



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

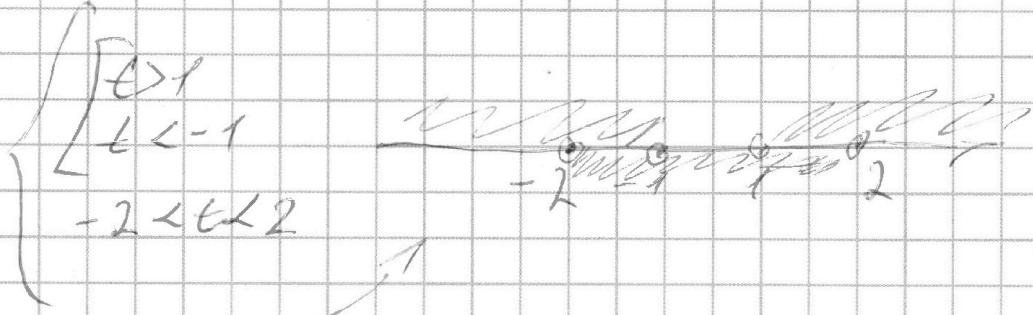
1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)

=>



сверху условия $\begin{cases} \epsilon > 1 \\ \epsilon < -1 \end{cases}$

снизу $-2 < \epsilon < 2$

по рисунку видно, что $\epsilon \in (-2; -1) \cup (1; 2)$

Ответ: $(-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

1) имеет две различные корни

$\Rightarrow D > 0$, D -дискриминант

$$D = 12t^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2 = 4(4 - t^2) = 4(2 - t)(2 + t)$$

$$4(2 - t)(2 + t) > 0 \Leftrightarrow (t + 2)(t - 2) < 0$$

+ - + \Rightarrow по методу
интервалов $-2 < t < 2$

$$2) \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} \\ x_1 + x_2 = \frac{-2\sqrt{3}t}{1} \end{cases}$$

x_1, x_2 - корни уравнения

по Т. Виета

$-2 < x_1 \cdot x_2 > 0$ - по условию

$$\Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow 4(t^2 - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 1)(t + 1) > 0$$

\Rightarrow по методу интервалов $\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$a+b=40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

p - простое число

a, b - ?

$$\begin{aligned} 1) \quad a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b &= (a-b)^2 + 15(a-b) = \\ &= (a-b)(a-b+15) \end{aligned}$$

$$2) \quad a+b=40 \Rightarrow a=40-b$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (a-b)(a-b+15) = (40-b-b)(40-b-b+15) \\ &= (40-2b)(55-2b) = 17p^5 \end{aligned}$$

$$2(20-b)(55-2b) = 17p^5$$

$$3) \quad 2(20-b)(55-2b) : 2$$

$$\Rightarrow 17p^5 : 2, \quad 17 \not\div 2 \Rightarrow p^5 : 2$$

p - простое \Rightarrow а Числа, что ~~то~~

$$p = 2 \Rightarrow 17 \cdot 32 = 17p^5$$

$$\Rightarrow 2(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 32$$

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 16 = 170 + 60 + 42 = 272$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(20-b)(55-2b) = 272$$

$$20 \cdot 55 - 55b - 40b + 2b^2 = 272$$

$$2b^2 - 95b + 20 \cdot 55 - 272 = 0$$

$$2b^2 - 95b + 828 = 0$$

\mathcal{D} - дискриминант уравнения $2b^2 - 95b + 828 = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{D} = 95^2 - 4 \cdot 2 \cdot 828 = 9025 - 6624 =$$

$$= 2401 = 7 \cdot 343 = 7^2 \cdot 49 = 49^2$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{95 - 49}{4}$$

$$b_2 = \frac{95 + 49}{4}$$

b_1, b_2 - корни уравнения $2b^2 - 95b + 828 = 0$

$$b_1 = \frac{46}{4} = 11\frac{1}{2}$$

$$b_2 = \frac{144}{4} = 36$$

$\Rightarrow b_1 \notin \mathbb{N}$ - не целое число

$$= 76 \neq 11\frac{1}{2}$$

$$b_2 = 36; 36 \in \mathbb{N} \Rightarrow b = 36$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ b=36 \end{cases} \Rightarrow a=4; b=36$$

