



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_3 = -6x^2$$

из при арифм. прогрессии:

$$\frac{a_4 - a_1}{a_3 - a_1} = 3 \Rightarrow \frac{-6x^2 - 12 + 12x}{(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x}$$

$$\Rightarrow \cancel{3}((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = \frac{\cancel{3}(x^2 - 2x + 1)}{-2}$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x(x^3 + 8x^2 + 18x) = 8$$

$$x(x^2 + 8x + 18) = 8$$

$$x(x + 4 + x(x + 4)) + 2(x + 4) = 8$$

$$\Rightarrow x(x(x + 4) + 4)(x + 4) = 8$$

$$x(x^2 + 4x + 2)(x + 4) = 8$$

$$x(x + 4)(x(x + 4) + 2) = 8$$

$$\Rightarrow x(x + 4) = a$$

$$a(a + 1) = 8$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a = -4$$

$$a = 2$$

~~11-12x-6x^2=0
x^2+x-2=0
x=-2+1
x=-4~~

$$x(x + 4) = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = -2$$

$$x(x + 4) = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 + 2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

отв. при $x = 2$

$$a_4 - a_1 \neq 0, a_3 - a_1 \neq 0$$

$$\begin{aligned} 11 - 12x - 6x^2 &= 0 \\ (x^2 + 4x)^2 &= 16 \\ 8x^2 &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 26 & 46 & & & & & & \\ 16 & & & & & & & \\ 24 & & & & & & & \end{array}$$

Решения $x = -1; x = -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

два неравенства с двумя переменными

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow |3x - 2y| \leq 4 \quad \text{или}$$

найдем экстремальные значения

$$1) \quad 2x \geq 3y \Rightarrow 2x - 3y = 6$$

$x \geq \frac{3}{2}y$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

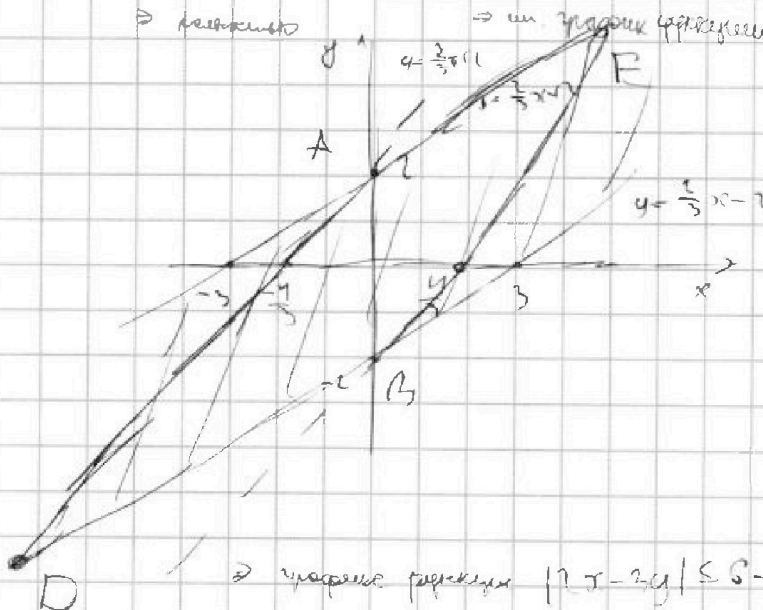
или

при максимуме x

$$x \geq \frac{3}{2}x$$

\Rightarrow максимум

\Rightarrow минимум функции



$$\begin{aligned} & 2 \cdot \frac{-14}{9} - 3 \left(\frac{16}{9} \right) \\ & = \frac{-28}{9} - \frac{48}{9} \\ & = \frac{-76}{9} \end{aligned}$$

$$2x - 3y = 6 \Rightarrow 2x - 3y = 6 \Rightarrow \frac{2x}{3} = \frac{3y+6}{3}$$

$$3y = \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{или } \forall x, \quad x \leq \frac{3}{2}y$$

\Rightarrow максимум при $x = 3$

$$\Rightarrow \text{знак при } |2x - 3y| = 6$$

отделим по осям на две части от нуля

\Rightarrow при $x \geq 0$ и $y \geq 0$

$$\text{знаки } \geq 6, \leq 6, \text{ и } |2x - 3y| \leq 6$$

$$\text{на } y \Rightarrow \text{при } x = 0; y = 3$$

$$|2x - 3y| = 9 \geq 6 \Rightarrow$$

$$\text{В обратном случае } |2x - 3y| \geq 6$$

(Вместо максимума)

\Rightarrow максимум функции $|2x - 3y| \leq 6$ - максимум на границе области

или, наоборот для $|3x - 2y| \leq 4$, отсюда $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x - 1 \\ y = \frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$ при $x = 0; y = 3$

$|2x - 3y| = 6 - 4 \Rightarrow$ ч. функции $|3x - 2y| \leq 4 \Rightarrow$ максимум между функциями.

