МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 792$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{3\pi}{14}$ или $4\cos\dfrac{\pi}{7} - 5\sin\dfrac{\pi}{14}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 5 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Сумма углов выпуклого ~~кон~~ n-угольника находится по формуле: $\boxed{(n-2)}\cdot 180^\circ$ (1), а сумма первых n членов арифметической прогрессии можно найти по формуле:

~~$S_n = (a_1+n-1)\cdot n$, где~~ $S_n = \frac{(2a_1+(n-1)\cdot d)\cdot n}{2}$, где a_1 - первый член а. пр., d - ~~знач~~ разность ар. пр-ии.

Пусть у многоугольника n углов, тогда по условию $d = 2^\circ$ (1 случай: $d = 2^\circ$; или $d = -2^\circ$), $a_1 = 143^\circ$, $\Rightarrow S_n = \frac{(2a_1+(n-1)d)n}{2} = (a_1+n-1)n$, что ~~а у~~ является суммой углов, а по (1) сумма углов равна $(n-2)\cdot 180^\circ$, т. е.

$(a_1+n-1)n = (n-2)\cdot 180$, т. к. $a_1 = 143$

$143n + n^2 - n = 180n - 360$, $\Rightarrow$

$n^2 - 38n + 360 = 0$, $D = 38^2 - 4\cdot 360 = 1444 - 1440 = 4$

$n_{1,2} = \frac{38\pm 2}{2}$, $n_1 = 20$, $n_2 = 18$

2 случай $d = -2$, $\Rightarrow S_n = (143 - n + 1)n$, аналогично сл. 1

$143n - n^2 + n = 180n - 360$, $\Rightarrow n^2 + 36n - 360 = 0$

$D = 36^2 + 4\cdot 360 = 36\cdot 4(9+10)$, $\Rightarrow \sqrt{D} = 12\sqrt{19}$, а n должно быть целым, $\Rightarrow$ наибольшее число вершин $n = 20$

Ответ: 20

~~24~~ ~~168~~ ~~168~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

по св-ву логарифма

$x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$ $\Leftrightarrow$

$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$ $\Leftrightarrow$

$\ln(16^x\cdot 8^y\cdot 24^z) = \ln 6$ $\Leftrightarrow$

$16^x\cdot 8^y\cdot 24^z = \cancel{\ln} 6$, т.к. $6 \vdots 3$, т.е. правая часть $\vdots 3$, то и $16^x\cdot 8^y\cdot 24^z \vdots 3$ из чисел $16^x, 8^y, 24^z$ на 3 делится только 24^z, или $z \geq 1$ и целое, $\Rightarrow$ $z \geq 1$, с другой стороны если $z \geq 2$, то левая часть $\vdots 9$, а правая нет, $\Rightarrow z = 1$, т.е. $24\cdot 16^x\cdot 8^y = 6$ $\quad |:6$

$4\cdot 16^x\cdot 8^y = 1$, $\Rightarrow$ $2^2\cdot 2^{4x}\cdot 2^{3y} = 2^0$, $\Rightarrow$

$2+4x+3y=0$, $\Rightarrow$ $4x+3y=-2$, ~~$\Rightarrow 4x+3y = -2\cdot 4+3\cdot 2$~~

$4(x+2) = 3(2-y)$, $\Rightarrow$ $x+2=3k$, $2-y=4k$, где $k\in\mathbb{Z}$

$x = 3k-2$, $y = 2-4k$, нужно найти наименьшее значение x^2+y^2, т.е. $(3k-2)^2+(2-4k)^2 = 9k^2-12k+4+4-16k+16k^2 =$ $25k^2-28k+8$, график функции $f(k) = 25k^2-28k+8$ — парабола с ветвями вверх, минимум достигается в вершине при $k_0 = \frac{28}{50}$ и равен $f\left(\frac{28}{50}\right) = 25\cdot\frac{28^2}{50^2} - \frac{16}{50} + 8 = \frac{14}{50}\cdot\frac{28^2}{50} + 8$,

наименьшее целое 8 при $k=0$ $x=2$, $y=2$, $\Rightarrow$ $x^2+y^2+z^2 = 8+1 = 9$

~~Ответ: 9~~

$\Rightarrow \quad 4x+3y = -2\cdot 4 + 3\cdot 2$, $\Rightarrow$ $4(x+2) = 3(2-y)$, $\Rightarrow$ $x+2 = 3k$,

$2-y = 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$, $\Rightarrow$

$x = 3k-2$

$y = 2-4k$ $\quad \Rightarrow \quad x^2+y^2 = (3k-2)^2+(2-4k)^2 = 25k^2-28k+8$,

рассмотрим функ-цию $f(k) = 25k^2-28k+8$, график ее парабола с ветвями вверх симметр. $k = \frac{28}{50}$, $\Rightarrow$