Ответ: $a=4; b=36$



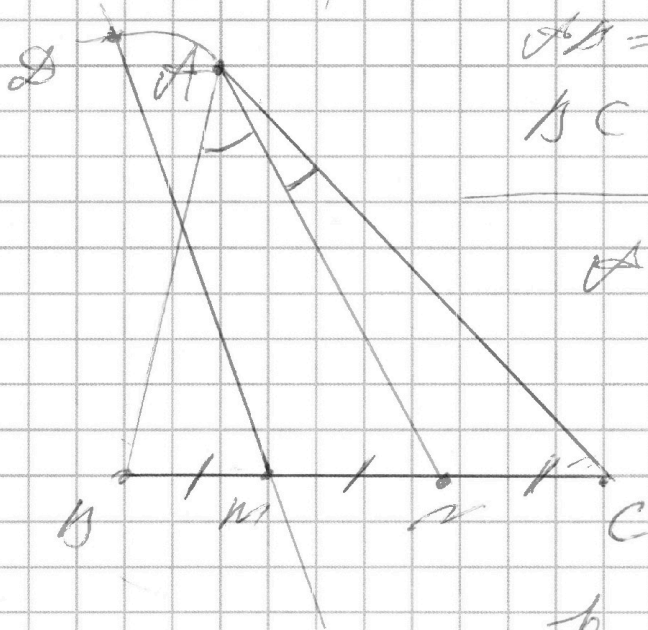
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\sphericalangle C \hat{A} N) = -\frac{1}{4}; \quad MN \parallel AB = CM = AC$$



$$AB = CD$$

$$BC = 12$$

$$AB = ?$$

1) по обобщенной Т. Жаласа;

$$\text{т.к. } AN \parallel DM, \text{ то } \frac{AN}{DM} = \frac{CN}{MC}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$$

2) $\frac{AN}{BN} = \frac{1}{2} = \frac{AN}{AB} \Rightarrow$ по признаку биссектрисы AN — бисс. $\sphericalangle CAB$

AN — бисс. $\sphericalangle CAB$

$$\Rightarrow \sphericalangle CAN = \sphericalangle BAN = \frac{1}{2} \sphericalangle CAB$$

$$\Rightarrow \cos(\sphericalangle CAN) = \cos(\sphericalangle BAN) = -\frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \cos(\angle CAB) = -\frac{1}{4}$$

$$BC = 12$$

$$\begin{array}{r} 144 \mid 6 \\ 12 \\ \hline 24 \mid 24 \\ 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 2AC$$

По теореме косинусов $AB = c$; $AC = b$; $BC = a$

$$\Rightarrow \text{по т. косинусов: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\angle CAB)$$

$$\cdot \cos(\angle CAB)$$

$$\Rightarrow 144 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = b^2 + c^2 + \frac{1}{2}bc$$

$$AB = 2AC \Rightarrow c = 2b$$

$$\Rightarrow 144 = b^2 + (2b)^2 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot 2b$$

$$144 = b^2 + 4b^2 + b^2$$

$$144 = 6b^2$$

$$b^2 = 24 = 4 \cdot 6$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow c = 4\sqrt{6} \Rightarrow AB = 4\sqrt{6}$$

$$c = AB$$

Ответ: $4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$~~

~~$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$~~

Обозначим листы

1	4	7
2	5	8
3	6	9

1/2 - первый лист - первая карта

2 - вторая, 3 - третья.

Одинаковые шило и иглы

Красим иглы шилом по возрастанию листа; тогда a_i - шило и иглы. И иглы $a_i = n$ где a_i - номер шило и иглы по листу n - номер его листа.

~~Тогда второе эквивалентно~~
~~кар-бу способ решить~~
~~уменьшить $a_1 + a_2 = 45$ и~~
~~еще~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

допустим в третьем ряду 2 человека

- 1) в первом 3 в первом, на втором ряду
- 2) в первом 3 во втором, остальные
- 3) в третьем ряду 2 человека.

