



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Дано:

а - арифм. прогр.

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_4 = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = (-3x^2)$$

Решение:

$$1) a_4 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

2) находим Р - разность нашей прогрессии

$$3) \text{Понимаю } a_4 = a_5 + 2P, a_{11} = a_5 + 6P, a_{11} = a_4 + 4P$$

$$4) a_{11} - a_4 = 4P : -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = 4P$$

$$5) 2(a_7 - a_5) = 4P : 2(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = 4P$$

$$6) -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$0 = 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 \quad | : 3$$

$$0 = x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$0 = (x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6)$$

$$0 = (x-2)(x-2)(x^2 - 4x - 3)$$

$$\text{или } (x-2)(x-2)(x+1)(x-3)$$

7) Заметим, что $a_7 > 0, a_{11} \leq 0 \Rightarrow a_5 \geq 0$ м.к. арифм. прогр. однотонна.

8) Доставим получ. X : $x_0 = 2; x_1 = 2 + \sqrt{7}; x_2 = 2 - \sqrt{7}$

Образ x_0 :

$$a_5 = 30$$

$$a_7 = (4 - d)^2 = 16 \quad | 2P = -14 \Rightarrow P = -7$$

$$a_{11} = -3 \cdot 4 = -12 \quad | 4P = -28 \Rightarrow P = -7$$

$x = 2 - \text{недодел}$

x_1 :

$$a_5 = 12 + 6\sqrt{7} + 18 = 30 + 6\sqrt{7} \quad | 2P = -21 - 6\sqrt{7} \Rightarrow P = -10,5 - 3\sqrt{7}$$

$$a_7 = (4 + 4\sqrt{7} + 7 - 8 - 4\sqrt{7})^2 = 9 \quad | 4P = -42 - 12\sqrt{7} \Rightarrow P = -10,5 - 3\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(4 + 4\sqrt{7} + 7) = -39 - 12\sqrt{7} \quad | 4P = -42 + 12\sqrt{7} \Rightarrow P = -10,5 + 3\sqrt{7}$$

$x = 2 + \sqrt{7} - \text{недодел}$

x_2 :

$$a_5 = 12 - 6\sqrt{7} + 18 = 30 - 6\sqrt{7} \quad | 2P = -21 + 6\sqrt{7} \Rightarrow P = -10,5 + 3\sqrt{7} \quad | x = 2 - \sqrt{7} - \text{недодел}$$

$$a_7 = (4 - 4\sqrt{7} + 7 - 8 + 4\sqrt{7})^2 = 9 \quad | 4P = -42 + 12\sqrt{7} \Rightarrow P = -10,5 + 3\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(4 - 4\sqrt{7} + 7) = -39 + 12\sqrt{7} \quad | 4P = -42 - 12\sqrt{7} \Rightarrow P = -10,5 - 3\sqrt{7}$$

Ответ: $x = 2; x = 2 + \sqrt{7}; x = 2 - \sqrt{7}$ недодел.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) Других корней нет т.к. Все они должны быть. П 4, 5, 6 #, а
мы нашли все решения ур -нее из П.6. => мы нашли все
корни.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2:

Дано:

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

Найти:

$$14x + 7y - \min = ?$$

Решение:

1) Две неравенства решения:

$$\begin{aligned} \cdot |4x - 3y| \leq 6 &\Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y \geq -6 \\ 4x - 3y \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1,5 + \frac{3}{4}y \\ x \leq 1,5 + \frac{3}{4}y \end{cases} \\ &\Rightarrow x \in \left[-1,5 + \frac{3}{4}y; 1,5 + \frac{3}{4}y\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot |3x - 4y| \leq 8 &\Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y \geq -8 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y \\ x \leq 2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y \end{cases} \\ &\Rightarrow x \in \left[-2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y; 2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y\right] \end{aligned}$$

$$x \in \begin{cases} \left[-1,5 + \frac{3}{4}y; 1,5 + \frac{3}{4}y\right] \\ \left[-2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y; 2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y\right] \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

2) $14x + 7y = 7(2x + y)$ => если мы хотим, чтобы выражение $14x + 7y$ было мин, то это будет виникаться при $2x + y - \min$. $\textcircled{11}$