находим значения функции на всех вершинах области

пересекаться в том месте: $DEAB, A = (0; 2) \quad B = (1; -2)$

$D: \text{найдем точку } D: \frac{3}{2}x + 1 = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow \frac{2-4}{6}x = -4 \Rightarrow x = \frac{-24}{-6} = 4, y = \frac{-24}{10} + 1 = \frac{-24 + 10}{10} = \frac{-14}{10} = -1.4$

$E: x = \frac{24}{9}, y = \frac{32}{10} \Rightarrow$ от $A(0; 2) B(1; -2)$

Все точки функции макс - и если максимум $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$

\Rightarrow максимум при D, x и y минимальны \Rightarrow минимум $10x + 9y$

\Rightarrow или $10x + 9y = -51 - 26 = -77$ ответ: -77



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(m, n)

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 7n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = m^2 n - 7mn^2 - 7mn \quad 19p^2, 15q^2 \quad p \text{ и } q - \text{н.ч.}$$

$$mn(m-2n-7)$$

$$\Rightarrow A = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = mn(m-2n-7) \quad \text{н.р. } B = 15q^2 / 17p^2$$

н.ч. - делит m и n . m и n - н.ч.

$$m > 2n+7 \Rightarrow m-2n > 7, \text{ следовательно } 7 \text{ делит } m-2n = x$$

$$\Rightarrow A = (x+13)x = 15q^2 / 17p^2 \quad \text{н.р. } p \text{ и } q \text{ взаимно просты}$$

решение B:

1) $x+13 = 15q^2$
 $x = 1 \times q - \text{н.ч.}$

2) $x+13 = 17p^2$
 $x = 1$
 $x = 17p - \text{н.ч.}$

3) $x+13 = 17p^2$
 $x = p$
 $\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 17$
 $\Rightarrow x = \frac{13}{16} - \text{н.ч.}$

4) $x+13 = 15q^2$
 $x = q$

$\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 15$
 $x = \frac{13}{14} - \text{н.ч.}$

5) $x+13 = 17$
 $x = p^2$
 $\Rightarrow p = 4$
 $p = 2 \checkmark$
 $m-2n = 4$
 m и n - взаимно простые

6) $x+13 = 15$
 $x = q^2$
 $x = 2$
 $\Rightarrow q - \text{н.ч.}$

7) $x+13 = p^2$
 $x = 14$
 $\Rightarrow p^2 = 30 \times$

8) $x+13 = q^2$
 $x = 15$
 $q^2 = 28 \times$

$\Rightarrow p = 2, x = 4 = m-2n$

$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4 = 17 \cdot 2^2$

н.ч. $m-2n = 4$

$2mn = 15q^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow m = 2n + 4$$

$$2(2n + 4)n = 15q^2$$

~~4~~ m, n, q — натуральные, m — четное, n — нечетное, $2(2n + 4)n$ — четное. \times
 m — нечетное, q — нечетное, $15q^2$ — нечетное.

$$\Rightarrow 2(2n + 4)n = 60$$

$$4n^2 + 8n - 60 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (n + 5)(n - 3) = 0$$

$n \in \mathbb{N}$, n — нечетное

$$n = 3, \Rightarrow m = 10$$

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 3) = 4 \cdot 17 = 2^2 \cdot 17$$