минимальное значение при целом k достигается или при $k=1$ или при $k=0$ (т.к. $0 < \frac{28}{50} < 1$)

$f(1) = 5$, $f(0) = 8$, $f(1) < f(0)$, $\Rightarrow k = 1$

$x = 1$, $y = -2$, $\Rightarrow$

$x^2+y^2+2^2 = 1+4+1 = 6$

Ответ: 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a_1, a_1+1, a_1+2, \ldots a_1+6$ — 7 данных последоват. натур. чисел (множество М)

любая сумма 6 чисел $= 6a_1 + k$, где $k \in \mathbb{Z}$ и ...,

k ~~может быть~~ минимально если берутся первые 6 чисел, и $k = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

и максимально, если берутся последние 6 чисел и $k = \frac{(1+6)\cdot 6}{2} = 21$

$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q)$ пусть $p = 6a_1 + k_p$, $q = 6a_1 + k_q$, =>

$(p+q)(p-q) = (12a_1 + k_p + k_q)(k_p - k_q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ подал.

~~пусть~~ k переберем не случаи ~~(учит~~ (замечая т.к. p и q простые и ~~$k_p = 15$~~ $p = 6a_1 + k_p > 3$, и $q = 6a_1 + k_q > 3$ то k_p и $k_q \not\vdots\, 3$ и $\not\vdots\, 2$), и заметим что ~~$k_p \neq k_q$ иначе $k_p - k_q = 0$~~, $k_p > k_q$)

нет значения удов $k_p > k_q$, k_p

1) $k_p = 17$, $k_q = 19$, ~~=>~~

2) $k_p = 19$ $k_q = 17$, => $k_p - k_q = 2$, => $k_p + k_q = 36$, =>

$(12a_1 + 36) \cdot 2 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$, т.е. $12a_1 + 36 = \frac{792}{2} = 396$

$12a_1 = 360$, => $a_1 = 30$, проверим p и q на простоту:

$p = 6 \cdot 30 + 19 = 199$ — простое, $q = 6 \cdot 30 + 17 = 197$ — простое

~~3) $k_p =$~~ => множество М: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

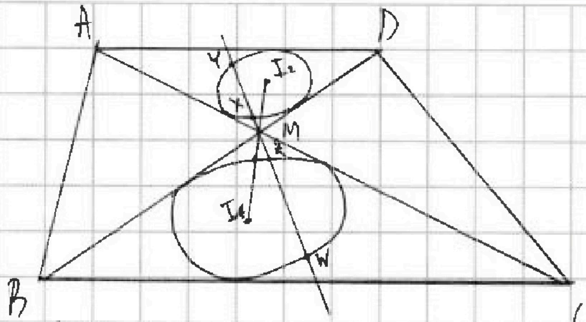
Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Решение: т.к. центр вписанной окр-ти - т. пересечения биссектрис, то MI_1 - биссектриса $\angle BMC$, MI_2 - биссектриса $\angle AMD$, т.к. $\angle AMD$ и $\angle BMC$ - вертикальные, то биссектрисы лежат на 1 прямой, $\Rightarrow M \in I_2 I_1$

т.к. $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ по условию, а $\triangle ADM \sim \triangle BMC$ по двум углам ($\angle AMD = \angle BMC$, как вертикальные, $\angle ADM = \angle MBC$ как накрест.)

то $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2}$, где r_i - радиус окр-ти ω_i, $\Rightarrow$

$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2}$, и $\frac{MY}{MW} = \frac{1}{2}$ как соответствующие элементы подобных треугольников

по усл. $I_1 I_2 = \frac{13}{2}$, $\Rightarrow MI_2 = \frac{13}{2} - MI_1$, $\Rightarrow$

$\frac{\frac{13}{2} - MI_1}{MI_1} = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow 13 - 2MI_1 = MI_1$, $\Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}$, $MI_2 = \frac{13}{6}$

$MW = 2MY$ по степени точки M относительно окр-ти ω_1

$\cancel{MZ}$ $MZ \cdot MW = MI_1^2 - r_1^2$

$2MZ \cdot MY = \frac{169}{9} - r_1^2$, $\Rightarrow$ (т.к. $MZ \cdot MY = 5$ по усл.)

