



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\begin{cases} a_3 = 3x+3 \\ a_5 = (x^2+2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = 3x+3 \quad \uparrow \ominus \oplus \oplus \\ a_5 = (x^2+2x)^2 = a_1 + 4d \quad \uparrow \ominus \oplus \\ a_9 = 3x^2 = a_1 + 8d \quad \uparrow \ominus \oplus \end{cases}$$

$$\textcircled{*} \quad 4d = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$a_1 + 4d = (x^2+2x)^2 \Rightarrow a_1 + 3x^2 - (x^2+2x)^2 = (x^2+2x)^2$$

$$a_1 = 2(x^2+2x)^2 - 3x^2$$

$$a_1 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 3x^2 = 2x^4 + 8x^3 + 5x^2$$

$$\textcircled{*} \textcircled{*} \quad 2d = (x^2+2x)^2 - 3x - 3$$

$$a_1 + 2d = 3x+3; \quad 2x^4 + 8x^3 + 5x^2 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 3x+3$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^2+2x-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-1 \\ x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-1 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} -x^4+4x^3+3x^2-2x-2 & x+1 \\ \hline x^4+4x^3 & \\ \hline -3x^3+3x^2 & \\ -3x^3+3x^2 & \\ \hline -2x-2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & x+1 \\ \hline & x^3+3x^2-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3+3x^2-2 & x+1 \\ \hline x^3+x^2 & \\ \hline -2x^2+2 & \\ -2x^2+2x & \\ \hline -2x-2 & \end{array}$$

Проверка:

$$\textcircled{x=-1} \quad a_1 = 2((-1)^2 + 2 \cdot (-1))^2 - 3(-1)^2 = 2(1-2)^2 - 3 = 2 \cdot 1 - 3 = -1$$

$$a_3 = -3+3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$\textcircled{\checkmark} \quad \underline{d = 0,5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\boxed{x = -1 - \sqrt{3}}$$

$$a_1 = 2 \left( (-1 - \sqrt{3})^2 + 2(-1 - \sqrt{3}) \right)^2 - 3(-1 - \sqrt{3})^2$$

$$a_1 = 2 \left( 3 + 1 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} \right)^2 - 3(3 + 1 + 2\sqrt{3}) = 8 - 9 - 3 - 6\sqrt{3} = -4 - 6\sqrt{3}$$

$$a_3 = 3(-1 - \sqrt{3}) + 3 = -3\sqrt{3}$$



$$\boxed{d = 4 + 3\sqrt{3}}$$

$$a_5 = \left( 3 + 1 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} \right)^2 = 4$$

$$a_9 = 3(-1 - \sqrt{3})^2 = 3(3 + 1 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$\boxed{x = -1 + \sqrt{3}}$$

~~$$a_1 = 2 \left( (-1 + \sqrt{3})^2 + 2(-1 + \sqrt{3}) \right)^2 - 3(-1 + \sqrt{3})^2 = 2(4 - 2\sqrt{3} + 8 - 4\sqrt{3})^2 - 12 + 6\sqrt{3}$$~~

~~$$a_1 = 2(12 - 6\sqrt{3})^2 - (12 - 6\sqrt{3}) = (12 - 6\sqrt{3})(24 - 12\sqrt{3} - 1)$$~~

~~$$a_3 = 3(\sqrt{3} - 1) + 3 = 3\sqrt{3}$$~~

~~$$a_5 = 12 - 6\sqrt{3}; a_9 = 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 3(4 - 2\sqrt{3}) = 12 - 6\sqrt{3}$$~~

$$a_1 = 2 \left( (-1 + \sqrt{3})^2 + 2(-1 + \sqrt{3}) \right)^2 - 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 2(4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 - 12 + 6\sqrt{3}$$

$$a_1 = -4 + 6\sqrt{3}$$

$$a_3 = 3(\sqrt{3} - 1) + 3 = 3\sqrt{3}$$



$$\boxed{d = 4 - 3\sqrt{3}}$$

$$a_5 = 4$$

$$a_9 = 12 - 6\sqrt{3}$$

Ответ: Но в арифметической прогрессии могут быть только рациональные числа, а  $-3\sqrt{3}$  и  $3\sqrt{3}$  таковыми не являются  $\Rightarrow$  подходит только  $x = -1$

