

**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024**

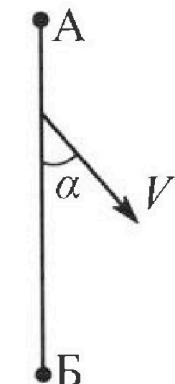
Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту А → Б → А в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние АБ равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой АБ (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.



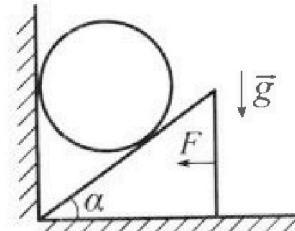
2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту А → Б в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту А → Б → А минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту А → Б → А.

2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис.). На наклонной плоскости клина поконится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

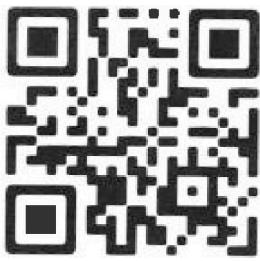
Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



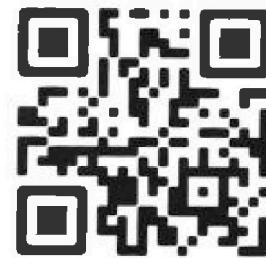
1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024**
Вариант 09-02

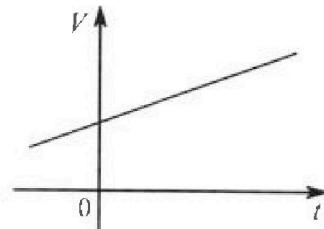


*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8 \text{ г}/\text{см}^3$. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя предоставленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



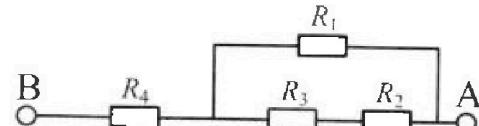
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм^3 .
 3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм^2 .

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, где $r = 5 \text{ Ом}$.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4 \text{ А}$.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.

3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

$$\frac{0,04}{0,8} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-1} = 0,05$$

$$\frac{m}{3} = 0,05 \text{ см}^3$$

$$S = \frac{0,05}{100} = 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\frac{0,05}{0,12} = \frac{60 \cdot 10^{-4}}{100} = 60 \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 10^{-5} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Вт}$$

$$6 \cdot 10^{-7} \text{ Вт}$$

$$6 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$$

$$6 \text{ Вт}$$

$$6 \text{ дж/с}$$

$$400 - 225 = 175$$

175

$$\frac{x175}{3} = 58,3$$

58,3

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

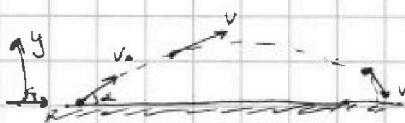
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $t_1 = 0,5 \text{ с}$ $t_2 = 1,5 \text{ с}$ $\angle \beta = 90^\circ$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $T = ?$ $R = ?$ $L = ?$

Решение:



Пусть в t_1 и t_2 модуль ск. V , а

в начальне v_0 , который направлен под
 α к горизонту.

По ЗСЗ если в t_1 он на h_1 от земли, а в t_2 на h_2 :

$$mg h_1 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2} + mg h_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \quad (0 \text{ нач. высоты на земле})$$

\Rightarrow Пусть ox нап. нач., $oy \perp ox \Rightarrow y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$,

а $x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \Rightarrow$ П.н. ск. V повернулось на 90° от
начала t_1 до t_2 , то $|V_y(t_1)| = |V_x(t_2)|$, а $|V_y(t_2)| = |V_x(t_1)|$

$\Rightarrow V_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow |V_y(t_1)| = |V_y(t_2)|$, а $V_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - gt$

$$\Rightarrow \cancel{V_0 \sin(\alpha)} - gt_1 = gt_2 - v_0 \sin(\alpha) \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) = g \frac{t_1 + t_2}{2}$$

