$

$$11 - p = p^2 \rightarrow 10p + 25$$

$$p^2 - gp + 14 = 0$$

$$\begin{cases} p = \frac{g}{2} \pm \sqrt{\frac{g^2}{4} - 56} \\ p = \frac{g}{2} - \frac{\sqrt{g^2 - 56}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{g}{2} + 5 \\ p = \frac{g}{2} - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 = 7^2 \\ p^2 = 2^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 30-x-x^2 = 7^2 \\ 30-x-x^2 = 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x+19=0 \text{ (3)} \\ x^2+x-26=0 \text{ (4)} \end{cases}$$

$$(3) D = 1 - 19 \cdot 4 < 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$(4) D = 1 + 4 \cdot 26 = 105 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{105}}{2} \\ x = -1 - \frac{\sqrt{105}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Если } x = y = -\frac{1+\sqrt{105}}{2}, \quad x \geq 0 > -6$$

$$y \geq 0$$

$$\sqrt{105} < 11 \Leftrightarrow -1 + \frac{\sqrt{105}}{2} < 5 \Leftrightarrow y \leq 5$$

$$\text{т.к. } x = y \text{ и } y \leq 5 \quad x+y \leq 5 + 25 = 30, 2$$

Подходит под ОДЗ.

Если $x = y = -\frac{1-\sqrt{105}}{2} < 0$. Не подходит под ОДЗ.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1+\sqrt{105}}{2}, -\frac{1+\sqrt{105}}{2} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Какое число способов все покрасить 2 точки в белый, считая что раскраски, получающиеся друг из друга половоротами считаются $= \frac{10^2 \cdot (10^2 - 1)}{2}$ (но строго \neq 100 узоров, всего узоров 10^2)

1. Если белые точки симметричны относительно точки пересечения диагонали её яйда, то существует только 3 раскраски, получившиеся из этой половорота. Т.е. такую раскраску мы считаем $\frac{10^2}{2}$ узоров (все узоры на яйде получают симметрию относительно яйда). При этом ни один узор не является на т. 1 диагональю, ее зеркальным отображением.

3. Иначе для каждой раскраски есть 3 симметричные раскраски, полученные из неё половоротами. Т.е. каждую такую раскраску мы считаем 4 узора в п. 1.

Тогда какое число раскрасок все получаются друг из друга половоротами =

$$= \left(\frac{10^2(10^2 - 1)}{2} - \frac{10^2}{2} \right) + \frac{10^2}{2 \cdot 2} = \frac{10^2(10^2 - 2)}{8} + \frac{10^2}{8} =$$

Ответ: $\frac{10^2(10^2 - 2)}{8} + \frac{10^2}{8}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{3} \quad A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m n(m-n+3)$$

Если $4 = 3g^2$, то числа $m-n \div 3$, числа $m-n+9 \div 3$,
т.к. $3 - np$

1 - \checkmark

$$16 = 18 - 2 \cdot 9 \cos \alpha$$

2 - \checkmark

$$\cos \alpha = \frac{1}{9}$$

3 - \checkmark

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{9}$$

4 - \checkmark

$$36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 144 + 2 \cdot 2 \cdot 4 =$$

$$= 36 + 144 + 16 = 196$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит, решения систем могут быть только

$$x = y = -1 + \frac{\sqrt{121 - \frac{33 - \sqrt{657}}{2}}}{2} \text{ и } x = y = -1 - \frac{\sqrt{121 - \frac{33 - \sqrt{657}}{2}}}{2}$$

~~ибо~~

$$\frac{10^2 \cdot (10^2 - 1) - 3 \cdot \frac{10^2(10^2 - 1)}{2}}{2} = \frac{10^2}{2} + 2 \cdot \frac{10^2}{2} = \\ = \frac{10^2(10^2 - 1) \cdot (-3) + 10^2}{2} = 10^2 \left(\frac{-2 \cdot 10^2 + 3}{2} \right)$$

$$\frac{10^2 \cdot (10^2 - 1) - \frac{10^2}{2} + \frac{10^2}{2}}{4} =$$

$$2. |4x - 3y| \geq -6 \quad 1 \cdot 3 \quad 7y \geq -18 - 32 = -50 \\ 4y - 3x \geq -8 \quad 1 \cdot 4$$