Ответ: -1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

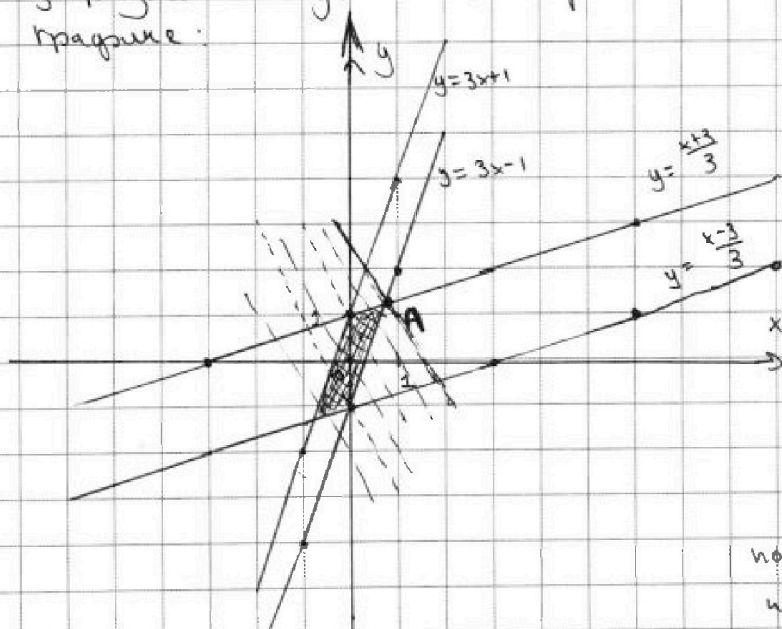
Решите задачу графическим способом:

1) Найдем уравнение границы областей:

$$\begin{cases} |x-3y| = 3 \\ |3x-y| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3y = 3 \\ x-3y = -3 \\ 3x-y = 1 \\ 3x-y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x-3}{3} \\ y = \frac{x+3}{3} \\ y = 3x-1 \\ y = 3x+1 \end{cases} \leftarrow \text{уравнения прямых}$$

Изобразим графически:

получившиеся прямые на



Теперь найдем область / области, которые (не) нам подходят:

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \leq \frac{x+3}{3} \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

⇒ подходящая область заштрихована на рисунке

$$\textcircled{*} 4y + 8x = k$$

$$y = \frac{k-8x}{4} = -2x + \frac{k}{4} - \text{прямая, у которой мы можем менять } k \text{ и } k \text{ будет меняться}$$

Мы хотим, чтобы  $k$  было макс  $\Rightarrow$  тогда  $\frac{k}{4}$  было макс. Прямая будет отскакивать с тем же углом наклона, иными будет только координата ее пересечения с осью  $y$ .

Изобразим множество прямых, пересекающих нашу область и имеющих уравнение  $y = -2x + \frac{k}{4}$ . Очевидно, что  $k$  будет макс, когда прямая будет проходить через т. А



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Индеем координата т. А:

$$\frac{x+3}{3} = 3x-1 ; \quad x+3 = 9x-3 ; \quad 8x = 6 ; \quad x = \frac{3}{4} ; \quad y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

Подставим в уравнение прямой  $y = -2x + \frac{k}{4}$

$$\frac{5}{4} = -2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{k_{\max}}{4} \Rightarrow \frac{11}{4} = \frac{k_{\max}}{4} ; \quad \boxed{k_{\max} = 11}$$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9)$$

$$\Leftrightarrow m+n > 9, \text{ т.к. } A > 0, B > 0$$

$$B = m \cdot n (m+n-3)$$

$$(75q^2 > 0; 13p^2 > 0)$$

$$\Leftrightarrow \text{Пусть } A = 75q^2, \text{ тогда } A : 3.$$

$$\begin{cases} m+n : 3 \\ m+n-9 : 3 \end{cases}$$

Заметим, что если  $m+n : 3$ , то и  $m+n-9 : 3$ ,  
и если  $m+n-9 : 3$ , то и  $m+n : 3$   
(поскольку  $9 \equiv 0$ ).

Тогда  $A : 9$ . Но т.к.  $m+n : 3$ , то  $m+n-3 : 3$ ,  
значит и  $B : 3$ . Это возможно только в случае, когда  
 $q=p=3$  (поскольку  $13p^2 : 3$  только если  $p : 3$ )

$$A = 75 \cdot 9 = 675; B = 13 \cdot 9 = 117$$

$$B = 13 \cdot 3 \cdot 3 = m \cdot n (m+n-3)$$

$$\begin{cases} m=13 \\ n=3 \\ m+n-3=3 \end{cases} \quad \begin{cases} n=13 \\ m=3 \\ m+n-3=3 \end{cases} \quad \begin{cases} n=3 \\ m=3 \\ m+n-3=13 \end{cases} \quad \begin{cases} m=9 \\ n=13 \\ m+n-3=1 \end{cases} \quad \begin{cases} n=13 \\ m=9 \\ m+n-3=1 \end{cases} \quad \begin{cases} n=39 \\ m=3 \\ m+n-3=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n-3=1 \\ m+n-3=13 \\ m+n-3=3 \\ m+n-3=39 \\ m+n-3=117 \\ m+n-3=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=4 \quad \text{X} \\ m+n=16 \quad \text{X} \\ m+n=6 \quad \text{X} \\ m+n=42 \quad \text{X} \\ m+n=120 \quad \text{X} \\ m+n=12 \quad \text{X} \end{cases}$$