вот они

$$\begin{pmatrix} a_i \\ 0 \\ x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i \\ x \\ a_{i+1} \end{pmatrix}$$

остальные могут быть во втором ряду 2 человека и один в первом ряду 2 человека

→ Ответ: $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2 \cdot 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Транкошируем все користи где a_i - самый малый користи, a_8 - самый большой користи

a_i - больше a_{i-1}

~~тогда мы а₁ и а₂ сидят на первом користи, а₃ и а₄ на втором користи, а₅ и а₆ на третьем користи, а₇ и а₈ на четвертом користи~~
~~а₁ на первом а₂ на втором а₃ на третьем а₄ на четвертом а₅ на пятом а₆ на шестом а₇ на седьмом а₈ на восьмом~~

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8$$

0	0	0
0	0	0
0	0	0

Возможны места

1	4	7
2	5	8
3	6	

~~тогда а₁ и а₂ на первом користи, а₃ и а₄ на втором користи, а₅ и а₆ на третьем користи, а₇ и а₈ на четвертом користи~~

~~на 3, 6~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3+K = \frac{19+K}{2}$$

$$6+2K = 19+K$$

$$K = 13$$

= 7 ~~13~~ ^{деревьев} ~~деревьев~~, в которых ~~есть~~ ^{есть} дорожка

= 7 всего 17 деревьев

Ответ: 17 деревьев



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим карту усадеб
в виде графа, где усадьбы -
вершины, дороги - рёбра.

Тогда получается ~~граф~~ граф,
в котором из каждой вершины
можно пройти в любую точку
только одним способом.
=> Этот граф - дерево.
по определению.

Тогда, если n - кол-во вершин в
графе, то по св-ву деревьев
у нас n - вершин
и $n-1$ - рёбер

=> $a+k$ - вершин; k - кол-во
деревьев, из которых идёт один путь
и $\frac{19+k}{2}$ - рёбер.

$$\Rightarrow 3+k = \frac{19+k}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $t=3$, то

$$x = 3 - y$$

$$\Rightarrow \sqrt{6 - y + 6y - y^2 - y^2} + \sqrt{1 - |3 - 2|} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{-2y^2 + 6y - 3} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2y^2 + 6y - 3 = 1 \\ -2y^2 + 6y - 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - 6y + 4 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y^2 - y - 2y + 2 = 0$$

$$y(y-1) - 2(y-1) = 0$$

$$(y-1)(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=1, x=2, \\ y=2, x=1. \end{cases}$$

Если $y=1$, то ~~$2y^2 + 6y - 3 =$~~

$$= 2y^2 + 6y - 3 =$$

$$= -2 + 6 - 3 = 1 > 0$$

$$\Rightarrow y \geq 1$$

когда один

Если $y \geq 2$, то

$$-2y^2 + 6y - 3 = -8 + 12 - 3 = 1 > 0$$

$$\Rightarrow y \geq 2 \text{ когда один}$$

\Rightarrow Ответ: $(0; 1), (1; 0), (0; 2), (2; 0),$
 $(2; 1), (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $t=2, \tau=0$

$$x+y=2, \quad x=2-y$$

$$\Rightarrow \sqrt{4-4+4y-y^2-y^2} + \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{4y-5y^2} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{4y-5y^2} = -1$$

$$\Rightarrow y(4-5y) = 0$$

$$\begin{cases} y=0 \\ y=\frac{4}{5} \end{cases}, \quad \frac{4}{5} \neq \frac{4}{5} \Rightarrow y \neq \frac{4}{5}$$

$$y=0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Если

$$\Rightarrow \sqrt{4-4+4y-y^2-y^2} + \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{4y-2y^2} = 0$$

$$4y-2y^2=0$$

$$2y(2-y)=0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y=0 & \text{для всех} \\ y=2 & \text{когда } y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{все } \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x=2 \\ y=2 \\ x=0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $t = 1$, то $x + y = 1$

$\Rightarrow x = 1 - y$

$\Rightarrow \sqrt{2 - 2y + 2y - 1 + 2y - y^2 - y^2} + \sqrt{1 - 1 - y + y - 2} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{2y - 2y^2 + 1} + \sqrt{1 - 1 - 1} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{2y - 2y^2 + 1} = 1$

~~Если $2y - 2y^2$~~ \Rightarrow возведем в квадрат,
каждое из y , когда оба условия
и выберем из полученных

