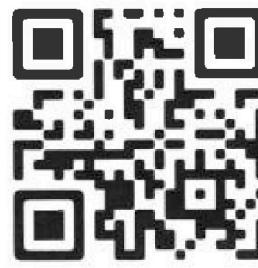




Олимпиада «Физтех» по физике,

февраль 2024

Вариант 09-02

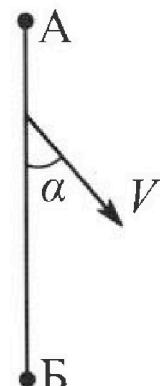


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту А → Б → А в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние АБ равно $S=2$ км.

- Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой АБ (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

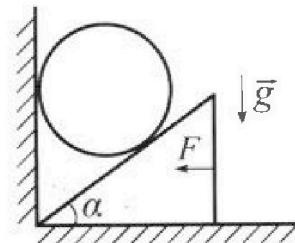


- Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту А → Б в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
- При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту А → Б → А минимальная?
- Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту А → Б → А.

2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

- Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
- Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
- Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис.). На наклонной плоскости клина поконится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

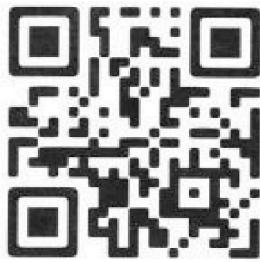


Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

- Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

- Найдите перемещение H шара до соударения.
- Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
- При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
- Найдите максимальную величину N_{max} этой силы.



**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024**
Вариант 09-02

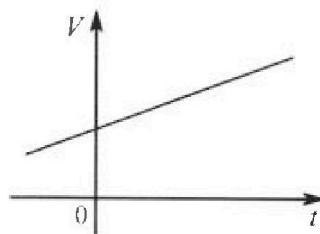


*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8 \text{ г}/\text{см}^3$. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



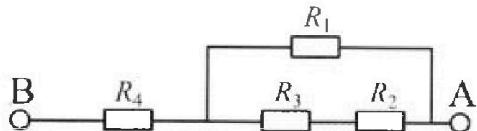
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм^3 .
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм^2 .

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, здесь $r = 5 \text{ Ом}$.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4 \text{ А}$.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

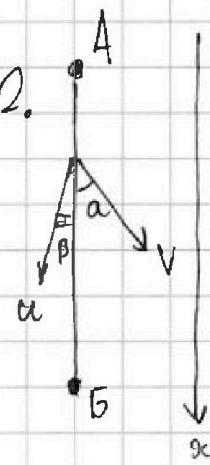
СТРАНИЦА
1 из 82

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. При полете в спокойном воздухе происходит равномерное движение, таким образом $2S = T_0 \cdot u = ?$

$$\Rightarrow u = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = \boxed{20 \text{ м/с}}$$

2.



Заметим, что при полете в ветреную погоду аппарат также не должен отклоняться от траектории АБ (т.к. не может менять направление своей скорости - летит всегда по прямой). Тогда $u \cdot \sin \beta = v \cdot \sin \alpha$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{v \sin \alpha}{u} = 0.6. \text{ Найдем горизонтальную скорость аппарата вдоль траектории: } v_{xc} = v \cos \alpha + u \cos \beta.$$

$$\sin \alpha = 0.8 \Rightarrow \cos \alpha = 0.6 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1); \sin \beta = 0.6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 0.8 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1) \Rightarrow v_{xc} = 25 \text{ м/с.}$$

$$T_1 \cdot v_{xc} = S \Rightarrow T_1 = \boxed{\frac{S}{v_{xc}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \text{ м/с}} = 80 \text{ с}}$$

3. Пусть минимальная продолжительность полета

$$- T_{\min}, \text{ тогда } T_{\min} = \frac{S}{v_{xc} + u \cos \beta} + \frac{S}{u \cos \beta - v_{xc}} = \frac{2S u \cos \beta}{u^2 \cos^2 \beta - v_{xc}^2}$$

$$= \frac{2S u \cos \beta}{u^2 (1 - \sin^2 \beta) - v_{xc}^2} = \frac{2S u \cos \beta}{u^2 - v^2} = 7 \cos \beta \rightarrow \min \Rightarrow \sin \beta \rightarrow \max = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 82