В натуральных числах этих систем  
не имеют решения

$$\text{Итого тогда } B = 75q^2, A = 13p^2$$

$$B = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$\begin{cases} m+n=1, m+n-9=13p^2 \\ m+n=p, m+n-9=13p \\ m+n=p-9, m+n-9=13 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n=13, m+n-9=p^2 \\ m+n=13p, m+n-9=p \\ m+n=13p^2, m+n-9=1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$\begin{cases} 3p^2 + q = 1 & \emptyset \\ 13p + q = p & \emptyset \\ 22 = p^2 & \emptyset \\ p^2 + q = 13 \\ p = 13p + q & \emptyset \\ 13p^2 = 10 & \emptyset \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p^2 = 4 \\ p = 2, \text{ или } p \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Значит  $\emptyset$  здесь обозначает, что уравнение не имеет решений в натуральных числах

$$m+n = 13 \Rightarrow B = m \cdot n (m+n-3) = m \cdot n \cdot (13-3) = m \cdot n \cdot 10$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 75 \cdot q^2$$

$$75 \cdot \frac{1}{2}, m \cdot n \cdot 10 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q : 2$$

$$\begin{cases} m \cdot n = \frac{75 \cdot n^2 \cdot k^2}{10 \cdot 2} = 30k^2, \text{ где } k = \frac{q}{2} \\ m+n=13 \end{cases}$$

$m \cdot n = 30k^2 \Rightarrow$  одно из чисел  $(m, n)$  делится на 3, а

другое на 5 (покажем вместе в произведении они делятся на 30, а одно число не может делиться на 5 и на 3 сразу, т.к.  $m+n < 15$  и  $m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$ )

Перебрав все варианты, учитывая делимость на 3 и на 5, остаются следующие решения:

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} n=3 \\ m=10 \end{cases} \Rightarrow m \cdot n = 30 = 30k^2 \Rightarrow k=1, \text{ т.к. } k \in \mathbb{N}$$

$$q = 2 \cdot k = 2 \cdot 1 = 2$$

Поэтому мы перебрали все возможные варианты, ответом будет любая пара  $(10; 3)$  и  $(3; 10)$

Ответ:  $(10; 3), (3; 10)$



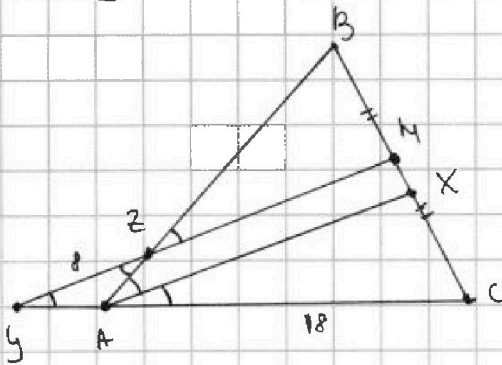
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4



1.)  $\angle CAZ = \angle BAZ = \alpha$  (т.к. AX - биссектр.)

2.)  $\angle CAZ = \angle BAZ = \angle BZM = \angle AZY = \alpha$   
(т.к.  $YM \parallel AX$  по условию)

3.)  $\angle BAC = 2\alpha$  - это внешний  
угл.  $\triangle AZY$

$\angle BAC = \angle AZY + \angle AZZ = \alpha + \angle AZZ = 2\alpha$   
 $\angle AZZ = \alpha$

4.) Теорема о пропорциональности отрезков (при  $AX \parallel MY$ ):

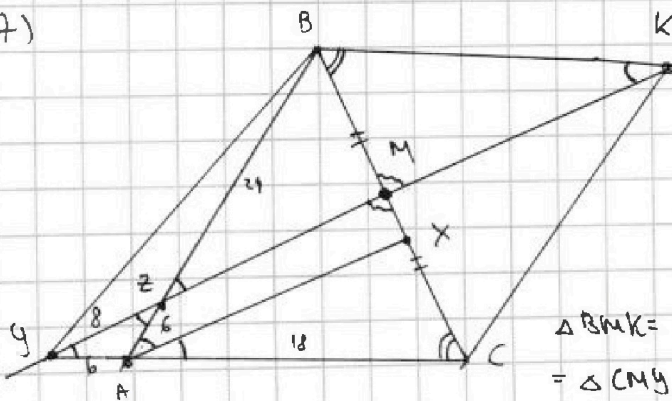
$$\frac{CX}{CM} = \frac{AC}{CY} \Rightarrow \frac{CX}{\frac{BC}{2}} = \frac{18}{18+AY}$$

$$\frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX} \Rightarrow \frac{BZ}{BZ+6} = \frac{\frac{BC}{2}}{BX}$$

5.) Т.к.  $\angle AZZ = \angle AZY$ , то  $\triangle AZY$  - р/д,  $AZ = AY = 6$

6.)  $\frac{2CX}{BC} = \frac{18}{24}$ ;  $\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{BC}{2BX}$

(7)



Проведем  $YM$  до пересечения с прямой из точки  $B$ , параллельной  $(AC)$ . Их пересечением будет точка  $K$ .