3) Найдем, для каких y может виникнуться $\textcircled{1}$:

$$\begin{aligned} 1,5 + \frac{3}{4}y &\leq -2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y \\ 1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} &= \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)y \Rightarrow \frac{6}{4} + \frac{8}{3} = \frac{5}{12}y \Rightarrow \frac{18+32}{12} = \frac{4}{12}y \Rightarrow \frac{50}{12} = \frac{4}{12}y \Rightarrow y = \frac{50}{4} \end{aligned}$$

$$-1,5 + \frac{3}{4}y = 2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y \Rightarrow -\frac{6}{4} - \frac{8}{3} = \frac{5}{12}y \Rightarrow y = -\frac{50}{7} \quad -\frac{50}{7}, \frac{50}{7}$$

Мы сделали это ~~дело~~, посмотрев на границы. $\Rightarrow y \in [-\frac{50}{7}, \frac{50}{7}]$ $\textcircled{11}$

и) Найдем, что две наимого значение y , выражение $\textcircled{11}$ явн. мин, при наименьшем x , наименьшем возможном x при y условии $\textcircled{11}$

$x = \max(-1,5 + \frac{3}{4}y; -2\frac{2}{3} + \frac{4}{3}y)$, очевидно, что если меньше y , тогда меньше x \Rightarrow вин. мин при $y = -\frac{50}{7}$ $x = -1,5 + \frac{3}{4} \cdot (-\frac{50}{7}) = -\frac{50}{7}$

$$x = -1,5 - \frac{150}{28} = -\frac{42}{28} - \frac{150}{28} = -\frac{192}{28} = -\frac{96}{14} = -\frac{48}{7}$$

$$x = -\frac{6}{4} - \frac{150}{28} = -\frac{28}{28} - \frac{150}{28} = -\frac{178}{28} = -\frac{89}{14} = -\frac{48}{7}$$

$$2x + y = -\frac{96}{7} - \frac{50}{7} = -\frac{146}{7} = -20.857142857142857 \quad 14x + 7y = -146$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Найдем, подходит ли $y = -\frac{50}{7}$, $x = -\frac{48}{7}$ в нач. усе. :

$$\left| -\frac{102}{7} + \frac{150}{7} \right| = |-6| \leq 6 \quad (\checkmark)$$

$$\left| -\frac{144}{7} + \frac{200}{7} \right| = |-8| \leq 8 \quad (\checkmark)$$

Ответ: $14x + 9y - \min \quad \text{---} = -146 \quad \blacksquare$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

Найти

$(m; n)$: ~~1111111111111111~~

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n & 13p^2 \\ B &= m^2n - mn^2 + 3mn & 3q^2 \end{aligned}$$

Решение:

~~1111111111111111~~

1) $B = m \cdot n (m - n + 3)$ ①

2) $A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$ ②

3) ~~Поскольку, что если A или $B = 13p^2$ или $3q^2$, то p и q должны быть простыми числами. Тогда для A и B может быть только 3 простых числа.~~

4) ~~Поскольку m и n - простые числа при чём одна из них равна единице. Если $m=n$, то $B = 3m^2$, если $m=n+3 \Rightarrow n=3 \Rightarrow B = 3m^2$, если $n=m-n+3$, то $2n=m+3$, а т.к. m, n - простые, то $m=13$ или $m=3 \Rightarrow 2n=16 \Rightarrow n=8$ - не может быть \Rightarrow подходит только $m=n=3$, и тогда $B = 3m^2$~~

• Если m, n и $m - n + 3 = 1$, то

$$m = 1$$

$$B = 4$$

$$B = 3$$

$$B = n(4-n) = 4n-n^2 \Rightarrow n \in \{1, 2, 3\}, \text{ но } n \neq 3, \text{ так как } n \neq 1$$