здесь $4x - 3y \geq -6$ $7x \geq -24 - 24 = -48$
 $4y - 3x \geq -8$ $\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} = 2\sqrt{32x+32} - 5$

$$-96 - 50 = -146$$

$$11 - 2p = 4p^2 - 10p + 25$$

$$p = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{1}{2}; \frac{26}{4}$$

$$30 - x - x^2 = 49$$

$$x^2 + x + 19 = 0$$

$$x = -1 \pm \cancel{0}$$

$$30 - x - x^2 = 4$$

$$x^2 + x - 26 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{105}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего способов $\frac{n^2 \cdot (n^2 - 1)}{2}$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{77}}{52}$$

Каждому числу соответствует 4.

Каждому числу отм. ^{также} Og или $Ox - 2$

каждому числу отм. и Ox и $Og - 1$

$$\begin{aligned} & + \frac{5^2 \cdot (5^2 - 1)}{2} \\ & + \frac{10 \cdot 5 \cdot (10 \cdot 5 - 1) - 2}{2} \end{aligned}$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

$$16 \\ 1 + 8 + 17 + 4 - 12$$

16.

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$2^4 - 2^2 + 12 \cdot 4 - 2^3 - 12 =$$

$$-8 - 2x - 4 = 6d + 5$$

$$= 12 \cdot 4 - 4(2 + 3 + 4) = 0$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 16 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$16 - 64 + 68 - 8 - 12$$

$$(x-2)x^3 - 6x^2$$

$$(x-2)(x^2 - 4x - 3) = x^3 - 4x^2 - 3x - 2x^2 + 8x + 6 =$$

$$(m-n)(m-n+3)$$

$$m-n : 3 \Rightarrow m-n+3 : 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

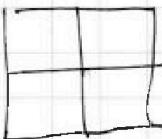
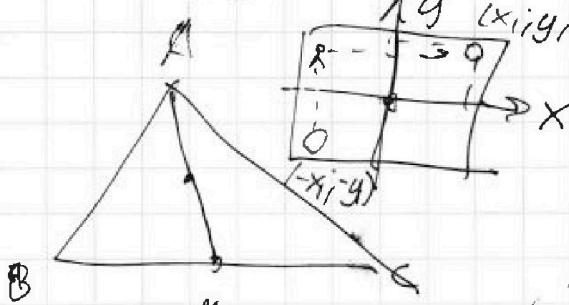
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

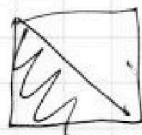
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)^2 + g(m-n) = (m-n)(m-n+g) = 13p^2$$

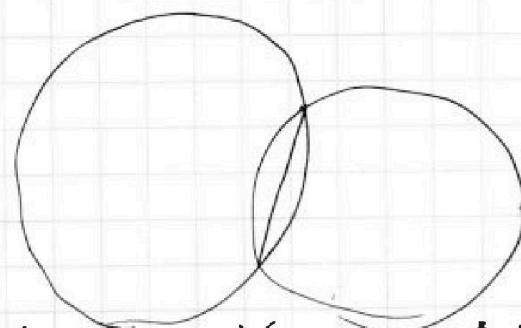
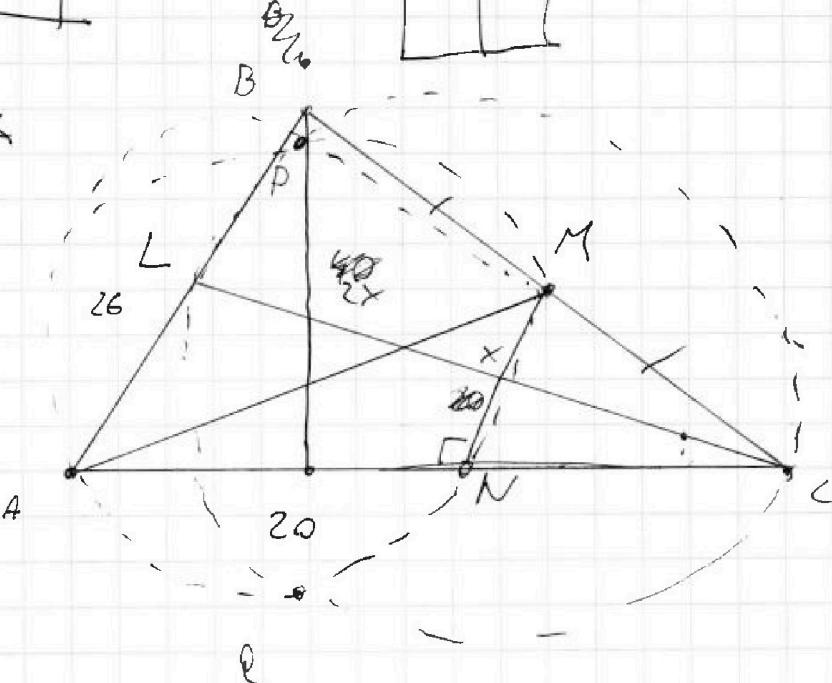
$$B = mn(m-n+3)$$



