



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 4y| \leqslant 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$
6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} a_5 = 6x + 18 \\ a_7 = (x^2 - 4x)^2 \end{array} \right.$$

$$a_{11} = -3x^2$$

$\left\{ a_n \right\}$ - ариф. прогр.

$$a_7 = a_5 + 2d, \text{ где } d -$$

разность прогрессии

$$a_{11} = a_5 + 6d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_5 = 6x + 18 \\ a_5 + 2d = (x^2 - 4x)^2 \end{array} \right.$$

$$a_5 + 6d = -3x^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x + 2d + 18 = (x^2 - 4x)^2 \\ 6x + 6d + 18 = -3x^2 \end{array} \right. \quad \textcircled{1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x + 6d + 18 = -3x^2 \end{array} \right. \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: -4d = x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 13x^2 \quad | :(-2)$$

~~$$2d = \cancel{x^4} + -8x^2 + 4x^3 + 1,5x^2 =$$~~

$$= -\frac{x^4}{2} - 9,5x^2 + 4x^3. \rightarrow \textcircled{1}$$

~~$$6x + -\frac{x^4}{2} - 9,5x^2 + 4x^3 + 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$~~

~~$$-x^4 + 24x^3 - 54x^2 + 6x + 18 = 0$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x + 12d + 18 = (x^2 - 4x)^2 \quad \textcircled{1} \\ 6x + 6d + 18 = -3x^2 \quad \textcircled{2} \end{array} \right. \quad 1-3$$

3\textcircled{1} - \textcircled{2} :

$$12x + 36 = 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2$$

$$12x + 36 = 3x^4 + 48x^2 - 24x^3 + 3x^2$$

$$3x^4 + \cancel{48x^2} - 24x^3 + 51x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + (x - 2)^2 - \cancel{16x^2} = 16$$

$$t = (x-2)^2$$

$$(t-4)^2 + t = 16$$

$$t^2 - 16 - 8t + t = 16$$

$$t^2 - 7t = 0$$

$$t(t-7) = 0 \Rightarrow$$

$$t = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$t = 7 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{7}$$

Подставим, посмотрим.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 30$$

$$x = 2$$

$$a_7 = 16$$

$$2d = -14$$

$$d = -7$$

$$a_6 = -12$$

$$/ \quad \checkmark$$

$$x = 2 + \sqrt{7}$$

$$2d = -21 - 6\sqrt{7}$$

$$a_5 = 6x + 18 = 30 + 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = ((2 + \sqrt{7})^2 - 4(2 + \sqrt{7}))^2 =$$

$$= (11 + 4\sqrt{7} - 8 - 4\sqrt{7})^2 = 9. \quad ad = a_2 - 12\sqrt{7}.$$

$$a_6 = -3(2 + \sqrt{7})^2 = -3(11 + 4\sqrt{7}) =$$

$$= -33 - 12\sqrt{7}.$$

 \checkmark

$$x = 2 - \sqrt{7}$$

$$a_5 = 30 - 6\sqrt{7}$$

$$2d = -21 + 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = 9$$

$$ad = -42 + 12\sqrt{7}.$$

$$a_6 = -3(11 - 4\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7}$$

 \checkmark

Ответ: $x = 2; 2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}.$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$(1) \cdot 11: -66 \leq 44x - 33y \leq 66 \quad (3)$$

$$(2) \cdot (-10): +80 \geq -30x + 40y \geq -80 \quad (4)$$

$$(3) + (4): -144 \leq 14x + 7y \leq 144$$

$$14x + 7y \rightarrow \min = -144, \text{ тогда}$$

$$x = \frac{-144 - 7y}{14} \quad \text{проверка.}$$

$$\left| 2x - \frac{-144 - 7y}{14} - 3y \right| =$$
$$= \left| -\frac{-288 - 14y - 21y}{14} \right| \leq 6.$$

$$\left| -(-288 + 35y) \right| \leq 42.$$

$$-42 - 288 \leq 35y \leq 42 - 288$$

$$-330 \leq 35y \leq -246.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|3x - 4y| \leq 8$$