Заметим, что $V_y(T) = 0 \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) = gT \Rightarrow T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ с}$

Тогда $t_n = 2T = t_1 + t_2$ — время полета, т.к. $V_y(t_n) = \cancel{V_0 \sin(\alpha)}$

$$y(t_n) = 0 \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) = \frac{gt_n}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(t_n) = L = v_0 \cos(\alpha) t_n \Rightarrow$$

П.н. $V_y(t_1) = V_x(t_2) \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) - t_1 g = v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{g(t_1 + t_2)}{2} - t_1 g \right) t_n = g \cdot \frac{t_2 - t_1}{2} \cdot (t_1 + t_2)$$

\Rightarrow П.н. в начальне высоты м. меню глубине но скр. то

если ускорение, нормальг. скорости: $g = \frac{V_0 \cos(\alpha) V_x'(T)}{R}$

$$(t_2 \text{ высоты м. } \vec{g} \perp \vec{V}(T)) \Rightarrow R = \frac{\frac{V_0^2 \cos^2(\alpha)}{g} R}{g} = \frac{(g \frac{t_1 + t_2}{2} - t_1 g)^2}{g} \Rightarrow$$

$$R = g \cdot \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2$$

$$\text{Ответ: } T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ с} \quad L = g \cdot \frac{(t_2 - t_1)(t_1 + t_2)}{2} = 10 \text{ м}$$

$$R = g \cdot \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2 = \cancel{2,5} \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

23 Найдите шару в зависимости от x :

$$0 = N_1 - N \sin(\alpha) \Rightarrow N_1 = N \sin(\alpha) = mg \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

$$\sin(2\alpha) = \sin(\alpha + \alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{2} \sin(2\alpha) \Rightarrow N_{\max} = \frac{mg}{2} \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$N_1 = mg \sin(\alpha) \cos(\alpha) = mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Ответ: $\tan(\alpha) = \sqrt{3}$

$$N_1 = mg \sin(\alpha) \cos(\alpha) = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} H$$

$$N_{\max} = \frac{mg}{2} = 2 H \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)} = h \cdot \frac{4}{3} = 0,2 m$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

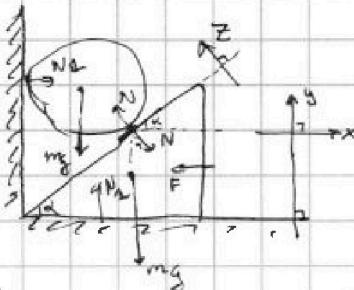
СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $F = 5\sqrt{3} \text{ N}$; $m = 0,4 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\alpha = ?$
 $H = ?$; $h = 0,15 \text{ m}$; $N_1 = ?$; $a_{max} = ?$; $N_{max} = ?$

Решение:

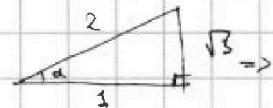


1) Решение на x и y для начала:

$$x: F = N \sin(\alpha) \quad (\text{норм.})$$

$$y: mg = N \cos(\alpha) \quad (\text{шар.})$$

$$\Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan(\alpha) = \sqrt{3}$$



Также имеем отталкивание. Т.к. шар скользит без сопротивления от края, то в проекции на z : $a_{nz} = a_{max}$.
 Т.к. $a_{nz} = \text{усл. шар.}$, $a_{nz} = \text{усл. кинет.} \Rightarrow a_{nz} = \text{усл. парал.}$
 кинет., $a_{nz} = \text{пар. нач.} \Rightarrow a_{nz} \sin(\alpha) = a_{nz} \cos(\alpha)$

$\Rightarrow a_{nz} = \sin(\alpha) \tan(\alpha)$. Т.к. это шар скользит, то a_{nz} и $a_{nz} \sin(\alpha)$ одинаковы.