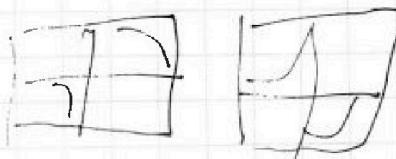
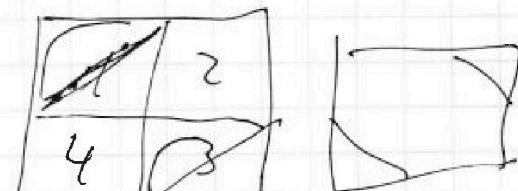
$$(a; b) \cap (c; d)$$



$$(10^2 \cdot (10^2 - 1)) - 3.$$



$$\text{Если } (m-n)(m-n+g) = 3g^2$$



$$\frac{-2 \pm \sqrt{5}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & 6x + 18 + 2d = (x^2 - 4x)^2 \quad | \quad | \quad | \quad - \\ & 6x + 18 + 6d = (x^2 - 3x)^2 \quad . \quad . \quad . \end{aligned}$$

$$6x + 18 - 18x - 18 \cdot 3$$

$$6x \cdot 3 + 18 \cdot 3 - 6x - 18 = 3(x^4 - 8x^3 + 16x^2) - 3x^2$$

$$2 \cdot 6x + 18 \cdot 2 = \cos 16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos 2\alpha$$

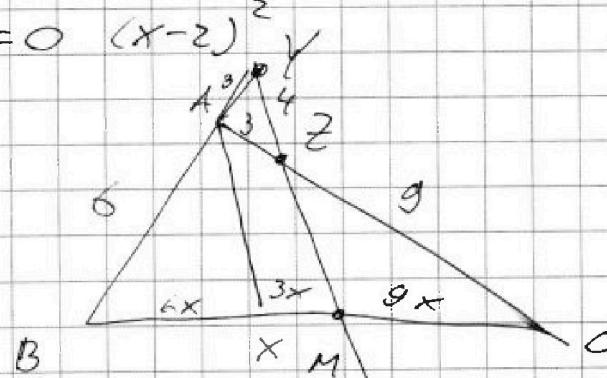
$$4y + 12 = x^4 - 8x^3 + 17x^2 \quad \frac{2}{9}$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0 \quad (x-2)^2$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4 + 3}$$



$$BC^2 = 36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 2 \cdot \frac{12}{9} \cdot 3 = 36 + 144 + 2 \cdot 4 = 68 + 144 = 212$$

$$36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 2 = 36 + 144 + 2 \cdot 4 = 36 + 160 = 196$$

$$x + 6 - 2 \sqrt{10 - x - x^2} + 5 - x + 5 = 4$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