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\alpha = 90^\circ} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$4. T_{\min} = \frac{2S \sin \beta}{u^2 - v^2} = \frac{4000 \text{ м} \cdot 20 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{(400-225) \text{ м/с}^2} = \frac{800 \cdot \sqrt{7}}{7} \text{ сек.} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ сек.}$$

Ответ: $u = 20 \text{ м/с}$; $T_1 = 80 \text{ сек}$; $\alpha = 90^\circ$; $T_{\min} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ сек.}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нормального ускорения, о направлена перпендикулярно скорости) = $\sqrt{2} = \frac{\sqrt{g^2}}{g} = 2.5 \text{ м}$

Однажды: $T = 10$; $L = 10 \text{ м}$; $\sqrt{2} = 2.5 \text{ м}$.

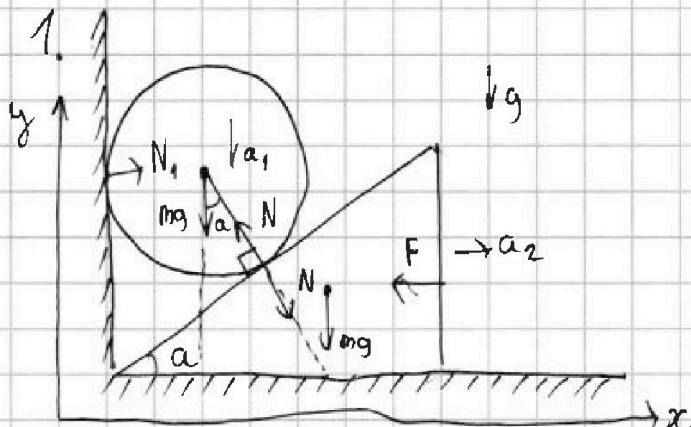


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Равновесие для шара

по оси y:

$$mg = N \cos \alpha_2 \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha_2}$$

Равновесие для кинна по оси x; $F = N \cos(90^\circ - \alpha) = N \sin \alpha$

$$\Rightarrow \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} = 7 \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha = 7 \boxed{\alpha = 60^\circ}$$

2. Первая остановка произошла при достижении максимальной высоты после отскока. Заметим, что кинетическая энергия шара при начальном положении и при первой остановке после отскока была одинаковой и равнялась 0, т.к. скорость шар в оба момента 0.

Погодя, т.к. шар не терял энергию при соударении и движении, потенциальная энергия также равна в обоих случаях: $mgh = mgH = 7 \boxed{h = H = 0.15 \text{ м}}$.

3. Запишем равновесие шара на ось x: $\boxed{N_1 = N \sin \alpha}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4. N_1 = N \sin \alpha = mg \tan \alpha \Rightarrow mg \sin \alpha \cos \alpha = \left[\frac{mg \sin 2\alpha}{2} - 7mg \right] \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

Задачи № 3-4 для колеса на ось x и шаров на ось y:

$$ma_2 = N \sin \alpha$$

$$ma_1 = mg - N \cos \alpha$$

$$a_2 = a_1 / \tan \alpha$$

$$\Rightarrow 7N \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = mg - N \cos \alpha = 7mg \Rightarrow N = mg \cdot \cos \alpha$$

$$5. \left[N_{\max} = \frac{mg \sin(45 \cdot 2)}{2} = \frac{mg}{2} \right]$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 60^\circ; h = 0.15 \text{ м}; N_1 = mg \sin \alpha \cos \alpha; \alpha = 45^\circ; N_{\max} = \frac{mg}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 81

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. V(t) = m \rho_B \cdot \left(\frac{t - t_0}{t_{100}} \right) \quad V(t) = m p$$

свойство при t_0

$$V(t) = \frac{m}{p} \cdot \left((\beta - 1) \cdot \left(\frac{t - t_0}{t_{100}} \right) + 1 \right)$$