2) Для шара в пр. на y и z имеем два:

$$\text{норм.: } N_z \sin(\alpha) = m a_{nz} \Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{a_{nz}}{g - a_{nz}}$$

$$\text{шар.: } -N_z \cos(\alpha) + mg = m a_{nz}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{1}{\frac{g}{a_{nz}} - 1} \Rightarrow \frac{1}{\tan^2(\alpha)} = \frac{g}{a_{nz}} - 1 \Rightarrow \frac{g}{a_{nz}} = 1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{a_{nz}} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow N_z = m \cdot \frac{a_{nz}}{\sin^2(\alpha)} = \frac{a_{nz}}{\tan(\alpha) \sin(\alpha)} \cdot m =$$

$$= \frac{g \sin(\alpha)}{\tan(\alpha)} m = g \cos(\alpha) m ; a_{nz} = g \sin^2(\alpha)$$

Также нужно перег удачно о нач. y шара боком вд. $V_k \Rightarrow$

$$\Rightarrow H = \frac{V_k^2}{2a_{nz}} ; h = \frac{V_k^2}{2g} \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{a_{nz}}{a_{nz}} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)}$$

~~$N_z = g \cos(\alpha) m \Rightarrow N_{max} = g m$ при $\alpha = 0$~~

~~$\text{однако, } \tan(\alpha) = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$~~

$$H = h \cdot \frac{4}{3} = 0,2 \text{ м}$$

~~$a_{max} = 0 \text{ м/с}^2$ при $N_{max} = 12 \text{ N}$~~

~~$N_{max} = mg \cos(\alpha) = \frac{mg}{2}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $m = 0,04 \text{ кг}$ $t_0 = 0^\circ\text{C}$ $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ $L = 100 \text{ ккал/кг}$

$\beta = 1,12$ $p = 0,8 \text{ кг/м}^3$ $V(t) - ?$

$t_1 = 50^\circ\text{C}$ $t_2 = 40^\circ\text{C}$ $|\Delta V| - ?$ $S - ?$

Решение:

$$\text{Уч. закон. } V(t_0) = \frac{m}{\beta p}, \quad V(t_{100}) = \frac{\beta p m}{\beta p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V(t) = b + a t \Rightarrow \begin{cases} \frac{m}{\beta p} = b + a t_0 \\ \frac{\beta p m}{\beta p} = b + a t_{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\beta - 1) \frac{1}{\beta p} m = a (t_{100} - t_0) \Rightarrow a = \frac{(\beta - 1) \frac{1}{\beta p} m}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{1}{\beta}$$

$$b = \frac{1}{\beta p} m - a t_0 = \frac{\frac{1}{\beta p} m t_{100} - \frac{1}{\beta p} m t_0 - \beta \frac{1}{\beta p} m t_0 + \frac{1}{\beta p} m t_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\frac{1}{\beta p} m t_{100} - \beta \frac{1}{\beta p} m t_0}{t_{100} - t_0}$$

$$\Rightarrow V(t) = \frac{\frac{1}{\beta p} m t_{100} - \beta \frac{1}{\beta p} m t_0}{\beta (t_{100} - t_0)} + t \cdot \frac{(\beta - 1) \frac{1}{\beta p} m}{\beta (t_{100} - t_0)}$$

$$|\Delta V| = V(t_1) - V(t_2) = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(\beta - 1) \frac{1}{\beta p} m}{\beta (t_{100} - t_0)}$$

$$\text{Задачи, реш. } S_L = V(t_{100}) - V(t_0) = (t_{100} - t_0) \frac{(\beta - 1) \frac{1}{\beta p} m}{\beta (t_{100} - t_0)} = \frac{(\beta - 1) m}{\beta L}$$

$$\Rightarrow S = \frac{(\beta - 1) m}{\beta L}$$

$$\text{Ошибки: } V(t) = \frac{m}{\beta p} \cdot \left(\frac{t_{100} - \beta t_0}{t_{100} - t_0} \right) + t \cdot \frac{m}{\beta p} \cdot \left(\frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \right)$$

$$|\Delta V| = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(\beta - 1) m}{\beta (t_{100} - t_0) p} = 0,6 \text{ ккал}^2$$

$$S = \frac{(\beta - 1) m}{\beta L} = 0,06 \text{ ккал}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