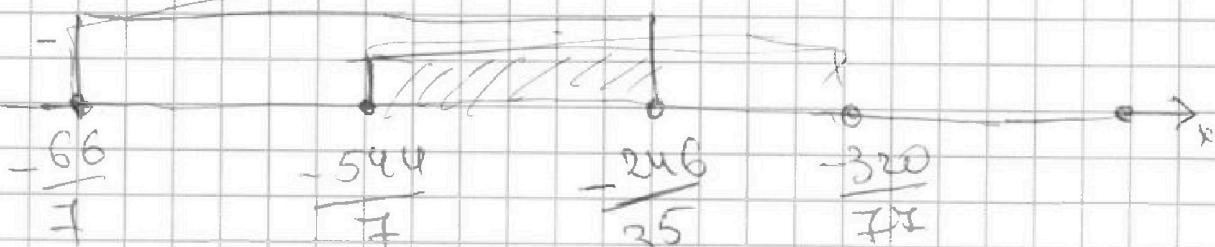
$$\left| 3 \cdot \frac{-144 - 7y}{14} - 4y \right| \leq 8$$

$$\left| \cancel{482} - 7y - 56y \right| \leq 8$$

$$\left| -432 - 77y \right| \leq 112$$

$$-112 - 432 \leq 77y \leq 112 - 432 = -320$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -544 \leq y \leq -\frac{320}{77} \\ \frac{66}{7} \leq y \leq \frac{-246}{35} \end{array} \right.$$



Действительно, решением этого неравенства, что $77x + 7y = -144$, будет -144 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = \\ = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$(m-n)(m+n+2)$$

$$A = 13p^2. \quad | \quad A = 13p^2$$

$$B = 3q^2. \quad | \quad \begin{cases} (m-n) = 13 \\ m-n+q = p^2 \end{cases} \quad p^2 = 22 \quad \text{∅}$$

$$\begin{cases} (m-n) = 13p^2 \\ (m-n+q) = 1 \end{cases} \quad 13p^2 = -8 \quad \text{∅}$$

$$\begin{cases} (m-n) = 13p \\ (m-n+q) = p^2 \end{cases} \quad p^2 = \frac{10}{13} \quad \text{∅}$$

$$\begin{cases} m-n = p \\ m-n+q = 13p \\ 13p = q \end{cases} \quad \text{∅}$$

$$\begin{cases} (m-n) = p^2 \\ m-n+q = 13 \\ p^2 = 4 \end{cases} \quad \text{∅}$$

$$(p=2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значение А может равняться $3q^2$ только если $p=2$, $m-n=4$.

тогда $B = mn(m-n+3) = 7mn = 3q^2$

$$7mn = 3q^2$$

$\because 7 \Rightarrow q^2 \therefore f$ кратно 7. т.к. q - простое, то

$$q=7, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} m-n=4 & \text{или } m=4+n. \text{ из } \textcircled{1} \\ 7mn=21 & (4+n)n=21 \text{ из } \textcircled{2} \end{cases}$$

$$4n+n^2=21$$

$$n(4+n)=21 \Rightarrow n=3 \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

тогда пара $(7, 3)$ как подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} A &= 3q^2 \\ B &= 13p^2 \end{aligned}$$

$$A = 3q^2$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \left\{ \begin{array}{l} m-n = 3 \\ q^2 = 12 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} m-n+g = 9 \\ q^2 = 1 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{2} \left\{ \begin{array}{l} m+n = 3q^2 \\ q^2 = -8 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} m-n+g = 1 \\ q^2 = 1 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{3} \left\{ \begin{array}{l} m-n = 3q \\ q^2 = \frac{10}{3} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} m-n+g = 9 \\ q^2 = 9 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{5} \left\{ \begin{array}{l} m-n = q \\ q^2 = 9 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} m-n+g = 3q \\ q^2 = 3 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{6} \left\{ \begin{array}{l} m-n = q^2 \\ q^2 = -6 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} m-n+g = 3 \\ q^2 = 3 \end{array} \right. \end{array}$$

получается, что A не может равняться

$3q^2$ при $m, n \in \mathbb{N}$.