$\triangle BMK = \triangle CMY$   $\left\{ \begin{array}{l} \angle ACB = \angle CBK \text{ (т.к. } BK \parallel AC) \\ \angle CMY = \angle BMK \text{ (как вертикаль)} \\ BM = MC \end{array} \right.$

(8.) Из (7):  $BK = YC$ ;  $BK \parallel YC$

Значит,  $YBKC$  - параллелограмм.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$(9) \angle BKY = \angle KYC = \angle AZY = \angle BZK \Rightarrow \triangle AZY \sim \triangle BZK$$

Тогда:

$$\frac{BZ}{ZA} = \frac{BK}{YA} \Rightarrow BZ = \frac{BK \cdot ZA}{YA} = \frac{YC \cdot ZA}{YA} = \frac{(6+18) \cdot 6}{6} = 24$$

$$(10) \text{ из (6): } BC = \frac{2 \cdot CX \cdot 24}{18 \cdot 15}; \quad BC = \frac{2 \cdot BX \cdot BZ}{BZ + 6} \quad \textcircled{+} \quad AB = AZ + ZB =$$

$$BC = \frac{1}{3} CX; \quad BC = \frac{2 \cdot BX \cdot 24}{24 + 6} = \frac{24}{15} BX \quad = 24 + 6 = 30$$

(11) Найти BC, используя теорему косинусов:

• Две ~~треугольника~~  $\triangle ABC$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

• Теорема синусов для  $\triangle AYZ$ :

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin(180 - 2\alpha)} = \frac{8}{\sin 2\alpha}; \quad \alpha \neq 0$$

$$8 \sin \alpha = 6 \cdot (2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha)$$

$$\frac{8 \cdot 1}{12} = \cos \alpha; \quad \cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\text{Тогда, } BC = \sqrt{30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{900 + 324 + 120} = \sqrt{1344} =$$

$$= 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}$$

Ответ:  $8\sqrt{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

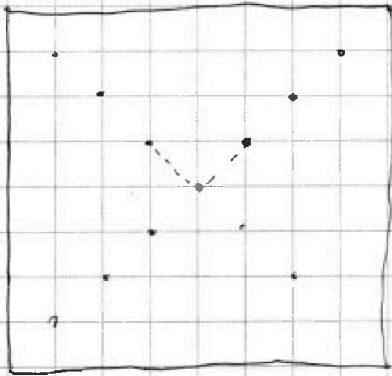


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6



1) Попробуем, какие возможные  
2х точек узлов могут при пово-  
-роте перейти в себя:

Если узлы образуют угол  $90^\circ$ ,  
то при 4х поворотах он  
точно перейдет в себя

Всего вариантов

выбрать расположение

2) Значит, в себя могут

$$2 \times \text{узлов} = C_{9-9}^2 = C_{81}^2$$

перейти только те пары,  
которые образуют угол  $180^\circ$

Кон-во способов  
уменьшится как минимум  
на 8



и прямые, проведенные через  
них должны пройти через  
центр.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

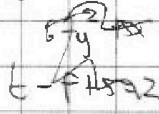
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x-3y=3$$

3x-y



$$|x-3y| \leq 3$$

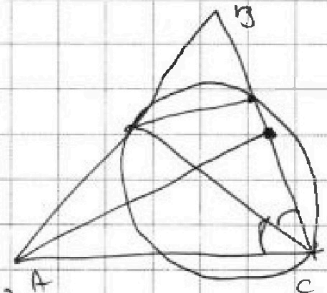
$$|x-3y|=3$$

$$x-3y=3$$

1 +  
2 +  
3 +  
4 +  
5

6 ≤ 3y

$$y = \frac{x+3}{3}$$



$$3x-y \leq 1$$

$$3x-y=1$$

$$3x-y=-1$$

$$y=3x+1$$

$$y=3x-1$$

$$4y+8x=k$$

$$y = \frac{k-8x}{4}$$

$$-8y = -2x + \frac{k}{4}$$

$$y = -2$$

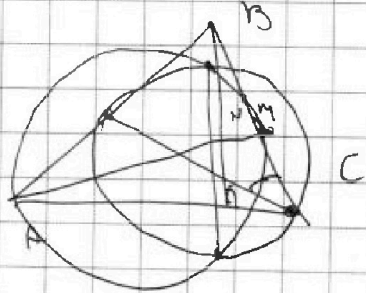
$$-2 = \frac{3}{4} + \frac{k}{4} = \frac{k+3}{4}$$

$$\frac{k}{4} = \frac{11}{4}$$

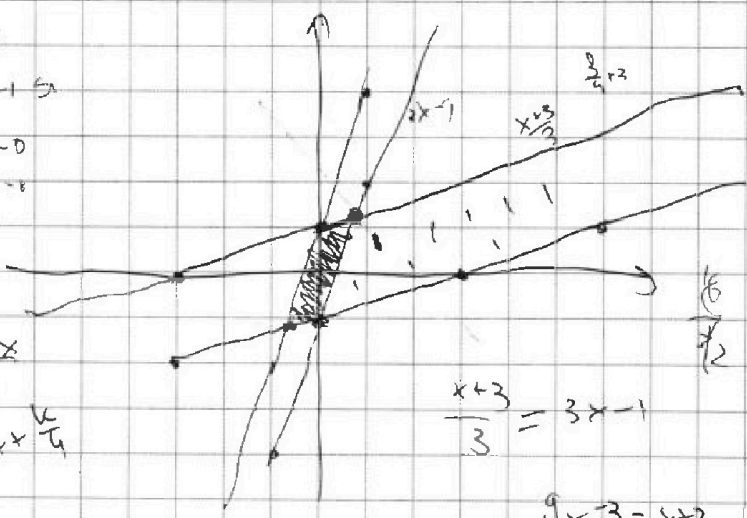
$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$$