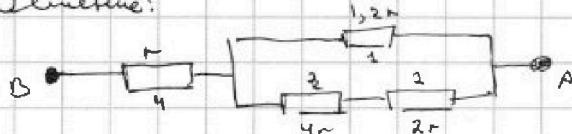
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $R_1 = 1,2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $R_4 = r$, $r = 5 \Omega$, $I = 9 A$

$R_{\text{заб}}$ - ? $P_{\text{заб}}$ - ? P_{\min} - ?

Решение:



Заметим, что R_3 и R_4 параллельны, с теми параметрами R_3 , а со всеми групповой параллельной схемой $R_4 \gg$

$$\Rightarrow R_{\text{заб}} = R_4 + \frac{(R_3 + R_2)(R_1)}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow R_3 = r + \frac{6 + 1,2}{7,2} = r + r = 2r = 10 \Omega$$

По 3-му физ.-закону: $P_i = Q_i \cdot I$; где i -го резистора

$$\text{П.з. } Q_i = I \cdot R_i \Rightarrow P_i = I^2 \cdot R_i \Rightarrow P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4.$$

$I_4 = I$, потому, что R_4 подключён параллельно всем остальным.

$I_3 = I_2$, т.к. они последовательно подключены, а также:

$\cancel{P} I_3 (R_3 + R_2) = I_3 (R)$, т.к. напр. при параллельной схеме

бесконечно большая \Rightarrow , а также $I_3 + I_1 = I \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_3 \cdot 16r = I_1 \cdot 1,2r \Rightarrow I_3 \cdot 5 = I_1 \Rightarrow I_3 = \frac{I}{5}, I_1 = \frac{5I}{6}$$

$$\Rightarrow P_4 = I^2 \cdot r$$

$$R_3 = \frac{I^2}{36} \cdot 4r$$

$$R_2 = \frac{I^2}{36} \cdot 2r$$

~~$P_1 = \frac{36}{49} I^2 r$~~

$$P_1 = \frac{25}{36} I^2 \cdot 1,2r = \frac{30}{36} I^2 r \Rightarrow P_1 = \frac{5I^2}{18} r$$

~~$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{36}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{30}{36} \right) I^2 r = 2I^2 r$~~

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{36}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{30}{36} \right) I^2 r = 2I^2 r = 160 \text{ Вт}$$

Ответ: $R_{\text{заб}} = 2r = 10 \Omega$; $P = 2I^2 r = 160 \text{ Вт}$

$$P_{\min} = P_2 = \frac{I^2 r}{18} = \frac{10}{9} \text{ Вт} \text{ на 2-ом резисторе}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $T_0 = 200\text{c}$, $S = 2\text{ км}$, $\sin(\alpha) = 0,8$, $V = 15\text{ м/c}$, $V - ?$, $T_1 - ?$, $t_{\min} - ?$

 $T_{\min} - ? \Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = 0,6$

Решение:

П.н. аппарат проходит $2S$ за T_0 с пост. скоростью

$$\text{П.н.}, \text{то } 2S = T_0 U \Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000\text{ м}}{200\text{ c}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

П.н. дрон летит по прямой, то и время неизменяется, то $\vec{V}_A = \text{const}$.