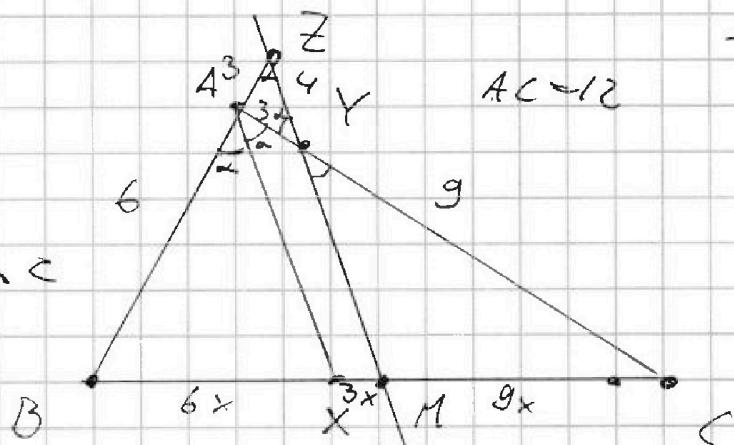
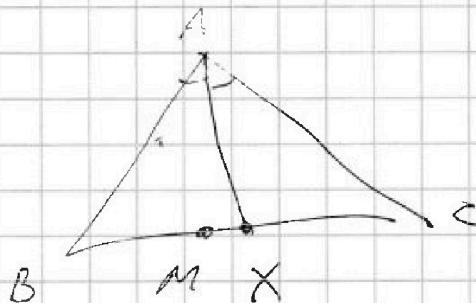
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow -14 \leq 7x - 7y \leq 14 \Rightarrow -2 \leq x - y \leq 2$$

$$a+b=14$$

$$-a+b=7$$



$$\frac{1+6\sqrt{5}-2\sqrt{65}}{4} = \frac{66-2\sqrt{65}}{4}$$

$$36 + 44 - 8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{g} = 164$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}x &\geq -6 \\ y &\leq 5 \\ x+y^2 &\leq 30 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y} \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y} \\ x+6+5-y - 2\sqrt{30+5x-6y-xy} = 4(30-x-y) \end{cases}$$

$$11 - 2\sqrt{30-x-y} = 4(30-x-y)$$

$$\mathcal{D} = 1 + 64 \quad 11 - 2\sqrt{30-x-y} + 5 = 4(30-x-y)$$

$$2p^2 + p - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} 30-x-y &= p^2 \quad (\Rightarrow p^2 - 30 + x + y^2 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{1-4p^2+20}) \\ &= -1 \pm \sqrt{\quad ? \quad} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥ Введем сис. координат с центром в г. 1 дес-
трансей кв. и осами 11 сторонами клеток.

~~Графиком будет фигура в виде квадрата с центром в г. 1 дес-трансе и сторонами 11 клеток~~

~~Уч. офф бывший безбедный симметрии~~

~~Будет ли какой-нибудь из 4 углов квадрата симметричными относительно~~

~~сторона и угол подобен углу противоположному~~

~~угла квадрата~~

~~Симметрии получим 2 результата~~

~~сторон 11-ти на них~~

Т.к. мы хотим найти количество чётных чисел
из 11 и один из один из подгрупп не
лежит на середине стороны, в которой
их пересекают оси, то один из них не лежит
на любой оси. координат.

При подгруппе на 90° по часовой стрелке
координатные оси из 1 квадр. четверти переходят
в 4-ую, из 2-ой в 1-ю, из 3-ей в 2-ю, из 4-ой
в 1-ю. Т.к.

$$|ax+16| \geq |ax+8|$$

$$\frac{4n^2(n^2-2)}{8} - \frac{4n^2}{2}$$

$$\begin{aligned} a+6 & -8 \leq 4y - 3x & 1 \cdot 3 \\ a-6 & -6 \leq 4x - 3y & 1 \cdot 4 \end{aligned}$$

затем

$$-6 \leq 4x - 3y$$

$$b-a$$

$$-24 \leq x + y \leq a$$

$$-8 \leq 3x - 4y$$

$$24 \geq y \geq b$$

$$-y \leq b$$

$$-48 \leq 7x$$

$$x = -48 - 48 \cdot 4 + 50 \cdot 3 = -192 + 150 =$$

$$= 342$$

$$-8 \leq 3x - 4y & 1 \cdot 3$$

$$y = -\frac{50}{7}$$

$$342 \mid 7$$

$$-6 \leq 4x - 3y & 1 \cdot 4$$