$2y - 2y^2 + 1 = 1$

$2y - 2y^2 = 0$

$2y(1 - y) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

Если $y = 0$, то $2y - 2y^2 + 1 = 1$

$\Rightarrow y = 0$ подходит

Если $y = 1$, то $2y - 2y^2 + 1 =$

$= 2 - 2 + 1 = 1 \Rightarrow y = 1$ подходит

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ когда $t = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$2x + 2y - x^2 - y^2 = 0$~~
 ~~$2x + 2y - (x^2 + y^2) = 0$~~
 ~~$2x + 2y - (x^2 + y^2) = 0$~~
 ~~$2x + 2y - (x^2 + y^2) = 0$~~
 ~~$2x + 2y - (x^2 + y^2) = 0$~~

$x, y \in \mathbb{Z}$

1) $2x + 2y - x^2 - y^2 = -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2$

2) $1 - |x+y-2| \geq 0$

$\Rightarrow 1 \geq |x+y-2|$

$x+y = t \leftarrow \text{замена}$

$\Rightarrow 1 \geq |t-2|$

$\Rightarrow \text{Если } t \geq 2, \text{ то } 1 \geq t-2$

$\Rightarrow t \leq 3 \Rightarrow t \in [2, 3]$

Если $t \leq 2, \text{ то } 1 \geq 2-t$

$\Rightarrow t \geq 1$

$\Rightarrow t \in [1, 2]$

$\Rightarrow t \in [1, 3], \text{ но } x, y \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow t = \{1, 2, 3\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4$$

$$b \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \\ 55-2b = 2^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2 \\ 55-2b = 2^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^2 \\ 55-2b = 2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^3 \\ 55-2b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^4 \\ 55-2b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^5 \\ 55-2b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^6 \\ 55-2b = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^7 \\ 55-2b = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^8 \\ 55-2b = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^9 \\ 55-2b = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{10} \\ 55-2b = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{11} \\ 55-2b = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{12} \\ 55-2b = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{13} \\ 55-2b = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{14} \\ 55-2b = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{15} \\ 55-2b = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{16} \\ 55-2b = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{17} \\ 55-2b = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{18} \\ 55-2b = -13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{19} \\ 55-2b = -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{20} \\ 55-2b = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^{21} \\ 55-2b = -16 \end{cases}$$

$$20 \cdot 55 = 100 + 1000 = 1100$$

$$1100 - 177 = 923$$

$$1100$$

$$- 177$$

$$\hline 923$$

$$828 = 2 \cdot 414 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 138 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 69 =$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 23$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 95 \end{matrix}$$

$$\times 95$$

$$\hline 475$$

$$+ 855$$

$$\hline 9025$$

$$8 \cdot 828 = 6624$$

$$6400 + 160 + 64 =$$

$$= 6560 + 64 =$$

$$= 6624$$

$$9025$$

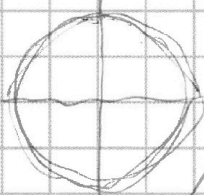
$$- 6624$$

$$\hline 2401$$

$$36 \cdot 4 = 12024$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 21 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 21 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 21 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 21 \\ \hline 9 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \\ \hline 63 \\ 63 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$95 - 49 = 46$$

$$95 + 49 = 144$$

$$= 144$$

$$10 \cdot 10 + b \leq 19, \text{ т.к. } b \geq 1$$

$$\Rightarrow 20 - b \neq 34 = 17 \cdot 2$$

$$20 - b \neq 68 = 17 \cdot 2^2$$

$$20 - b \neq 136 = 17 \cdot 2^3$$

$$20 - b \neq 272 = 17 \cdot 2^4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 20 - b = 17 \\ 55 - 2b = 2^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 - b = 1 \\ 55 - 2b = 2^4 \cdot 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 - b = 1 \\ 55 - 2b = 2^4 \cdot 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 - b = 1 \\ 55 - 2b = 2^4 \cdot 17 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Тогда, учитывая условия задачи, ускорению
 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 = 45$
 и криво будет ускорить его
 не только кол-во релакции
 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$
 $x_i \in \mathbb{N}$
 Везде \mathbb{N}~~