Ответ: $(7; 3)$

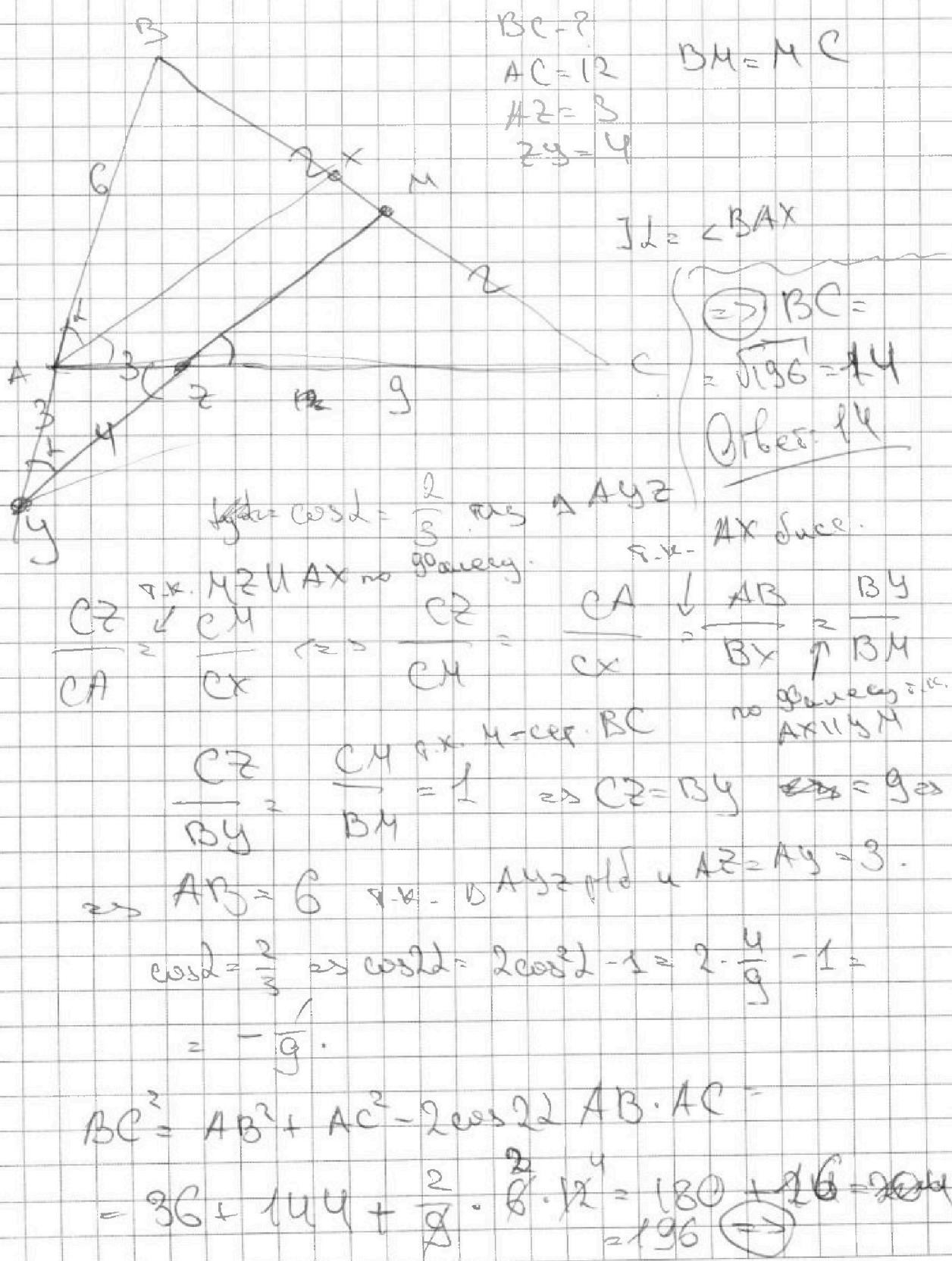


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 - 5\sqrt{y} + y \end{array} \right. \quad \textcircled{1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 - 5\sqrt{y} + y \end{array} \right. \quad \textcircled{2}$$