$$t^p + s t^q - \dots = t^p - \dots + s t^q$$

$$t^p - t^q$$



$$3y = x-3 \quad x-3y = -3 \quad \frac{x+3}{3} = y$$



$$\frac{x+3}{3} = 3x-1$$

$$9x-3 = x+3$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

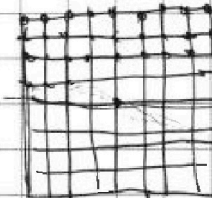
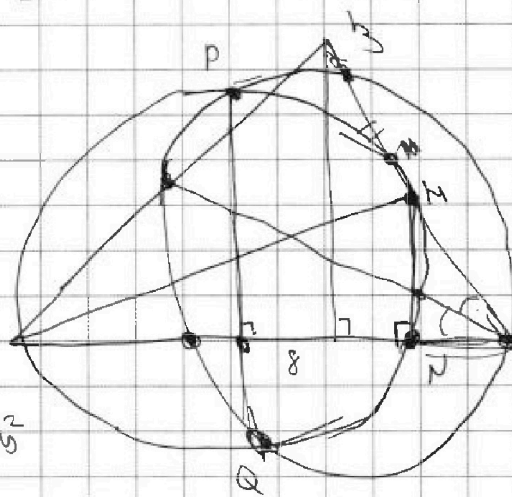
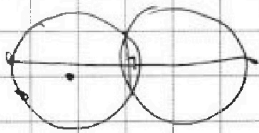
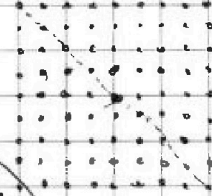
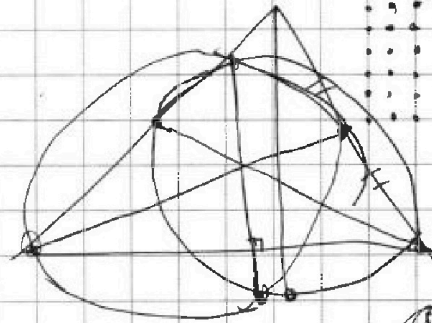
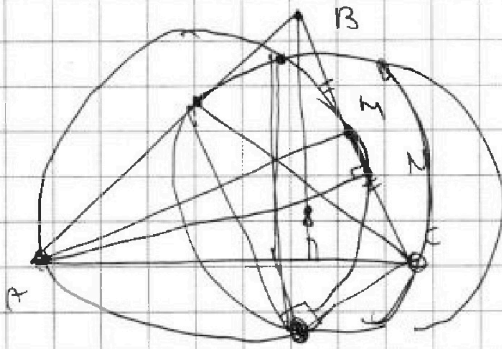
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №

Черновики



$(x+1)(6-y)$

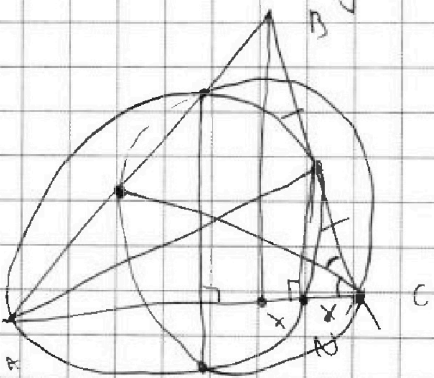
$6x + 5y - 6 - 4$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6y+5} = 2\sqrt{6+5x+y^2}$$

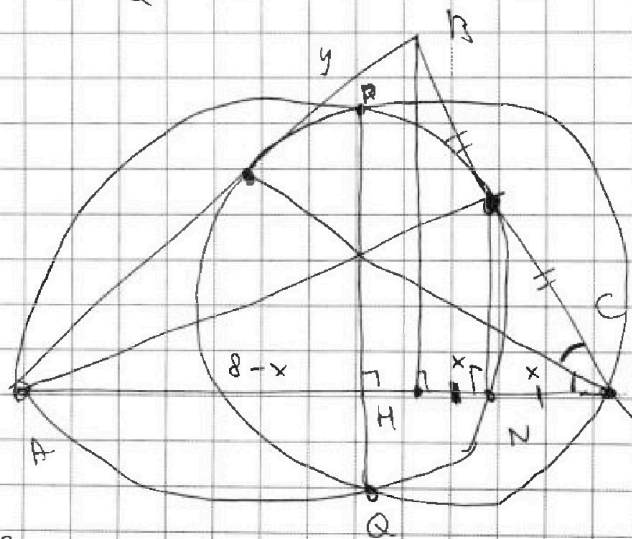
$$\sqrt{6+5x+y^2} \quad (N)$$

$(6-y)(1+y)$

$$24 + 10x - 4y^2$$



$HN = CN$



$$\frac{BC}{8+x} = \frac{y}{10-y}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{1+5x-y^2}$$