$$n = 1$$

$$B = m(m-2) = m^2 - 2m \Rightarrow \begin{cases} B = 1 \\ B = 3 \end{cases}$$

3) ~~Поскольку, что если $A = 3q^2 = (m-n)(m-n+9)$, то $m-n \neq 3$ и $m-n+9 \neq 3$, но если $m-n \neq 3$, то и $m-n+9 \neq 3$ (наоборот т.к. $9 \neq 3$) $\Rightarrow A = 3q^2 = 3k \cdot 3 \Rightarrow q^2 = k \Rightarrow q = 3 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow A = 27$, но k не может быть 3, так как мы можем получить $A = 27 = k(k+9) = 3^3 = 3k = 1, 3, 9$ или $-1, -3, -9$, $(k+9) = 1, 3, 9$ или $-1, -3, -9$, но если $m-n \neq 3$ то никаких чисел не может быть k и $k+9$ в \mathbb{Z} удовл. условию, т.к. они отличны от 3, а среди $-1, -3, -9, 1, 3, 9$ нет чисел отличных от 3. на 9 $\Rightarrow A \neq 3q^2 \Rightarrow A = 13p^2 \Rightarrow B = 3q^2$~~

4) ~~Из 1, 2 получаем, что $(m-n) : 13$ или $(m-n+9) : 13$, т.к. $m : 3$ или $n : 3$ или $(m-n+3) : 3$, причем если $(m-n+3) : 3$, то и $m-n : 3$ и $(m-n+9) : 3 \Rightarrow A : 9 \Rightarrow A = 13 \cdot 9 = 117$, при этом $B = 3q^2 = m \cdot n \cdot 3 \ell \Rightarrow m \cdot n \cdot \ell = q^2$~~

$$\begin{cases} m-n = 13 \cdot 9 \\ m-n+9 = 13 \cdot 9 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Покажем, что $m > n$, т.к. если $m = n$, то $A = 0$, если $m < n$, то $A > 0 \Rightarrow m - n + 9 < 0 \Rightarrow m - n + 3 < 0$, а $m, n > 0$ но это $\Rightarrow *$

6) (Уз П.5) Покажем, что если $m > n$, то $(m-n+9) > 9$, $(m-n) \geq 1$
 $(m-n+3) \geq 4$ т.к. максимум наше при $m > 1$

7) Покажем, что если $B = 3q^2$, то число $m : 3$, число $n : 3$ число $(m-n+3)$
если $(m-n+3) : 3$, то $(m-n) : 3$ и $(m-n+9) : 3$ тогда имеем $(m-n) = 3l$
 $A = 13q^2 = 9l(l+3)$

$\overbrace{l(l+3)}^{13} = 13$ не является кратным 6 $\Rightarrow -s(m-n+3)/3$.

$\Rightarrow m : 3$ число $n : 3$ при этом $(m-n) / 3$

8) $B = m \cdot n \cdot (m-n+3) = 3q^2$ если $n : 3$, то $n = 3s$
 $B = m \cdot 3s(m-3s+3) = 3q^2$
 $m \cdot s(m-3s+3) = q^2$
 $m - \text{крайний прост}$, $(m-n+3)$ тоже крайний прост $\Rightarrow S = 1$
 $m \cdot (m) = q^2 \Rightarrow m = q$, $n = 3s$
если $m : 3$, то $m = 3r$
 $B = 3r \cdot n(3s - n + 3) = 3q^2 \Rightarrow r \cdot n(3s - n + 3) = q^2$

$n = 1 \Rightarrow 2(3s+2) = q^2$
~~Был бы~~
~~не кратно~~
 $6 \nmid Z$

$r = 1$
 $n(6-n) = q^2$
~~Был бы~~
~~не кратно~~

Наше условие $n = 3$, $m = q$ — это B .

9) Показываем на A : $q > 3$ (Уз П.5) док. B

$A = 13p^2 = (m-n)(m-n+9) \Rightarrow (m-n) : 13$ число $(m-n+9)$
если $m-n : 13$

$q-3 : 13$ q — прост., $q \geq 3 \Rightarrow q-1, 2 = q-3$ — прост.

$\Rightarrow q-3 : 13, 2 \Rightarrow p = 2$, максимум значение, что $(m-n+9) > (m-n) \geq 1 \Rightarrow$
 $(m-n+9)$ крайний прост $\Rightarrow m-n+9 = 2$, это не является биком т.к. $(m-n) > 0$.