П.н. $U > V$, то можно так допустить дрон, чтобы он летел по прямой AB . Тогда $\vec{V}_A = \vec{U} + \vec{V}$ перпендикульна

к AB :



$$\text{так что } \beta = \arctan(\alpha): U \sin(\beta) = V \sin(\alpha) \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{V}{U} \sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2} \sin^2(\alpha)} = \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}{U}$$

$$\Rightarrow V_A = U \cos(\beta) + V \sin(\alpha) = \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}$$

Заменим, что $V_A = \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha) \leq \sqrt{U^2 + V^2} \sin(\alpha)$, а
 $V_A = U + V$ доказывается при $\alpha = 0$

Заменим, что если летим из $B \rightarrow A$, то

$V_{A2} = \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} - V \cos(\alpha)$, т.к. $\alpha \rightarrow 180^\circ + \alpha$ при
перемещении из $B \rightarrow A$ (время будет отниматься $B \rightarrow A$ в конечн. сторону)

$$\Rightarrow T = S \cdot \left(\frac{1}{V_A} + \frac{1}{V_{A2}} \right) = S \cdot \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}{U^2 - V^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \text{ мин. при } \sin^2(\alpha) \text{ макс} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow T = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - V^2}}$$

Ответ: $U = \frac{2S}{T_0} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$T_1 = \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}} = \frac{2000 \text{ м}}{9 + \sqrt{400 - 144}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 80 \text{с}$$

$$T = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - V^2}} = \frac{2 \cdot 2000}{5 \cdot \sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с при } \alpha = 90^\circ$$

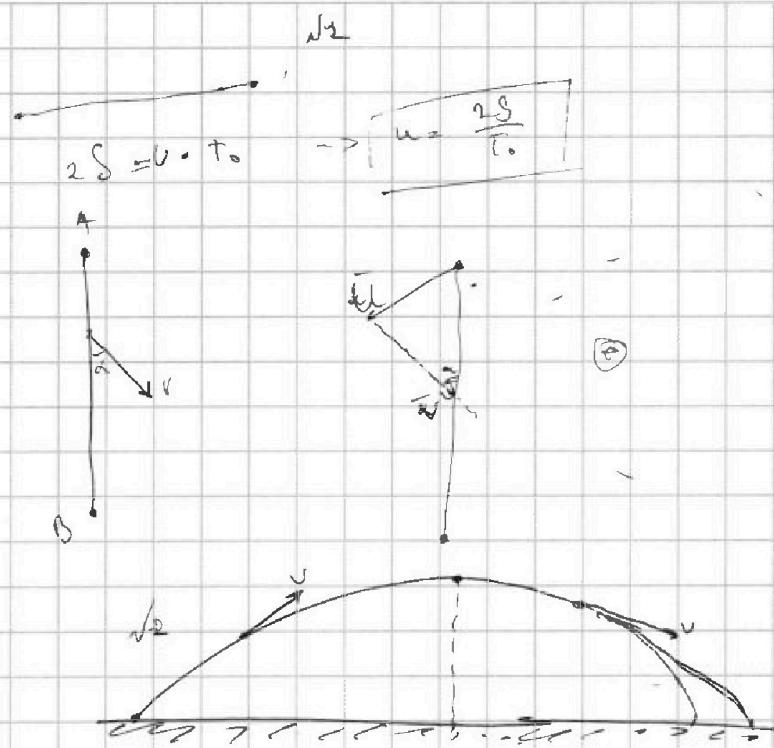


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

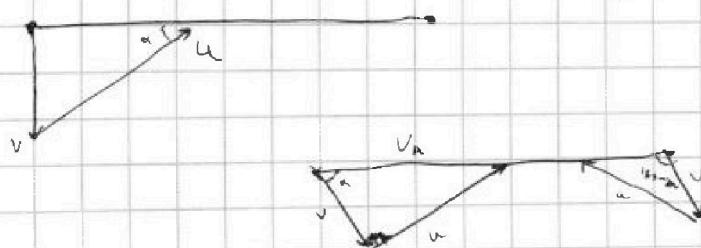


$$\sin(\alpha) < \frac{v}{u}$$

$$\Rightarrow \sqrt{u^2 - v^2}$$

$$g(u) = \frac{u}{v}$$

$$\frac{S}{\sqrt{u^2 - v^2}}$$



$$u^2 = v^2 + v_A^2 - 2v_A v \cos(\alpha)$$

$$v_A = \sqrt{v^2 + u^2 - 2vu \cos(\alpha)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A large grid of squares, approximately 20 columns by 30 rows, intended for students to write their answers or draw their solutions. There is a single horizontal line near the top center of the grid.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