$$B = m(m - 2n - 2) = 10 \cdot 3 \cdot (4 - 2) = 60 = 15 \cdot 2^2$$

Ответ: $\boxed{\begin{matrix} m = 10 \\ n = 3 \end{matrix}}$



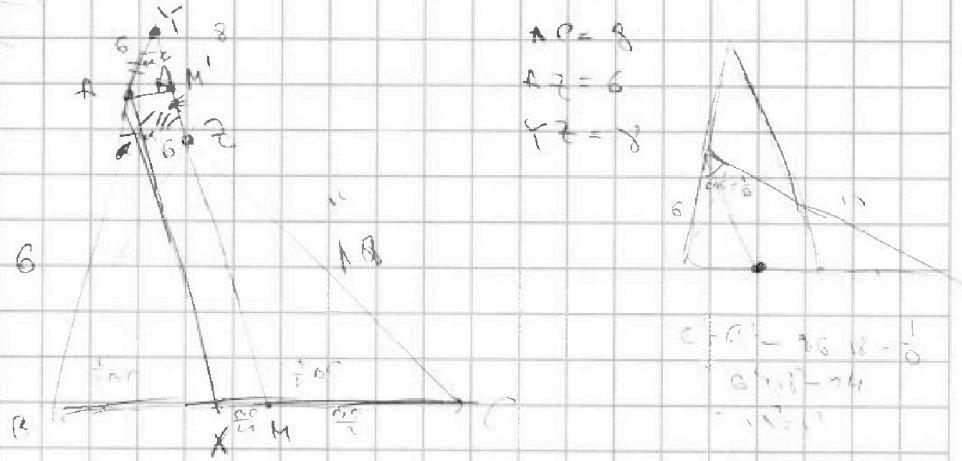
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle = 4$



$AX - \text{дуга} \Rightarrow (\angle BAX = \angle CAX, \text{т.к. } MZ \parallel AX), (\angle ZAX = \angle AZX = \alpha$

$\Rightarrow \angle AYZ = \angle BAX = \alpha \Rightarrow AZX = \beta$, $M' - \text{середина } AZ, \text{т.к. } \angle AZX = \beta$

$\triangle AM'Z - \text{век } \triangle AYZ \Rightarrow AZ = 2M'Z, \text{т.к. } \angle AZX = \beta$

$\Rightarrow 4 = 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{1}{9}$

~~$\sin 2\alpha = 2\cos \alpha \sin \alpha = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$~~

$\frac{1}{\cos 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$, $\text{т.к. } AC = 8, AZ = 6 \Rightarrow \frac{AZ}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow M'Z \parallel AX, \frac{M'Z}{CX} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{XM}{CX} = \frac{1}{3}$

$\frac{CX}{\frac{1}{3}BC} \Rightarrow BX = MC = \frac{BC}{2} \Rightarrow \frac{BC}{2CX} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CM}{CX} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow CX = \frac{3}{4}BC \Rightarrow BX = \frac{1}{4}BC$

$\Rightarrow \text{т.к. } AX - \text{дуга}, \frac{AB}{AC} = \frac{CX}{BX} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 6$

$\angle AZZ = \angle AYZ = 60^\circ \Rightarrow \angle BZZ = 90^\circ \Rightarrow BC = 2 \cdot MZ \cdot \cos$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{36 + 64 - 24} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$

$= \sqrt{18^2 + 6^2 + 24} = \sqrt{324 + 36 + 24} = \sqrt{384} = 2\sqrt{96} = 2\sqrt{16 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$

$8\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{384} = 8\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 8\sqrt{18} = 24\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AM'' = \frac{AB \cdot AS'}{A'B'} \rightarrow \sqrt{(s+p)^2 - 4x^2} = \frac{6 \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x} \quad | \cdot 2$$

$$(s+p)^2 - 4x^2 = \frac{6 \cdot (10+2x) \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x}$$

$$s+x=y$$

$$y^2 - 4(y-s)^2 = \frac{6(4y^2 - 36)}{(4y)^2}$$

$n: s$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$2xs + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^2 - 4\sqrt{3x} + 4y^2$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y})^2 (x+y) = \dots$

$$2xs + 4x^2 + \sqrt{3x} + 4 = 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$$

если $x \neq y$, все слагаемые $x^2, x, \sqrt{3x}$ монотонно возрастают.

$x > y \Rightarrow 2xs + 4x^2 + \sqrt{3x} > 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$

$\Rightarrow x \leq y$, аналогично $y \leq x \Rightarrow x=y$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + s = 2\sqrt{12-x-x}$$

$$(\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + s - 2\sqrt{(x+4)(3-x)})$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - s \quad | \cdot 2$$

$$7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 4(x+4)(3-x) - 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 15$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = a$$

$$7 - 2a = 4a^2 - 20a + 15$$

$$4a^2 - 18a + 8 = 0$$

$$a^2 - \frac{9}{2}a + 2 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$a = 3 \quad a = \frac{2}{3}$$