$q = 7 \quad A = (7-3)(7-3+9) = 13 \cdot 4 \Rightarrow (\text{нога})$

$\frac{(m-n+9)}{13} : 13 \quad (q+6) : 13 \quad \Rightarrow q > 7 \Rightarrow (q+6)$ больше, чем прост (иначе
 $A = (q-3)(q+6) = q^2 + 3q - 18 = 13p^2$ $\frac{\text{биком прост. гипот.)}}{\text{биком прост. гипот.)}}$)

$$A = (q-3)(q+6) \text{, } q+6 \text{ \textit{дополнение к} } m \text{ \textit{наст}} = 3 \text{ } q - 3 - m \text{ \textit{наст}}$$

$$(q+6) = 13 \cdot m : A = 13 \cdot m \cdot (q-3) = 13p^2 = 3 \cdot m(q-3) = p^2 \\ m \neq 1, m > 1 \quad m \text{ xomeotn whoem}$$

(Annahme: $m = g = 1$, $n = 3$)

в xcombe nfacem
~~q-3~~: $q > 7$, q - nfac.
 $\Rightarrow q - 11 \cdot 2 \Rightarrow q - 3 - \text{rem}$, $q - 3 > 4 \Rightarrow$
 $q - 3 - \text{餘り数 remainder} \Rightarrow$
 $m(q-3) \neq P^2 \Rightarrow q \leq 7 \Rightarrow q = 7$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Дано:

$$l \parallel AX$$

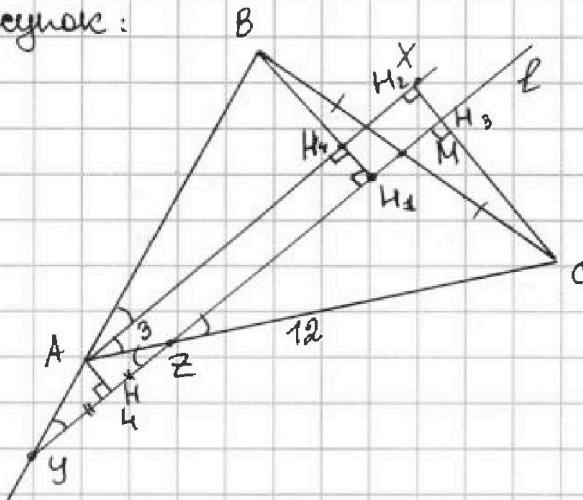
$$|AZ| = 3$$

$$|AC| = 12$$

$$|YZ| = 4$$

$$|BC| = ?$$

Рисунок:



Решение:

- 1) П.к. $l \parallel AX \Rightarrow \angle BAX = \angle BYZ$, $\angle CAZ = \angle AZY = \angle BAX \Rightarrow \triangle YAZ - h/ \delta$ (по признаку $\angle \angle$)
- 2) Изог. найдем высоту h $\triangle YAZ$, где из $\{A\}$: По Th. Эйфранда и сб-бы $h/\delta \triangle AH = \sqrt{AZ^2 - YZ^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$
- 3) Изог. \perp из $\{B\}$ на l , получим $\{H_2\}$ и из $\{C\}$ на AX , получим $\{H_3\}$, обозначим за $\{H_2\}$ и $\{H_4\}$ пересеч. CH_2 с l и BH_1 с AX соответственно.
- 4) $\angle AZY = \angle M \geq C$ как вертикальные $\Rightarrow \triangle H_2C \sim \triangle H_2CA$ по h -бы 3x умножение k_1 подобие $= \frac{C}{AC} = \frac{AC - AZ}{AC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = k_1$
- 5) $\triangle BAH_4 \sim \triangle BYH_1 \Rightarrow \triangle ABH_4 \sim \triangle YBH_1$ по h -бы 3x умнож., k_2 подобие $= \frac{BY}{BH_1}$
- 6) Изог. $|H_1H_4| = |AH_1| = |H_2H_3| = \sqrt{5}$, $|H_2C| \cdot k_1 = |H_2C| = |H_2C| - |H_2H_3|$
 $|H_2C|(k_1 - 1) = -|H_2H_3| = -\sqrt{5} \Rightarrow |H_2C| = \frac{-\sqrt{5}}{k_1 - 1} = 4\sqrt{5} \Rightarrow |H_2C| = 3\sqrt{5}$
- 7) $\angle BMH_1 = \angle CMH_3 \Rightarrow \triangle BH_1M = \triangle CH_3M$ по 2м умнож (изог $\angle BMH_1 = \angle CMH_3$ и прямолиней.) и стократ ($|BM| = |MC| = \frac{1}{2}|BC| \Rightarrow |CM| = |BM| = 3\sqrt{5}$)
- 8) $|BH_4| = |BH_1| - |H_1H_4| = 2\sqrt{5}$.
- 9) Из П. 3, 8, $k_2 = \frac{8\sqrt{5}}{5\sqrt{5}} = \frac{8}{5} \Rightarrow BY \cdot k_2 = AB \cdot k_2, |AB| = \frac{8}{5} |BY| - |AY|$
 $|BY| \cdot \frac{2}{3} = |BY| / |AY| \Rightarrow -\frac{2}{3} |BY| = -|AY| \Rightarrow |BY| = 9 \Rightarrow |AB| = 6$
- 10) По Th. Эйфранда в $\triangle ZCH_3$: $|ZH_3| = \sqrt{|ZC|^2 - |CH_3|^2} = \sqrt{81 - 45} = \sqrt{36} = 6$.
- 11) По Th. Эйфранда в $\triangle YBH_1$: $|YH_1| = \sqrt{|YB|^2 - |BH_1|^2} = \sqrt{81 - 45} = \sqrt{36} = 6$.
- 12) $|H_1H_3| = 2|H_1M| = |YH_3| - |YH_1| = |YZ| + |ZH_3| - |YH_1| = 4 \Rightarrow |H_1M| = 2 = |MH_3|$
- 13) По Th. Эйфранда в $\triangle CMH_3$: $|CM| = \sqrt{|MH_3|^2 + |CH_3|^2} = \sqrt{4 + 45} = \sqrt{49} = 7$.
- 14) $|CM| = \frac{1}{2}|BC|$ (по огн.) $\Rightarrow |BC| = 2|CM| = 14$.