$$\sqrt{6-y}$$

$$(1+5x)^2 - 2\sqrt{6-y}\sqrt{1+5x-y^2} + (6-y) = 4(1+5x-y^2)$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \quad : 13p^2 \quad m+n > 9$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$m+n-3$$

$$m+n-3$$

$$(m+n)(m+n-3)$$

$$12/3 \quad 3/13p^2$$

$$12/3$$

$$t =$$

$$4y+5x$$

$$y+5x$$

$$4y+5x$$

$$4y+5x$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$m+n-3 : 5$$

$$25$$

$$59$$

$$259$$

$$9$$

$$4^2$$

$$mn : 3$$



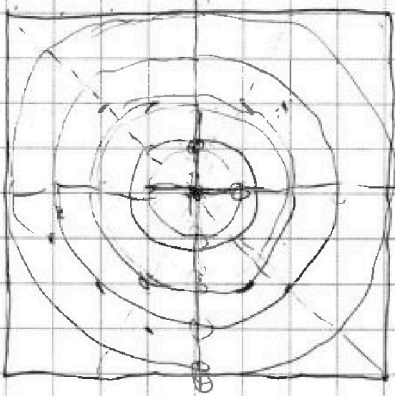
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

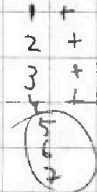
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чертёж



⊕ 90

$$2a^2 - 2g^2 - 2g^2 - 2g^2 - 2g^2 = h^2$$



⊕ 2  
⊕ 1

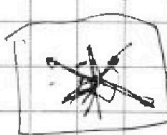
⊕ 270, ⊕ 40, ⊕ 90  
⊕ 360



$$d + 90^\circ = 360 \cdot h$$

$$d + 180^\circ = 360 \cdot h$$

$$d + 270^\circ = 360 \cdot h$$



$$d + 90^\circ = 360 \cdot h$$

$$13a^2$$

$$m+n=22$$

$$m+n=a^2$$

$$m+n-g=13$$

$$m+n=g$$

$$m+n-g=13a$$

$$m+n=1$$

$$m+n-g=13a^2$$

$$m+n=13$$

$$m+n-g=13a^2$$

$$m+n=13a$$

$$m+n=13a, 13$$

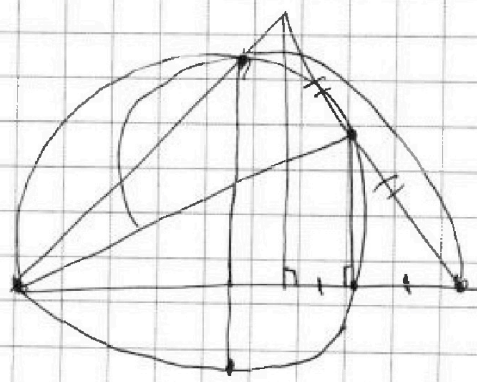
$$m+n=13a^2$$

$$m+n=13a^2$$

$$A = (m+n)(m+n-g) = 13a^2$$

$$B = (m+n)(m+n-3) = 3a^2$$

$$13a^2 = \frac{m}{n}$$





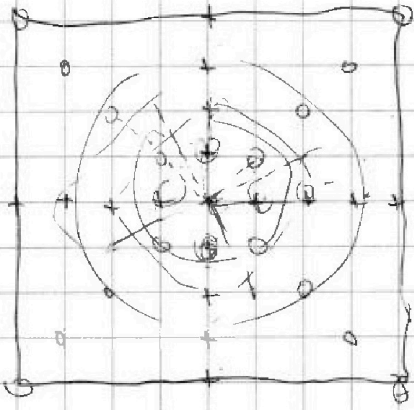
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Циркон



$$C_{81}^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2$$

$$C_{81}^2 - 8 \cdot C_4^2$$

$$\frac{81 \cdot 80}{2} - \frac{8 \cdot 4^2}{2 \cdot 2} = \frac{81 \cdot 80}{2}$$

$$C_{81}^2 - 1 -$$

$$C_{81}^2 - 1 - 1 - 1 - 1 -$$

$$C_{81}^2 - 8 - 2 - 1 -$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

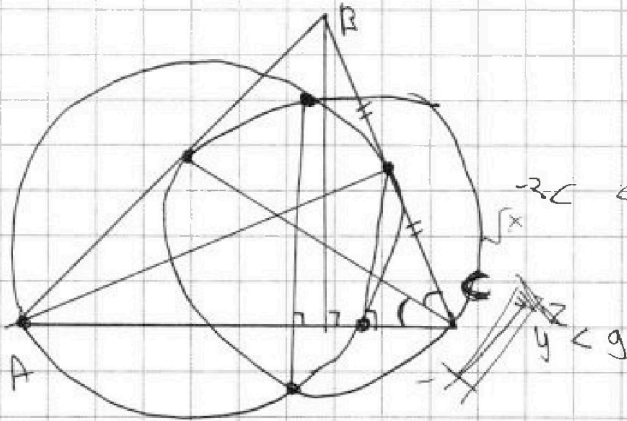


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Упростите



$$\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$a^8 - b^8 =$$

$$a^8 - b^8 = (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad 5x$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \quad y^2 \leq$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(a^8 - b^8) + 5(a^4 - b^4) + a - b = 0$$