$s \geq -4$
 $x \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - 3 = 1 > 0$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \swarrow \text{св. } 3-4$$

$$\text{if } x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x+4 = \frac{-1 - \sqrt{13} + 8}{2} = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3-x} > \sqrt{4+x} \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} < 0$$

$$3-x = \frac{6+1+\sqrt{13}}{2} = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{if } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

н.р. $x > 0$, св. $3-4$, н.р. $\sqrt{13} < 5$, св. $x < 3$

$$\Rightarrow \text{корень } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$2) \sqrt{(x+4)(3-x)} = \frac{3}{2}, \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} < 0$$

$$(x+4)(3-x) = \frac{9}{4}$$

$$12 - x - x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + x - \frac{37}{4} = 0$$

$$x \Rightarrow 4x^2 + 4x - 37 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 16 \cdot 37}}{8} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{28}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} < 3$$

$$3 - \left(\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{6 - (-1 + \sqrt{28})}{2} = \frac{7 - \sqrt{28}}{2}$$

$$\text{с) } \frac{-1 - \sqrt{28}}{2}$$

св. $3-x > 4+x$
н.р. $x < 0 \Rightarrow x$

$$3 - 4 + \left(\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$$

Умножить

автом:

$$x = y = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$$

$$x = y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

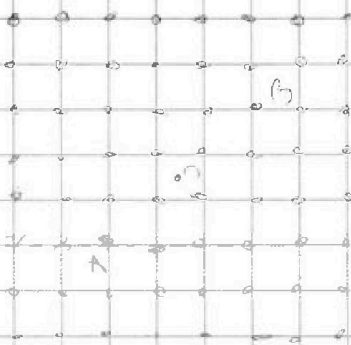
$$\sqrt{2x^2 - 4x + 2} + \sqrt{2x^2 - 4x + 2} = 2\sqrt{2x^2 - 4x + 2}$$

$n = 6$

каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов $8 \times 7 = 64$ возможных соединений:

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$$

число соединений (не учитываем обратные)



каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из 5 городов

$$\frac{64}{2} = 16 \Rightarrow \text{каждый из городов соединен с каждым из 5 городов}$$