$r_1^2 = \cancel{10}\ \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9}$, $\Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\frac{\pi}{14} = \alpha$, тогда допустим, что

$5 - 4\sin 3\alpha > 4\cos 2\alpha - 5\sin\alpha$, =>

$5 - 4(3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha) > 4(1 - 2\sin^2\alpha) - 5\sin\alpha$, =>

$16\sin^3\alpha + 5 - 12\sin\alpha > 4 - 8\sin^2\alpha - 5\sin\alpha$, =>

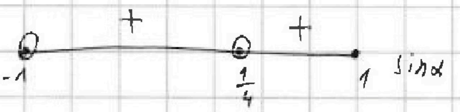
$16\sin^3\alpha + 8\sin^2\alpha - 7\sin\alpha + 1 > 0$, решим нер-во, найдем корни

$16\sin^3\alpha + 8\sin^2\alpha - 7\sin\alpha + 1 = 0$, $\sin\alpha = -1$ - корень, =>

$(\sin\alpha + 1)(16\sin^2\alpha - 8\sin\alpha + 1) = 0$

$(\sin\alpha + 1)(4\sin\alpha - 1)^2 = 0$, решим нер-во методом интервалов

$\sin\alpha = \frac{1}{4}$



=> при $\sin\alpha \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; 1)$

неравенство выполнено; докажем что $\sin\alpha \neq \frac{1}{4}$, т.к $\sin\alpha = \sin\frac{\pi}{14}$ ~~$< \sin\frac{\pi}{12}$~~

~~найдем $\sin\frac{\pi}{12} > 0$, =>~~

~~$\sin\frac{\pi}{12} \cdot \cos\frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$, т.к $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, =>~~

~~$\sin^2\frac{\pi}{12} \cdot (1 - \sin^2\frac{\pi}{12}) = \frac{1}{16}$, пусть $\sin^2\frac{\pi}{12} = m$, тогда~~

~~$m^2 - m + \frac{1}{16} = 0$, => $D = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$~~

~~$m_{1,2} = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$, $m_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$, $m_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} < 0$~~

т.к если бы $\sin\frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}$, то

$\sin\frac{3\pi}{14} = \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16} < \sin\frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\frac{\pi}{4}$

Ответ: $5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем количество ~~пирамид~~ 3угольных пирамид, имеющих 4 вершины:

1) Если основание $\in (\alpha)$ то можно выбрать C_7^3 способами точки в плоскости α образующие Δ-к (т.к. они все лежат на 1 окр-ти, то никакие 3 не лежат на 1 прямой) и 5 способов выбрать вершину, итого: $\frac{7!}{4!\cdot 3!}\cdot 5 = 175$

2) Если в плоскости α лежит ребро:

способов выбрать ребро в пл-ти α: C_7^2 и C_5^2 способов выбрать ребро скрещивающееся (т.к. по усл-ию 4 точки вне лежат в пл-ти, то в пл-ти α, пирамида может быть построена), итого $\frac{7!}{5!\cdot 2!}\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!} = 210$

3) Если в плоскости α лежит 1 вершина:

C_5^3 способов выбрать основание

7 способов выбрать вершину в пл-ти α

Итого $7\cdot\frac{5!}{3!\cdot 2!} = 70$

4) Если в пл-ти α не лежит вершин

$C_5^4 = 5$ способов выбрать 4 точки вне пл-ти α

Посчитаем кол-во 4 угольных пирамид:

Основание $\in$ пл-ти α, иначе противоречие условию

т.к. все точки лежат на окр-ти, то все ~~4-угольники~~ многоугольники ~~из~~ выпуклые $\Rightarrow$

C_7^4 способов выбрать основание и 5 способов выбрать вершину итого $\frac{7!}{4!\cdot 3!}\cdot 5 = 175$

Аналогично кол-во способов выбрать 5 угольную пирамиду:

$C_7^5 \cdot 5 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot 5 = 105$

6-угольную: $C_7^6 \cdot 5 = \frac{7!}{6!} \cdot 5 = 35$

7-угольную: $C_7^7 \cdot 5 = 5$

~~Ответ:~~ => всего способов

$175 + 210 + 70 + 5 + 175 + 105 + 35 + 5 = 10 + 140 + 280 + 350 =$

$280 + 500 = 780$

Ответ: 780

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow 4x = -2-3y$, $\Rightarrow x = \frac{-2-3y}{4}$, $\Rightarrow$

нужно найти минимум $\left(\frac{-2-3y}{4}\right)^2 + y^2$ при целом y, ~~т.е~~ что равно

~~$4+12y+9y^2+16y^2 = 25y^2+12y+4$~~, графиком функции

$f(y) = 25y^2+12y+4$ – парабола симметричная отн.