свойство при t_0 необходимый корректировка

$$2. V(50^\circ\text{C}) = \frac{m}{p} \cdot \left((1.12 - 1) \cdot \frac{50 - 0}{100} + 1 \right) = 50 \text{мл}^3 \cdot 1.06 = 53 \text{мл}^3$$

$$V(40^\circ\text{C}) = \frac{m}{p} \cdot \left((1.12 - 1) \cdot \frac{40 - 0}{100} + 1 \right) = 50 \text{мл}^3 \cdot 1.048 = 52.4 \text{мл}^3$$

$$\Delta V = \frac{m}{p} \cdot (\beta - 1) \cdot \frac{t_1 - t_2}{t_{100}} = 0.6 \text{мл}^3$$

$$3. \frac{m}{p} \cdot (\beta - 1) \cdot \frac{t_{100} - t_0}{t_{100}} = S L \Rightarrow S = \frac{m(\beta - 1)}{pL} = \frac{3}{50} \text{мл}^2$$

Ответ: $V(t) = \dots$; $\Delta V = 0.6 \text{мл}^3$; $S = \frac{3}{50} \text{мл}^2$

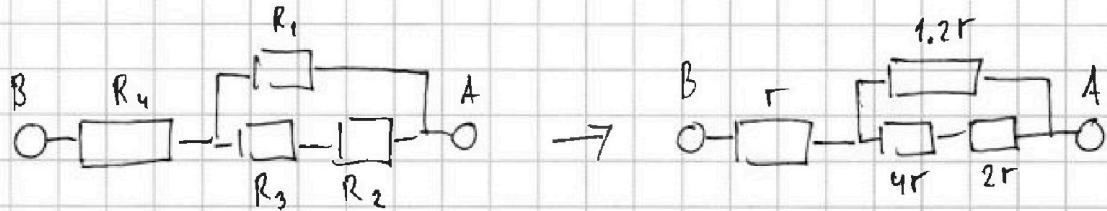
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
81 из 81

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \rightarrow \text{B } r - \text{r} - \text{1.2r} - \text{A} \\ & \rightarrow \text{B } r - \text{r} - \frac{1.2r \cdot 6r}{1.2r + 6r} - \text{A} \\ & \rightarrow \text{B } r - \text{r} - \text{r} - \text{A} \\ & \rightarrow \text{B } 2r - 4 - \text{O}. \end{aligned}$$

1. Таким образом, $R_{\text{экв}} = 2r = 10 \Omega$

2. $P = I^2 R_{\text{экв}} = 160 \text{ Вт}$

3. Рассставим ток на всей цепи:

$$\begin{aligned} & \text{B } r - \text{1.2r} - \frac{5}{6}I \\ & \text{O } 4 - \text{3} - \text{2} - \text{A} \\ & \xrightarrow{\quad I \quad} \quad \xrightarrow{\frac{4}{6}I} \quad \xrightarrow{\frac{2}{6}I} \quad \xrightarrow{-I} \\ & \Rightarrow P_4 = I^2 r; \quad P_1 = \frac{25}{36} I^2 \cdot \frac{6}{15} r = \frac{5}{6} I^2 r \\ & P_3 = \frac{1}{36} I^2 \cdot 4r = \frac{1}{9} I^2 r. \\ & P_2 = \frac{1}{36} I^2 \cdot 2r = \frac{1}{18} I^2 r \end{aligned}$$

Следовательно, $P_{\min} = P_2 = \frac{1}{18} I^2 r = \frac{80}{18} \text{ Вт}$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 10 \Omega$; $P = 160 \text{ Вт}$; $P_{\min} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нарисуем векторный треугольник скоростей:



1. Таким образом, достижение максимальной высоты происходит через $\frac{t_2 - t_1}{2}$ после момента времени $t_1 \Rightarrow$

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 10$$

2. Весь полёт длился $2T$, при этом горизонтальная компонента скорости в любой момент времени равна $v(H_{\max}) = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} = 5 \text{ м/с}$ (т.к. гравитация воздействует лишь на вертикальную составляющую, сила сопротивления воздуха отсутствует)

$$L = v_2 \cdot 2T = \frac{2g(t_2 - t_1)T}{2} = 10 \text{ м}$$

3. Ускорение мяча в высшей точке $g = \frac{v_2^2}{R}$ (формула



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!