~~Задача ускорения на первом
 ряду. Для этого достаточно
 выбрать 3-х людей в этот ряд,
 она будет одинаково
 $\Rightarrow C_3^3 \cdot C_3^3 \cdot 2 \cdot 3$
 $\Rightarrow 8$
 в ряду в первом 3 | в первом 3 из ост~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2l + 2w = 1$$

$$2l(w+1) + 2(w+1) = 3$$

$$(w+1)(2l+2) = 3$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow l, w \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} w+l=1 \\ 2l+2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=0 \\ l=\frac{1}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не координаты}$$

$$\begin{cases} w+l=-1 \\ 2l+2=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=-2 \\ l=-\frac{5}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не координаты}$$

$$\begin{cases} w+l=3 \\ 2l+2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=2 \\ l=-\frac{1}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не координаты}$$

$$\begin{cases} w+l=-3 \\ 2l+2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=-4 \\ l=-\frac{5}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не координаты}$$

$$\text{Итак, } (l-w)^2 - 2(lw) = 0$$

$$1 - (\sqrt{1} + \sqrt{1}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4+2-4-1} + \sqrt{1-|2+1-2|} =$$

$$= \sqrt{1} + \sqrt{1-1} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$1) \quad 2x+2y-x^2-y^2 = -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2$$

~~Сделаем замену $x-1=a$
 $y-1=b$~~

~~$$= \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} =$$~~

~~$$= \sqrt{-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-|a+b|} = 1$$~~

~~$$\Rightarrow \begin{cases} 2-a^2-b^2 \geq 0 \\ |a+b| \leq 1 \end{cases} \quad \text{ОДЗ}$$~~