Вспомогательно посмотрим на \textcircled{2}

$$4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y.$$

$$\exists t_1 = \sqrt{x}, \quad x \geq 0, \quad t_1 \geq 0;$$

$$t_2 = \sqrt{y}, \quad y \geq 0, \quad t_2 \geq 0$$

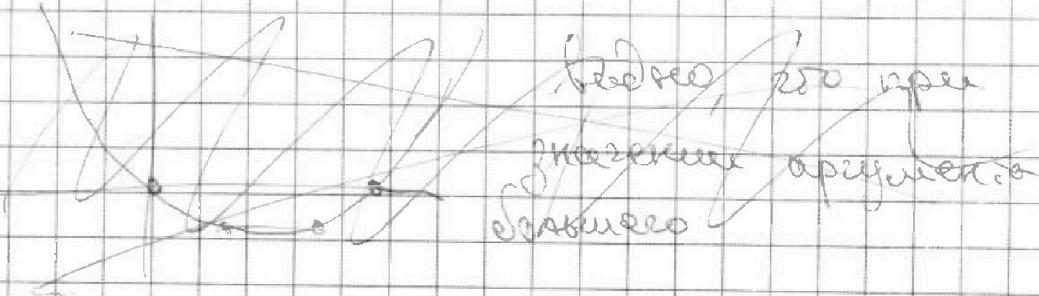
$$4t_1^8 + 5t_1 + t_1^4 = 4t_2^8 + 5t_2 + t_2^4$$

$$\text{Видно, что } f(x) = 4x^8 + 5x + x^4 - 38x$$

имеет параболоидный график, а значит
принимает одно и то же значение в
разных точках может не более двух раз.

При этом видно, что $f(0) = 0$, тогда

график функции выглядит так:



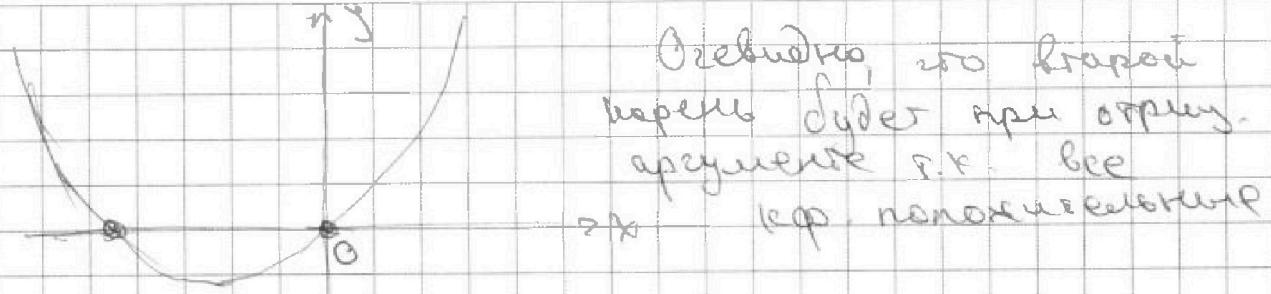


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Очевидно, что второй
вершина будет при отриц.
аргументе т.к. все
лев. полохие склонения

Реша задачу $f(t_1) = f(t_2)$, где $t_1, t_2 \geq 0$,
то $t_1 = t_2$, т.к. на положительных склон-
ениях аргумента одна функция имеет
разные значения (видно из графика)

Уравнение: $t_1 = t_2 \Rightarrow x = 4$. подставим в ①,

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}, \quad 2$$

$$-6 \leq x \leq 5. \quad = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+6} + \sqrt{5-x} + (x+6) + 5 - x - 6 - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = \\ & = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + (\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 = 6 = 0 \end{aligned}$$

$$\left[a = \sqrt{x+6} \right] \quad a - b + (a - b)^2 - 6 = 0$$

$$b = \sqrt{5-x} \quad a - b + a^2 + b^2 - 2ab - 6 = 0$$

$$a^2 + a(1-2b) + b^2 - b - 6 = 0$$

$$D = (1-2b)^2 - 4(b^2 - b - 6) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= 4b^3 + 1 - 4b - 4b^2 + 4b + 2^4 = 25$$

$$a_{n+2}^2 - \frac{2b - 1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2b - 3 \\ 2b + 2 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = b - 3. \quad \sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} - 3 \quad \textcircled{3} \\ a = b + 2. \quad \sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} + 2 \quad \textcircled{4} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{3}: 3 = \sqrt{5-x} - \sqrt{x+6} \quad -6 \leq x \leq 5$$

$$9 = 11 - 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$-2 = -2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$30-x-x^2 = 1$$

$$x^2+x-29=0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 117 - 9 \cdot 18$$

$$x_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{4}: 4 = 11 - 2\sqrt{30-x-x^2} \quad D = 464$$

$$3,5 = \sqrt{30-x-x^2}$$

$$\frac{49}{4} = 30-x-x^2$$

$$4x^2 + 4x + 41 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 71 = 72 \cdot 16 = 4^2 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^2$$

$$x_1, x_2 = \frac{-4 + 24\sqrt{2}}{8} = \begin{cases} -\frac{1}{2} + 3\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2} - 3\sqrt{2} \end{cases}$$