\Rightarrow каждый из городов соединен с каждым из 5 городов

$$= 4x + 16 \cdot 2 = C_{64}^2 \Rightarrow x = \frac{C_{64}^2 - 32}{4}$$

$$\frac{C_{64}^2 - 32}{4} + 16 = \frac{C_{64}^2}{4} + 8$$

$$= \frac{21 \cdot 63 + 8}{4}$$

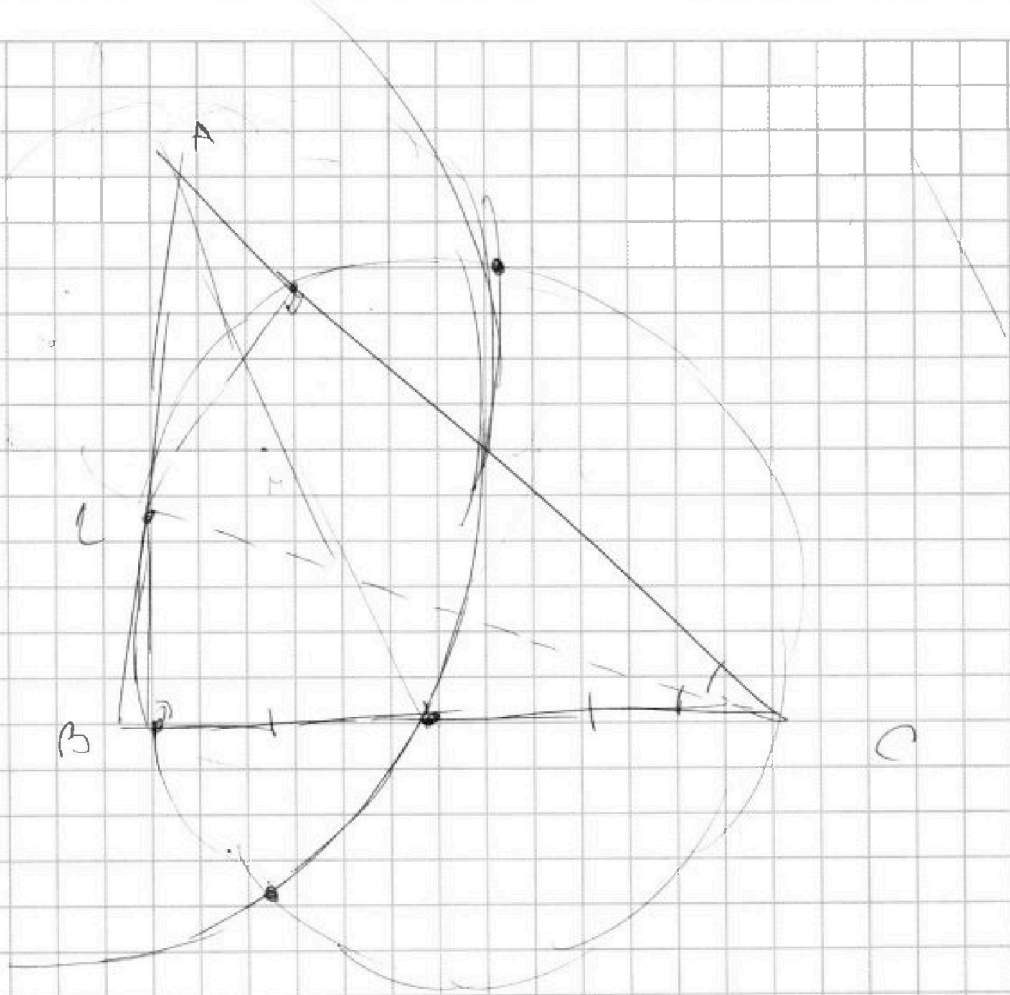


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



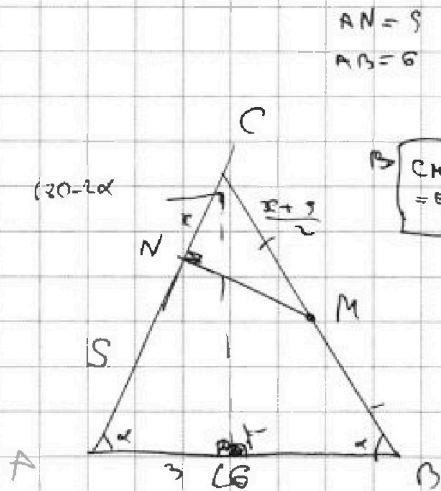


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AN = 5$ $CN = x$
 $AB = 6$ $\angle CNM = 90^\circ$

$\sin \alpha = \frac{CN}{MN} = \frac{x}{3}$
 $\cos \alpha = \frac{AN}{MN} = \frac{5}{3}$

$\cos \alpha = \frac{3}{x+5}$

$\cos(180-2\alpha) = \frac{2x}{x+5}$

$\cos \alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$= 2 \frac{9}{(x+5)^2} - 1$

$\Rightarrow \cos 180-2\alpha = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$
 $= \frac{2x}{x+5}$

$\Rightarrow \frac{2x}{x+5} = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$

$\frac{2x}{x+5} = \frac{(x+5)^2 - 18}{(x+5)^2}$ $x+5 \neq 0, (x>0) \Rightarrow$

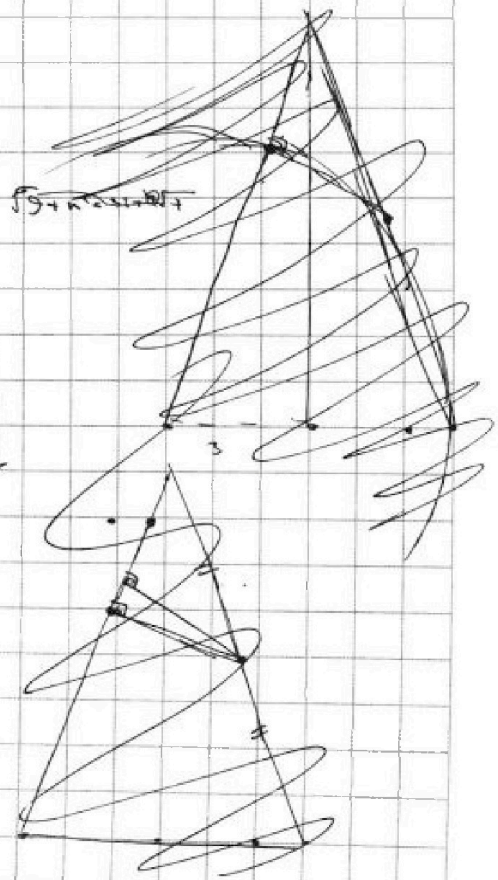
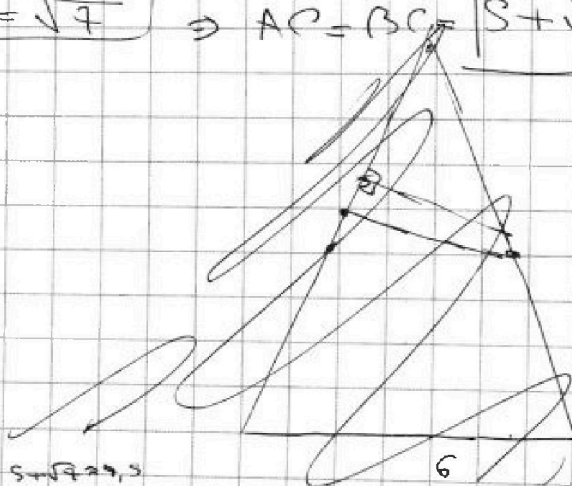
$2x = \frac{(x+5)^2 - 18}{x+5}$