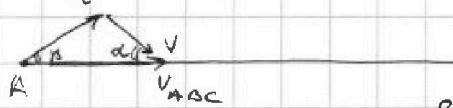
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $T_0 = 200\text{c}$, $S = 2\text{км}$ $U - ?$; $\sin(\alpha) = 0,8$; $V = 15\text{ м/c}$;
 $d_{\min} - ?$ $t_{\min} - ?$

Решение: Так как спиралюм прошел $2S$ за T_0 с
постоянной скоростью U , то:

$$2S = T_0 U \Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ м}}{200\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

В случае с вектором, т.к. спиралюм всегда лежит по прямой,
то его $\vec{V}_{ABC} = \vec{V} + \vec{U}$ должна быть сокращена с
AB:



Тогда предположим-

коэф. налена β и $t = \frac{S}{V_{ABC}}$. Тогда время лежит под

углом β к AB. Тогда $U \cos(\beta)$, $V \cos(\alpha) = V_{ABC}$, а

$V \sin(\alpha) = U \sin(\beta)$, т.к. V_{ABC} сокр. с AB. \Rightarrow

$$\Rightarrow V_{ABC}^2 = U^2 \cos^2(\beta) + V^2 \cos^2(\alpha) + 2U V \cos(\beta) \cos(\alpha),$$

$$\alpha \quad V^2 \sin^2(\alpha) = U^2 \sin^2(\beta) \Rightarrow V_{ABC}^2 = U^2 - U^2 \sin^2(\alpha) + V^2 \cos^2(\alpha) +$$

$$2U V \cos(\beta) \cos(\alpha) = U^2 + V^2 (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) + 2U V \cos(\alpha)$$

Тогда для того, чтобы t было мин. нужно максимизиро-
вать V_{ABC} . Т.к. из уравнения $V \sin(\alpha) = U \sin(\beta)$ V опред.
однозначно, то получим, что спиралюм леж. V_{ABC}

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

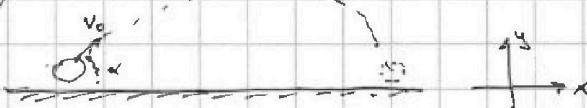
Дано: $t_1 = 0,5 \text{ с}$; $t_2 = 1,5 \text{ с}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$; $2\beta = 30^\circ$

$|v(t_1)| = |v(t_2)|$, где $v(t)$ — динамичные величины
скорости по времени. $t = ?$; $L = ?$; $R = ?$

Решение: Траектория полета:

Пусть v_0 — скорость в нач. м.

α — угол v_0 с горизонтом.



$$\Rightarrow v_x(t) = v_0 \cos \alpha; v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$\Rightarrow |v(t)| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2} = v_0 \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + t^2 g^2 - \frac{2 \sin \alpha t g}{v_0}}$$

$$= v_0 \sqrt{1 + \frac{t^2 g^2 - 2 \sin \alpha t g}{v_0^2}} \Rightarrow |v(t_1)| = |v(t_2)| \text{ из условия, что } v_0 \text{ константа.}$$

$$v_0 \sqrt{1 + \frac{t_1^2 g^2 - 2 \sin \alpha t_1 g}{v_0^2}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t_2^2 g^2 - 2 \sin \alpha t_2 g}{v_0^2}} \Rightarrow t_1^2 g^2 - t_2^2 g^2 =$$

$$= 2 \sin \alpha g (t_1 - t_2) \frac{1}{v_0} \Rightarrow (t_1 + t_2) g = 2 \sin \alpha \cdot \frac{1}{v_0}$$

$$= 2 \sin \alpha g (t_1 - t_2) v_0 \Rightarrow (t_1 + t_2) g = 2 \sin \alpha v_0$$

Последнее грех, на