Все корни нам подходят.

$$\text{Ответ: } x = y = -\frac{1}{2} + 3\sqrt{2}$$

$$x = y = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

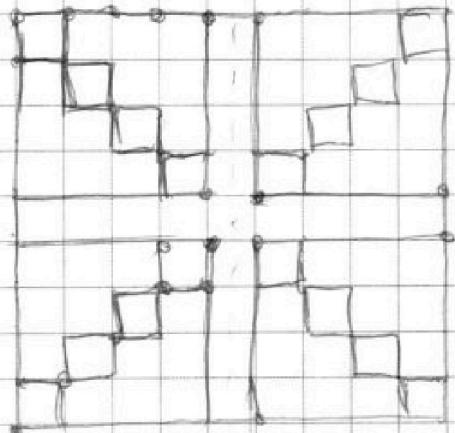


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Очевидно, что если перекрашивать узлы сей же, которые симметричны друг относительно центра куба, их раскраска повернётся повторяться дважды.

Для всех оставшихся вершин перекрашивания кол-во их повергений будет равно

4. Тогда кол-во способов покраски симметричных узлов есть $\frac{1}{2}$ кол-ва узлов, равное количеству узлов в одной половине куба, разделенное на 2 г.к.

Каждому узлу в одной половине соответствует единственная симметричный ему узел в другой половине. То есть, $\frac{5 \cdot 10}{2} = 25$.

Всего кол-во пар узлов C_2^2 . Кол-во пар узлов, имеющих один центральный квадрат, как было показано ранее, равно 50. Значит,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кол-во пар несущих трехугольных от-вов четырех
сторон равне $C_{100}^2 - 50$. Тогда, как было
сказано ранее, кол-во неповторяющихся
повторяющих раскрасок, где 2 угла несущих тре-
угольников равны

$$\frac{C_{100}^2 - 50}{4} = \frac{C_{100}^2 - 50}{4}$$

$$\frac{C_{100}^2 - 4950}{4} = \frac{4950}{4} = 1225.$$

$$Ут200 25 + 1225 = 1250.$$

Ответ: 1250



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{aligned} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{aligned}$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$14 \geq 7y - 7x \geq -14$$

$$14 + 21x \geq 14x + 7y \geq -14 + 21x$$

$$14x + 7y = -14 + 21x \quad (14x + 7y) \rightarrow \min.$$

$$7y - 7x = -14$$

$$x - y = 2.$$

$$\begin{cases} |4x - 3(x-2)| \leq 6 \\ |3x - 4(x-2)| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{aligned} & |6| \leq 6 \\ & |x+6| \leq 6 \\ & |-x+8| \leq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -6 \leq x+6 \leq 6 \\ -8 \leq -x+8 \leq 8 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad | \cdot k_1 = 11$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8 \quad | \cdot k_2 = 10$$

$$-66 \leq 44x - 33y \leq 66$$

$$-80 \leq 30x - 40y \leq 80$$

$$-66 \leq 44x - 33y \leq 66$$

$$-80 \leq 40y - 30x \leq 80$$

$$-14$$

$$\begin{array}{r} -544 \\ \hline 77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -246 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$22$$

$$-544$$

$$\times 35$$

$$\hline 2720$$

$$1632$$

$$\hline -89040$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 246 \\ \hline 1722 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 320 \\ \hline 77 \end{array} > \begin{array}{r} 246 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1722 \\ - 18942 \\ \hline 1600 \end{array} \times 35$$

$$\begin{array}{r} 246 \\ \hline 77 \end{array} \times 6$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \hline -18942 \\ \hline -18200 \end{array}$$