$2x(x+5) = (x+5)^2 - 18$

$2x^2 + 10x = x^2 + 10x + 7$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



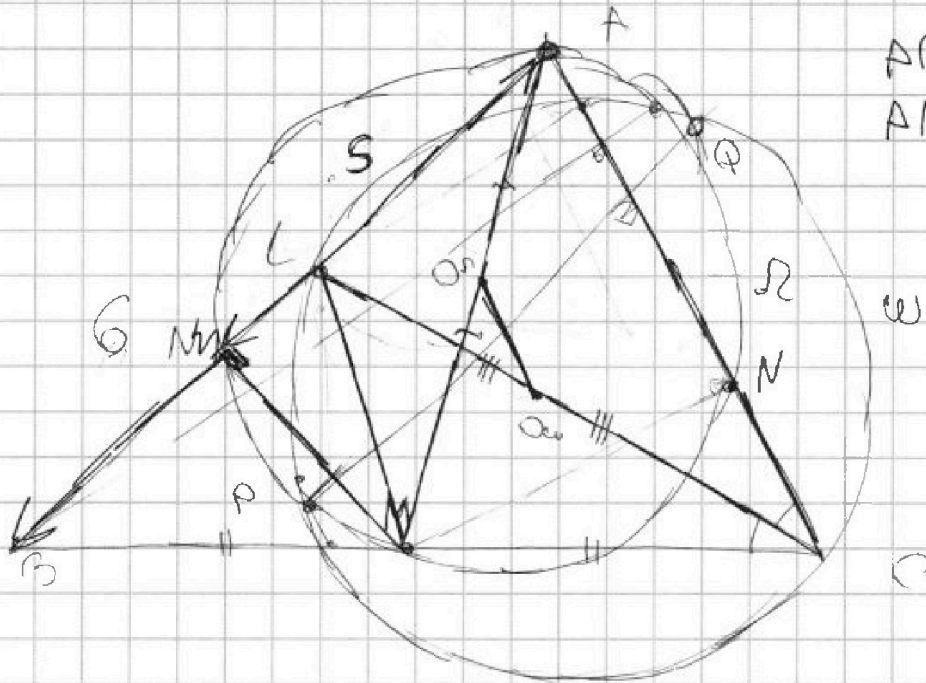


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AB=6$
 $AN=5$

и т. $PQ \parallel AB$, линия центров S и W \perp плоскости (касательная PQ)

$\Rightarrow O_1$ и $O_2 \perp$ обе на BC на $AC \Rightarrow O_1W$ и $O_2L \parallel AC$, O_1W - сгр. BC

O_2L - сгр. AM (и т. это диаметр)

и т. т. перпендикулярные векторы \vec{LM} и \vec{CA} , тогда, и т. O_1 и O_2

- сгр. BC и AC ось, $\vec{O_1W}$ и $\vec{O_2L} = \vec{AC} - \vec{LM}$ (из-за вект)