~~Если $a+b \geq 0$, то~~

~~$$\sqrt{-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-a-b} = 1$$~~

~~$$(-a^2-b^2+2) + (1-a-b) + 2\sqrt{(1-a-b)(-a^2-b^2+2)} = 1$$~~

~~$$-a^2-a-1-b^2-b+2 + 2\sqrt{(1-a-b)(-a^2-b^2+2)} = 0$$~~

~~Пусть $2-a^2-b^2 = w$
 $1-a-b = c \Rightarrow w+c-1+2\sqrt{cw} = 0$~~

~~$$2\sqrt{cw} = 1-c-w \Rightarrow 4cw = (1-c-w)^2 \geq 0$$~~

~~$$4cw = 1 - 2c - 2w + 2cw + 2cw$$~~

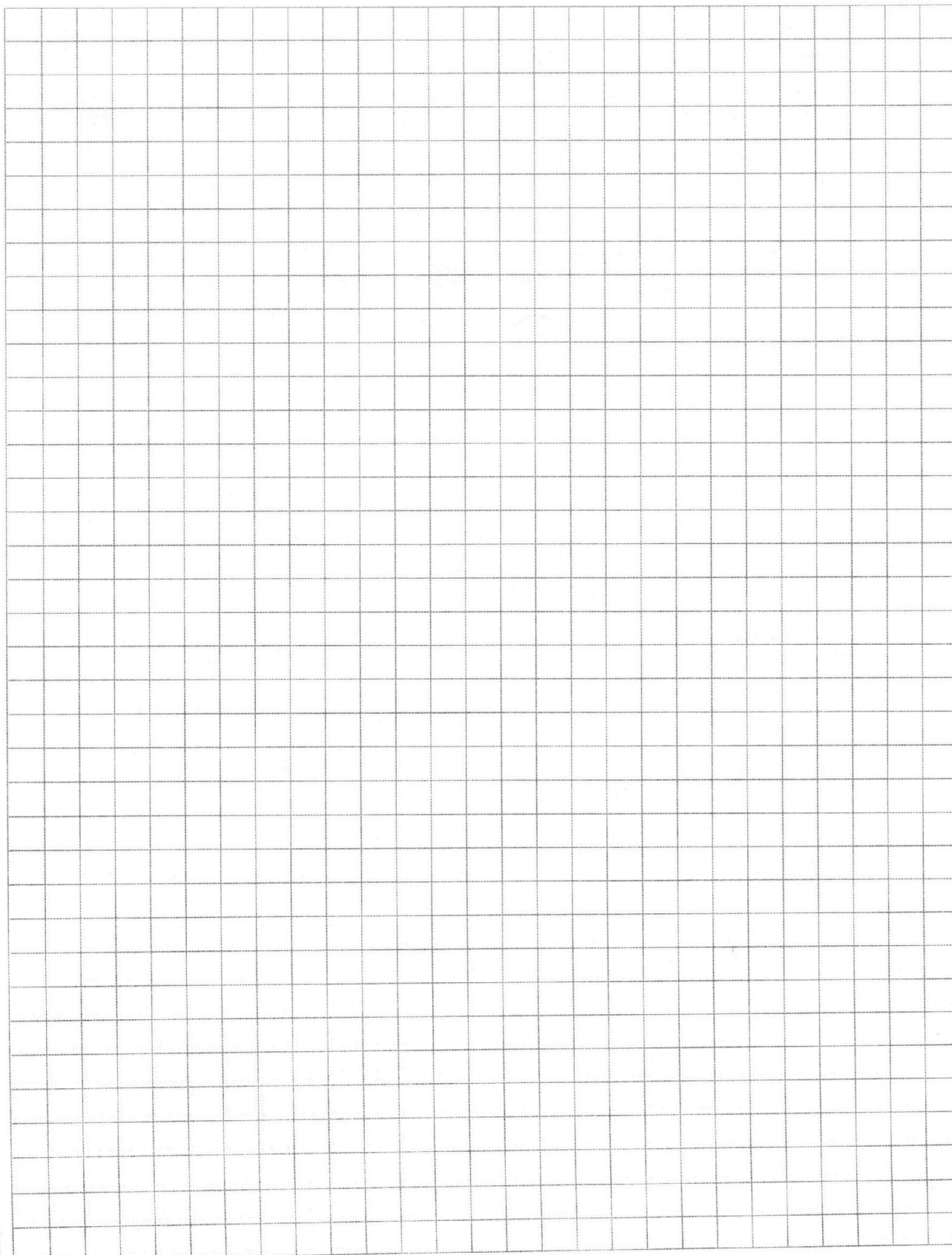


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~Т.к. $\triangle ABC$ - равносторонний~~
 Т.к. из условия заданы
 стороны, углы $\angle C$ и $\angle B$
 \Rightarrow $\triangle ABC$ - \Rightarrow $AB = BC = CA$
 и $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

2) $\triangle ABE \sim \triangle BCD$

3) Пусть $AB = x$
 $BC = a$
 $CD = y$
 $AE = b$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2 \cdot 2 + 0 - 2 \cdot 2 - 0^2} + \sqrt{1 - 12 + 0 - 2^2} =$
 $= \sqrt{0} + \sqrt{1 - 0} = \sqrt{1}$

$x, y \in \mathbb{R}$
 $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$

$2x+2y-x^2-y^2 = -(x^2-2x+1+y^2-2y+1)+2 =$
 $= -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2$

$2(x+y) - (x^2+2xy+y^2) + 2xy = 2(x+y) - (x+y)^2 +$
 $+ 2xy = (x+y)(2-x-y) + 2xy$

$\Rightarrow \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{(x+y)(2-x-y)+2xy}$

Если $x+y \geq 2$, то

$\sqrt{(x+y)(2-x-y)+2xy} + \sqrt{1-x-y+2} = 1$
 $x+y = t$
 $2xy = r$

$\sqrt{t(2-t)+2r} + \sqrt{1-t+2} = 1$

$\sqrt{2t-t^2+2r} + \sqrt{3-t} = 1$

$(x+y)(2-x-y) = x(2-x) + y(2-y)$

$\sqrt{4-4} + \sqrt{1-12+0-2^2} = 0 + \sqrt{1} = 1$

$16 - 8 \cdot 36 + 36^2 + 15(4-36) = 16 + 36(36-8) + 15 \cdot 32$
 $= 16 + 36 \cdot 28 - 15 \cdot 32$
 $36 \cdot 28 = 1008$
 $15 \cdot 32 = 480$
 $1008 + 16 - 480 = 544$

$(a-b)(a-b) = (a-b)^2 = 32^2 = 1024$
 $(a-b)(a-b) = 1024$
 $32 \cdot 32 = 1024$