$$a^8 - b^8 + 5a^4 - 5b^4 + a - b = 0$$

$$(a-b) \left[ (a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) + 5(a+b)(a^2+b^2) + 1 \right] = 0$$

$$a \geq \sqrt{x+1} = \sqrt{y}$$

$$y^2 \leq 5x+6$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 6-y \geq 0 \\ 6+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ \sqrt{5x+6} \leq y \leq \sqrt{5x+6} \\ 5x+6 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ \sqrt{5x+6} \leq y \leq \sqrt{5x+6} \\ 5x+6 \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{5x+6} \leq y \leq \sqrt{5x+6}$$





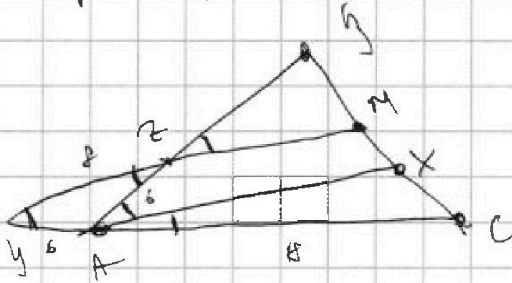
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{14}{24} = \frac{2CX}{BC}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{Bz}{Bz+6} = \frac{BC}{2Bx}$$

$$\frac{Bz}{\sin \alpha} =$$

$$BC = \frac{\cos(\alpha - 2\alpha)}{\cos(\alpha + 6)} \cdot 3^2 \cdot 10^2$$

$$Bx =$$

$$Cx = \frac{9}{24} BC = \frac{3}{8} BC$$

$$\frac{Bz}{3Bz} = \frac{(Bz+6)}{18}$$

$$\frac{4}{30} = \frac{8}{30Bz} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{3}{15} = \frac{3 \cdot 3}{15} = 3Bz = \frac{8 \cdot 18}{3} = 48$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{28 \sin \alpha}$$

$$\frac{Bz}{6} = \frac{6}{24} \quad \cos 2\alpha = \frac{1}{9}$$

$$Bz = \frac{36}{4} \quad \alpha = \frac{4}{\cos \alpha}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{BC}{\sin 2\alpha} =$$

$$8 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos 2\alpha$$

$$300 + 324 + 120$$

$$64 - 36 - 36$$

$$\frac{1344}{32} = 42$$

$$1944$$

$$-8 = -72 \cos 2\alpha$$

$$4 \sqrt{54}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$\frac{3}{3} \frac{2}{5}$

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_3 = a_1 + 2 \cdot d = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

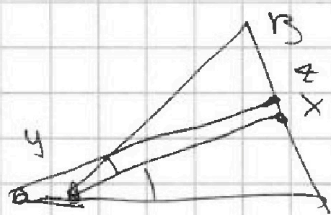
$$a_9 = 3x^2$$

$$a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_1 + 8d = 3x^2$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3(x^2 - x - 1)$$