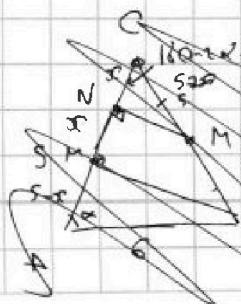
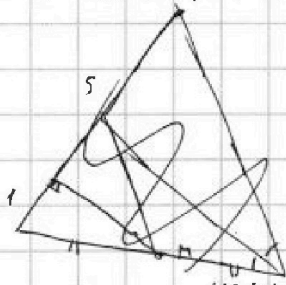
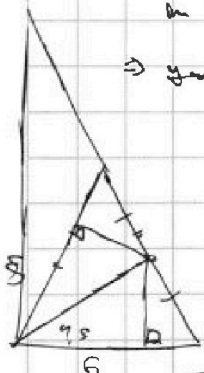
и т. $AC \parallel O_2L$ и O_1W , из этого следует, что $LM \parallel AC$

\Rightarrow еще N -ов. точка M на AB , перпендикулярная BC , и т. M - сгр. BC

и $LM \parallel AC$, L - сгр. AB и CL - дуга

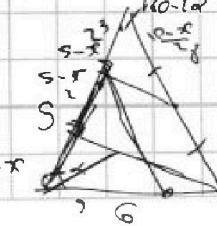
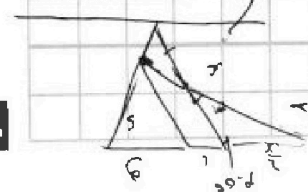
$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle LBC \Rightarrow BC = AC$, и AL - диаметр

$\Rightarrow AN = 6$, S $AB = 6$.



объем $\triangle ABC$ и $\triangle LBC$,
из подобия $\triangle ABC \sim \triangle LBC$
 $= 2x$, $\Rightarrow AN = 5$, $\Rightarrow AM = 5 - x$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5-x}{6}$
 $\angle ACB = 120^\circ$
 $\Rightarrow CN = x$, $CM = \frac{CA}{2}$
 $\Rightarrow \cos 120^\circ = \frac{5-x}{6}$
 $\Rightarrow \cos 120^\circ = \frac{5-x}{6}$

$$|2T| \sqrt{x^2 + 6x + 6} =$$



$$\frac{2x}{5+x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1: 2
 $\max(10x + 5y)$
 $\begin{cases} 7x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$

1) $2 \leq x \leq 2, y$ макс.

$7x - 3y \leq 2x - 3y$
 $3x - 2y \leq 3x - 4y$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \\ 7x - 3y \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2y+4}{3} \\ y \geq \frac{2x-6}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 5y \geq 10x - \frac{5}{3}(2x-4) \\ 10x + 5y \geq 10x + \frac{5}{3}(2x-6) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 17,5x - 10 \\ 10x - 10 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 5y \geq 10x - 10 \\ 10x + 5y \geq 10x + 10 \end{cases}$

В обоих случаях либо при $x=0$, и равен. -10
 или равенство строгое, и при $7x - 3y > 6$
 и $3x - 2y > 4$

\Rightarrow ОПРЕДЕЛЕНА область

$7x - 3y = 6$
 $3x - 2y = 4$
 $x = \frac{2y+6}{3}$
 $3 \cdot \frac{2y+6}{3} - 2y = 4$
 $2y + 6 - 2y = 4$
 $6 = 4$
 $x = 0$
 $y = 3$

$2 + 3 \cdot \frac{4}{3} = 6$
 $2 + 3 \cdot 1 = 6$
 $2 + 3 = 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

~~мощь~~ ~~выражения~~ ~~члены~~ ~~мощь~~ ~~интегралом~~ ~~привести~~ ~~-k~~

$$\Rightarrow 1 \text{ член} - 2 \text{ члена} = 2k = (x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x$$

$$1 \text{ член} - 2 \text{ члена} = 2k = \frac{6k}{4k} = \frac{-6x^2 - (x^2 + 4x)^2}{4k} = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$\Rightarrow \frac{4k}{2k} = 2 = \frac{-6x^2 - (x^2 + 4x)^2}{(x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x} \quad \text{числитель } \neq 0$$

$$2(x^4 + 16x^2 + 8x^3 - 12 - 12x) = -6x^2 - (x^2 + 16x^4 - 8x^3)$$

$$\frac{x^4(-6 - (x^2 + 4)^2)}{-6x^2 + 12x - 12}$$

$$3 = \frac{-6(x^2 - 2x + 2)}$$

$$\frac{(x^2 + 4x)^2 + 6x^2}{x^4} = x^2(x^2 + 4)^2 + 6$$

$$\frac{(x^2 - \frac{8}{x^2}) + 8(x - \frac{1}{x}) + 12}{x^4}$$

$$= x^2(x^2 + 8x + \dots)$$

$$x^2(x^2 + 4)^2$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^4(x^2 - 2x + 2)} = \frac{3}{x^4} = \frac{3}{x^4}$$