Ответ: $|BC| = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

Решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30} - x - y \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

Решение:

$$1) 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{y} + y$$

$$4x^4 + 5\sqrt{y} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y$$

$$4x^4 - 4y^4 = (2y^2 + x^2)(2y^2 - x^2) \quad 4(x^4 - y^4) = 4(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$$

ОДЗ: (по картечке):

$$x \geq 0; y \geq 0 \quad x \geq 0$$

$$y \geq -6; y \leq 5 \Rightarrow y \in [0; 5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Bagna C

Dano:

rebaugham 9x9

Wpacuhas - ?

Pucynax.

Geneva

1) Напишите, что было у вас в машине пакетов 100 (последние не necessario: ~~нужно писать~~ бралась с собой машиной на 10, сейчас 10)

2) Многа посмотрим, сколько же способов нет чтобы выбрать 2 узла из n . Давно известно: $\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950$ или, можно выразить (двоичными раскраски более очевидным образом)

3) Меню геометрических поворотов: они будут совершаться относительно центра неевклидовой симметрии квадрата (пересеч. диагональ) на 90° , оно будет, что при повороте вращения транспонировать (храняя неподвижных, их ил. называем ганке) или будут получать расширение отверстий. Для коэффициента $\Rightarrow N' = \frac{N}{n}$ (мн. поворотом осузы - симметрии).

4) Теперь поймем, что если - будем раскраски, переворачивая ее
 в сбоку при перевороте на π , где $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{3}$ мыши пробегают нам
 т.к. у нас красимся 2 ~~одинаковых~~ угла, а значит 2 мыши переведут ~~раскраску~~
 наше первоначальное видение их раскрас. от центра было одинак. и ~~где~~ ^{где} мы
 поменяли углы между нами. из центра симметрии. Даже 180° , иначе
 они при этом перевороте переведут мышь на свое же место, но
 никак однозначенно не назовутся раскраска.

5) Кан - бо распределен нерг. нег (Г.4) - велосипеды 50шт
 т.к. каждого из них соотв. колесо 1 смес. колесо анти. центра =
 в N шт распределен 50 таких распредел. то для этого нужно
 колеса т к. колесом на π и на $\frac{3\pi}{2}$ гаечные болты получ.
 более распредел. $\Rightarrow N' + \frac{n}{4} = \text{шт} = \frac{100 \cdot 99}{8} + 12.5 = 1260$

Dmber: $N_{\text{packagor}} = 1250$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7

Дано:

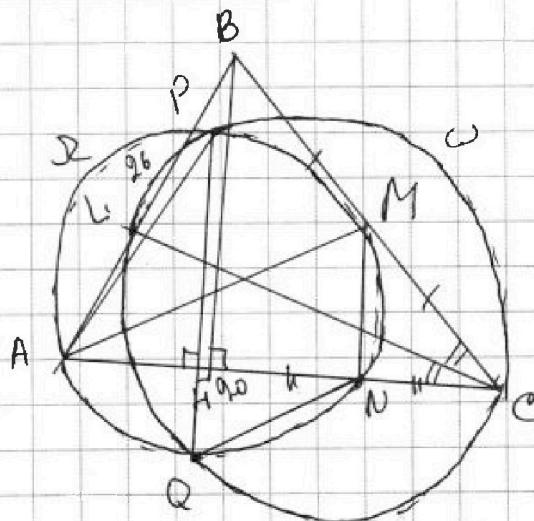
$$AP = 20$$

$$AB = 26$$

$$AC = ?$$

$$BC = ?$$

Рисунок:



Решение:

1) $MN \perp AC$ т.к. $\angle ANM$ остр. та доказательство $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$

2) $\angle MNC = \angle ANM = 90^\circ = 110 - \angle ANM$

3) $\triangle BNC \sim \triangle MNC$ по 2м условия подобия $= \frac{1}{2}$

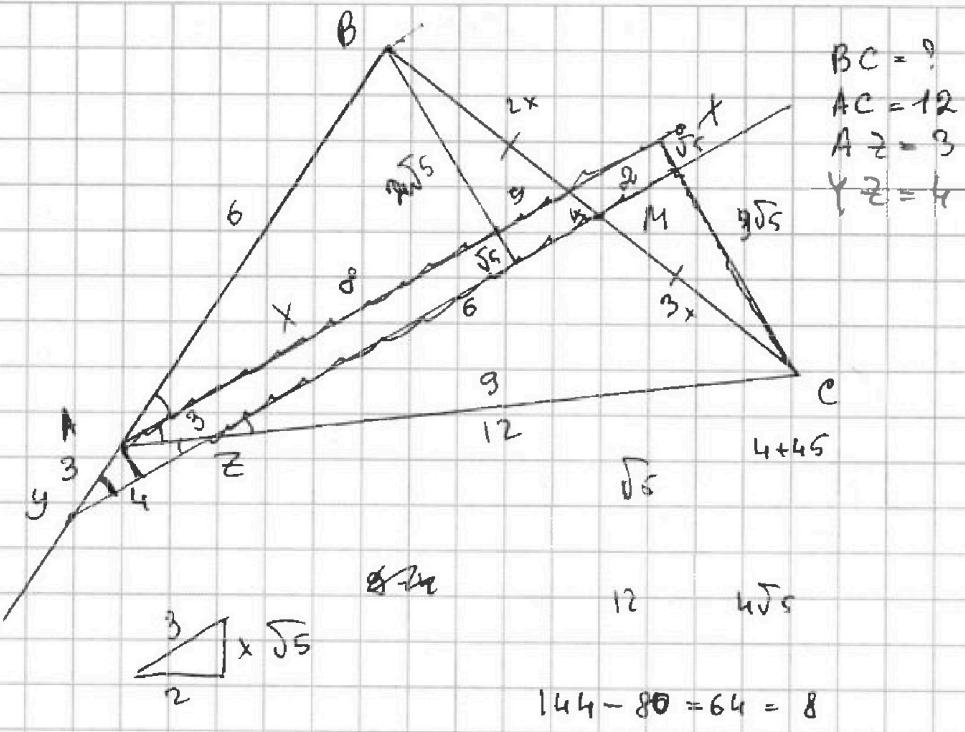
4) ~~110 - 90 = 20~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