$$2x^2$$

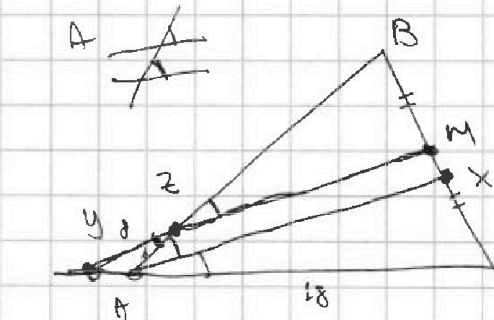
$$2 + 2 \cdot 3^2$$

$$4 + 9$$

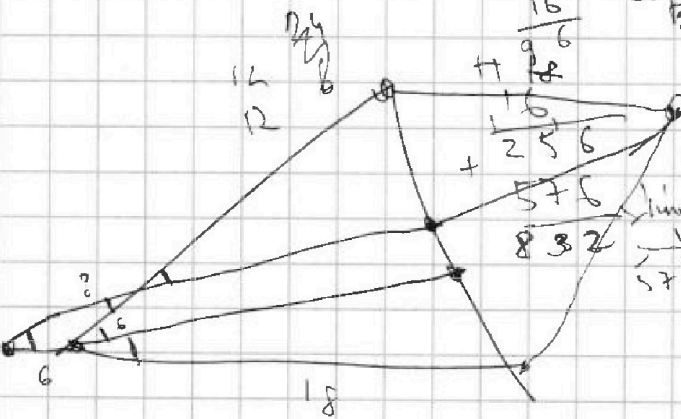
$$\frac{6}{BZ} = \frac{2BX}{BC}$$

$$BX = \frac{3}{2} BC$$

$$CX = \frac{3}{2} BC$$



$$x \cdot \frac{16}{6} = \frac{8 \cdot 24}{28}$$



$$BC = \frac{24}{9} CX$$

$$BC = \frac{8}{3} CX$$

$$\frac{16}{6+3Z} = \frac{CX}{BX} = \frac{\frac{3}{2} BC}{\frac{3}{2} BC}$$

$$\frac{16}{6+3Z} = \frac{3Z}{F}$$

$$16BZ + 3Z^2 = 164$$

12  
12  
18 +  
36 + 4

$$BZ^2 + 16BZ - 164 = 0$$

$$BZ^2 + 16BZ - 164 = 0$$



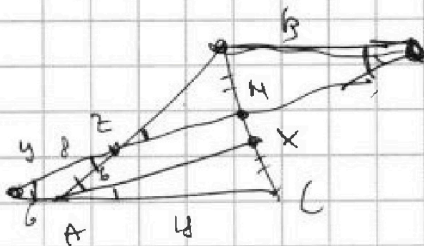
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кривош



$$\frac{BD}{6} = \frac{24}{6}$$

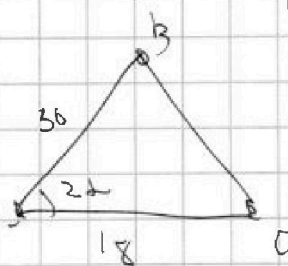
$$BD = 24$$

$$\frac{a}{\sin 2\alpha} = \frac{c}{\sin \alpha}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{c}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{2c} = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$



$$\sqrt{30^2 + 18^2 + \frac{1}{9} \cdot 2 \cdot 18 \cdot 30}$$

$$x - 3y$$

$$\begin{cases} t - x - y \leq 3 \\ -t + x + y \geq 3 \\ t + x + y \leq 1 \\ -t - x - y \end{cases}$$

$$-y$$

$$\begin{cases} t - x - y \leq 3 \\ -t + x + y \geq 3 \\ t + x + y \leq 1 \\ -t - x - y \end{cases}$$

$$2x - 2y = t$$

$$500 + 324 + 120$$

$$\text{or } 1324$$

$$y = \frac{x+3}{3}$$

$$x - 3y = 3 \quad y = \frac{2x+3}{3}$$

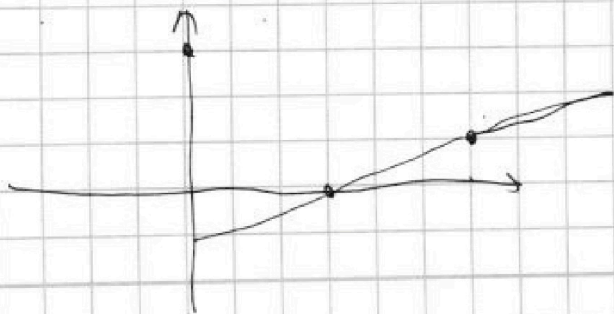
$$\begin{array}{r|l} 1344 & 64 \\ \hline 128 & 21 \\ \hline & 64 \end{array}$$

$$x - 3y = -3 \quad y = \frac{x+3}{3}$$

$$\begin{cases} t - x - y \leq 3 \\ |t + x + y| \leq 1 \end{cases}$$

$$|t + x + y| \leq 1$$

$$|x - 3y| = 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \times 3 = a_1 + 2d$$

$$(x^2 + 2x)^2 = a_1 + 4d$$

$$3x^2 = a_1 + 8d$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = a_1 + 2d$$

$$2(3x + 3) = a_1 + (x^2 + 2x)^2$$

$$4d = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad x^4 + 2x^2 + 2x^3 + 4x + 2$$

$$(x^2 + 2x)^2 = a_1 + 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$(x^2 + 2x + 1) \mid x^2 + 2$$

$$m+n-3=1$$

$$mn-3=13$$

$$a_1 = 2(x^2 + 2x)^2 - 3x^2$$

$$(x+1)^2(x^2+2) \quad \frac{13}{25}$$

$$(1+3)3+3 \quad mn-3=13 \quad a_1 = 2x^4 + 8x^2 + 8x^3 - 3x^2$$

$$1-4+3+2-2$$

$$a_1 = 2x^4 + 5x^2 + 8x^3$$

$$+ \quad -1+3-2$$

$$(x^2 + 2x + 1) \mid (x^2 + 2x - 2) \quad 2(3x + 3) = 3x^4 + 9x^2 + 12x^3$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 \mid x^2 + 2$$

$$3x^4 + 9x^2 + 12x^3 - 6x - 6 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1$$

$$x^2 + 2x - 2 \quad x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 + 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1$$

$$x^4 + x^3$$

$$3x^3 + 3x^2$$

$$3x^3 - 3x^2$$

$$-2x - 2$$

$$m =$$

$$m+n-3 =$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$x = -1$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 2 \cdot 4$$

$$13 \rightarrow \dots$$

$$\frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