$$\frac{-6x^2 - 12 + 12x}{x^4} = -6(x^2 - 2x + 2)$$

$$-4x^4 + 8x - 8 = x^4 - 3x^3 - 22x^1 \approx -6(x^4) - x^2(x^2 + 4)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$= x^2(-6 - x^2 - 8x - 6)$$

$$= x^2(-x^2 - 8x - 12)$$

$$\frac{-6(x^2 - 2x + 2)}{x^4(x^2 - 2x + 2)} = \frac{3}{x^4} = \frac{3}{x^4}$$

$$-6x^2 = 6k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 120 - 2\alpha = -\cos 2\alpha$$

$$= -(2\cos^2\alpha - 1)$$

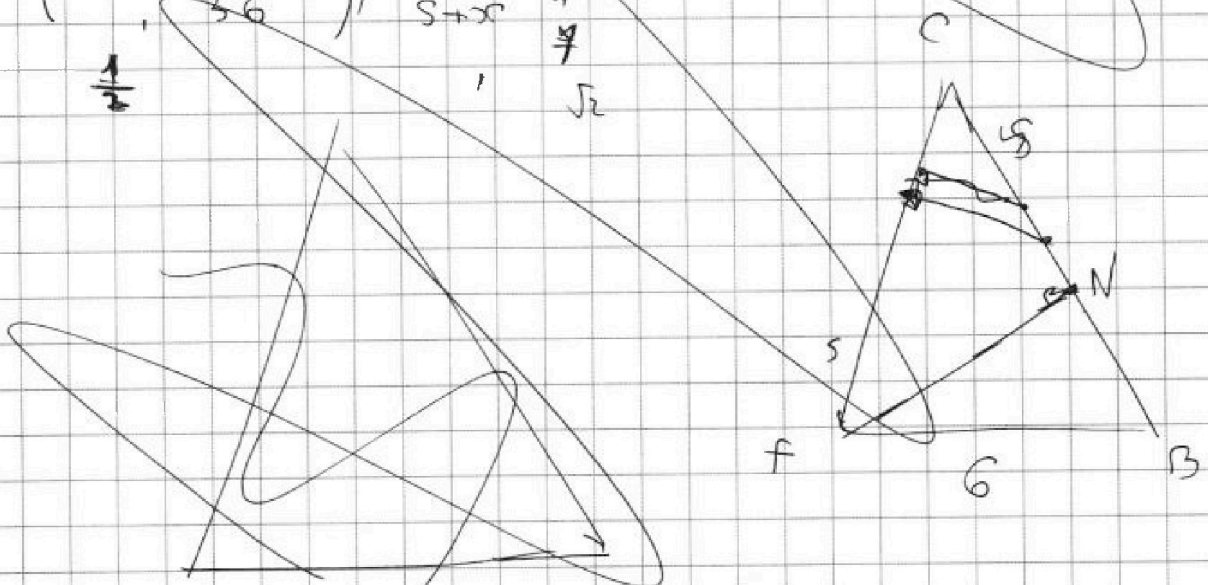
$$= -\left(\frac{2(5-x)^2}{36} - 1\right)$$

$$= \left(1 - \frac{2(5-x)^2}{36}\right) = \frac{2x}{5+x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{36 - 2(5-x)^2}{36} = \frac{2x}{5+x}$$

$$(36 - 5x - 2(10 + 10x + 5 - x)^2) = 72x$$



$$S+x = a$$

$$r_{A'} = r_{C'} = x$$

$\Rightarrow BC = S+S$ хорды BC на сфере $q_1 \Rightarrow CB' = S+x$
 $\text{т.к. } CB = CA = CB', \angle B'AB = 90^\circ$

$$BA' = 10 + 2x, AB = 6,$$

$$BA' =$$

AK'' по широте = дуге MB и по долготе = дуге AM

$$= 2MN, MN \text{ по шир. долг.} = \sqrt{\frac{(S+x)^2}{9} - x^2}$$

$$\Rightarrow AN'' = \sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

$$AN'' = \sqrt{10 + 2x)^2 - 36}$$

\Rightarrow по шир. долготе AK'' в сфер. Δ .

$$2\sqrt{x^2 + 10x + 16}$$

$$\sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