$$-18942$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



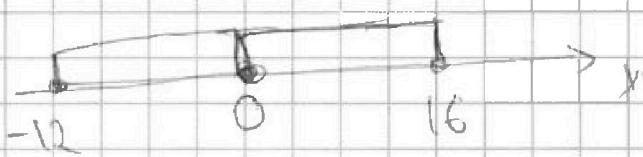
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -12 \leq x \leq 0 \\ -16 \leq -x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12 \leq x \leq 0 \\ 16 \geq x \geq 0 \end{cases}$$



$$x=0, y=-2.$$

$$\text{то 2} \begin{cases} 4k_1 - 3k_2 = 14 \\ 4k_2 - 3k_1 = 7 \end{cases}$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$4k_1 - 3k_2 = 8k_2 - 6k_1$$

$$10k_1 = 11k_2$$

$$k_1 = 1, k_2 =$$

$$4, 4k_2 - 3k_2 = 14$$

$$k_1(4x - 3y) - k_2(3x - 4y) =$$

$$1, 4k_2 = 14$$

$$= 4xk_1 - 3yk_1 - 3xk_2 + 4yk_2 \quad k_2 = 10$$

$$\times (4k_2 - 3k_2) + y(4k_2 - 3k_2) \quad k_1 = 11.$$



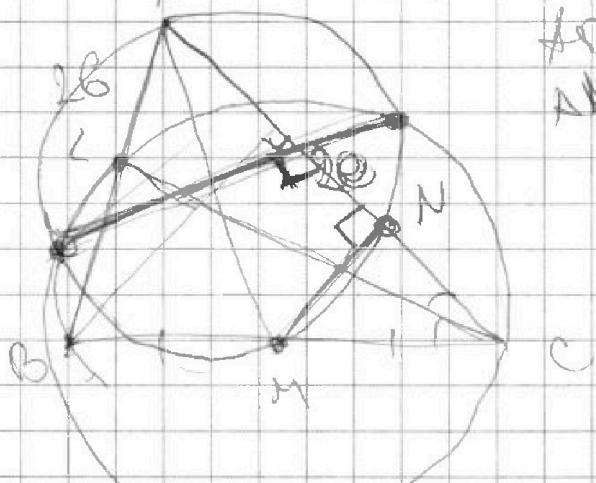
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

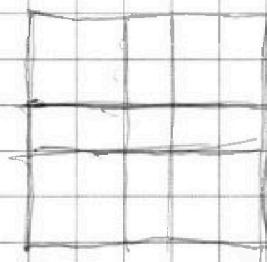
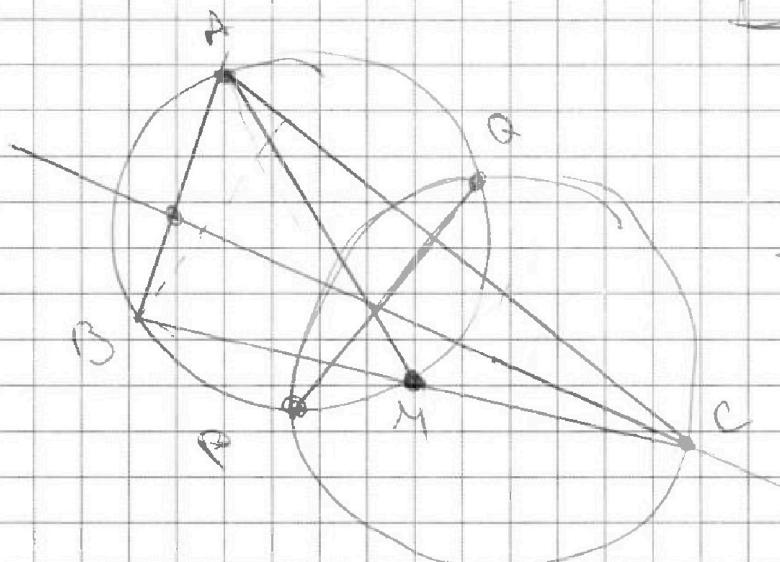
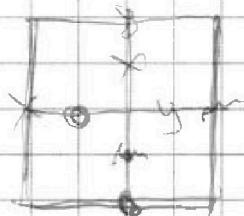
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3}y + 5 = 2\sqrt{30} - x - y \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y \end{cases}$$