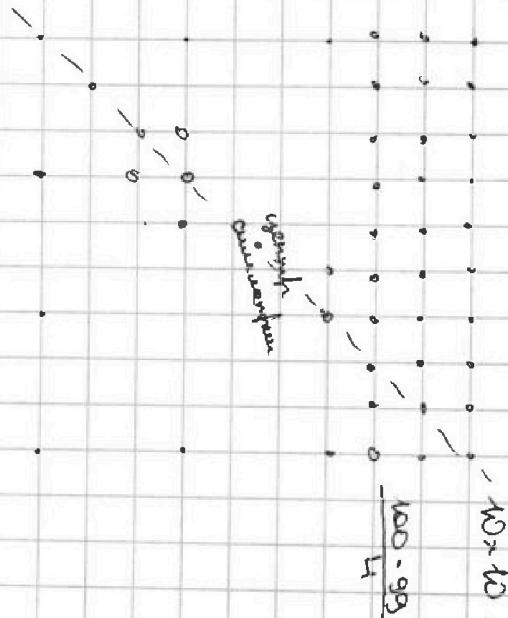
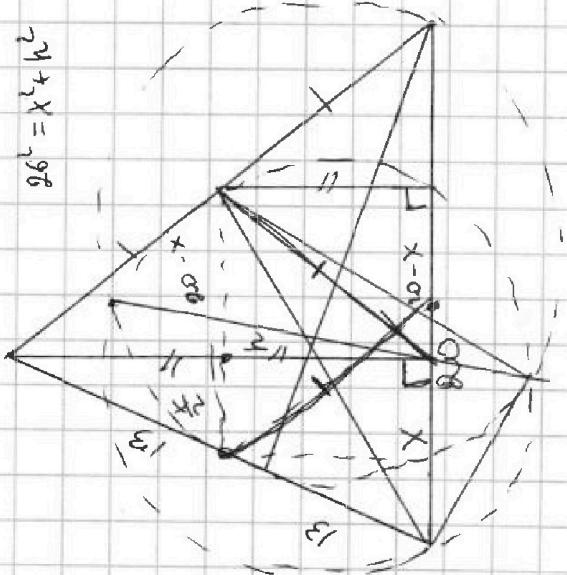
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



§1 -

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{5} = 4y^4 - 5\sqrt{5}x + y \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \quad (x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = \\ & x^4 - 2x^3 - 6x^3 + 12x^2 + 5x^2 - 10x + 6x - 12 \\ & - 6x^3 + 12x^2 + 5x^2 - 10x \\ & + 6x - 12 \end{aligned}$$

$$= x^4 - 2x^3 - 6x^3 + 12x^2 + 5x^2 - 10x + 6x - 12$$

$$\begin{aligned} & x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \\ & x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x \\ & - 3x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x - 3 \\ \hline 4 \pm \sqrt{16+12} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2d \\ \hline x \\ \hline 56 \\ 14 \\ 196 \end{array}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{16-9}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\begin{aligned} & |-36 - 30| \leq 6 \\ & | -27 + 40 | \end{aligned}$$

$$x = \max\left(-1, 5 + \frac{3}{4} \cdot \frac{-50}{7}\right)$$

2•3 (2)

$$\begin{aligned} & |4k + 30| \leq 6 \\ & |3k + 40| \leq 8 \end{aligned}$$

$$x = \max\left(-1, 5 + \frac{3}{4} \cdot -\frac{50}{7}\right)$$

$$-\frac{42}{7} = -6$$

$$13 \cdot 9 = 90 + 27$$

$$48 \cdot 2 = 96 \quad \left| -\frac{192}{4} + \frac{150}{4} \right| \leq 6$$

$$117$$

$$48 \cdot 4 = 192$$

$$48 \cdot 3 = 144 \quad \left| -\frac{144}{4} + \frac{120}{4} \right| \leq 8$$

$$-56$$

$$\begin{array}{l} P \\ A = 13q^2 \\ A = 13 \cdot 4^2 \\ A = 208 \end{array}$$

$$A = 13q^2 = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = 3p^2 = m \cdot n \cdot (m-n+3)$$

$$A = 9k(k+3)$$

$$\begin{aligned} k+k+3k &= 13 \\ 3k+3k &= 13 \\ 6k &= 13 \\ k &= \frac{13}{6} \end{aligned}$$

$$k = 13 - 42$$

$$B = m \cdot n \cdot (m-n+3) = 3q^2$$

$$A = (m-n)(m-n+9) = 13q^2$$

$$\begin{array}{l} 13 \\ m-n:13 \\ m-n+9:13 \\ \hline m:3 \\ n:3 \\ m-n:3 \end{array}$$

$$B = m \cdot n \cdot (m-n+3) = 13p^2$$

$$A = (m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$:3 \quad :3$$