$$\begin{aligned} AB &= 26 \\ AN &= 20 \\ BM &= 6 \end{aligned}$$



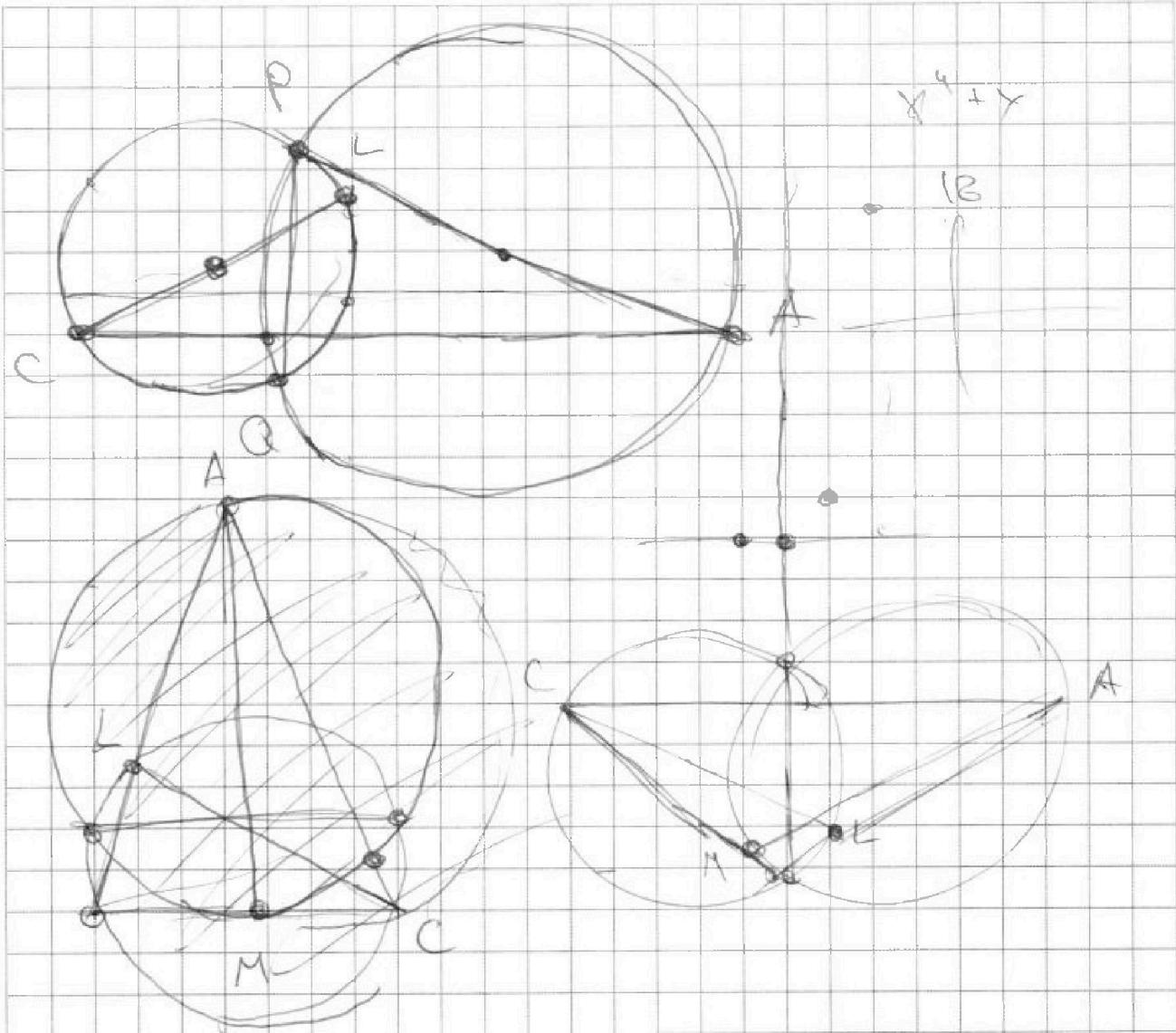


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$$

$$x, y \geq 0 \quad t_1 = \sqrt[4]{y}$$

$$t_2 = \sqrt[4]{x}$$

$$4t_1^8 + t_1^4 + 5t_1 = 4t_2^8 + t_2^4 + 5t_2$$