~~вершины~~ оси $y = \frac{-12}{50}$ и ветвями вверх, т.е

минимум при целом y достигается при $y=-1$ или $y=0$

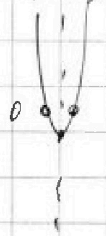
т.к $-1 < -\frac{12}{50} < 0$

$f(-1) = 25-12+4 = 17$, а $f(0) = 4$, $4 < 17$, $\Rightarrow$

минимум при целом y это 4, тогда $x =$

пусть $a_1, a_1+1, a_1+2, a_1+3, a_1+4, a_1+5, a_1+6$ - 7 последоват

$y = \frac{-2-4x}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Нужно минимизировать x^2+y^2 при целых x и y. ~~т.е минимизировать~~ будем подставлять целые значения x и y в уравнение $4x+3y=-2$,

$x=0$, $y=0$, $\Rightarrow 0=-2$, $\Rightarrow$ не подходит

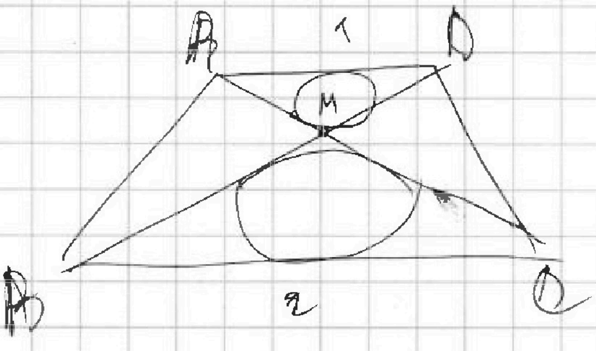
$|x|=1$, $y=0$ $\quad 4=-2$, $-4=-2$ $\Rightarrow$ не подходит

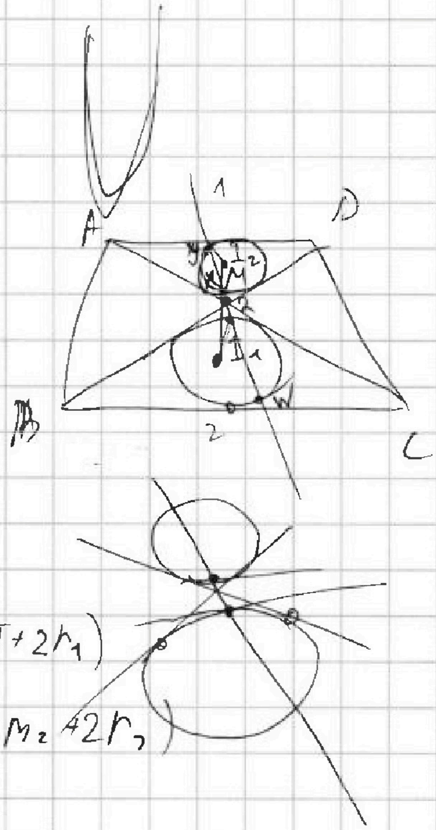
$|x|=1$ $|y|=1$, $\Rightarrow$ $7=-2$ или $1=-2$, или $-7=-2$, или $-1=-2$, не один из случаев не является правдой

$|x|=$ $\quad f(y)=y^2+\frac{9}{16}y^2+3y+1$

$2l\left(\frac{13}{3}-l\right)+\left(\frac{13}{3}-l\right)=$ $\quad \frac{-3\cdot 25}{16}=-\frac{75}{16}\in(-5;-4)$

$MZ\cdot 2MY=10$





$MZ\cdot MY$

$MZ\cdot M\cdot W=M_{4m}(M4T+2r_1)$

$MX\cdot MY=M4m_2\cdot(M4m_2+2r_2)$

$5MX\cdot MW=$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\frac{4}{2\cdot 50} = \frac{1}{25} - \frac{16}{50} + 8 = -\frac{14}{50} + 8 =$

99×8

$\frac{\cancel{25}\cdot\cancel{28}}{\cancel{50}\cdot\cancel{50}}$ $2 \cdot 25$

$\frac{14}{50} - \frac{16}{50}$

28×28

$28 \times 14 = 112$, 28, 432

$396 : 2 = 198$

$792 : 2 = 396$

$198 : 2 = 99$

$360 : 12$

$(|x|+|y|)^2 - 2xy =$

$\frac{14}{25} - \frac{432}{25} + 8$

p

a_1, a_2

$a_1, a_1+1, \ldots$

$(p-q)(p+q) = 2^2 \cdot \cancel{198} \cdot 3^2 \cdot 11$

$8 - \frac{418}{25} = -\frac{218}{25}$

$16 \times 16 = 256$

$p+q$ - четн. $k=0$ $x=2$ $y=2$

$k=0$ $|x|=2$ $|y|=2$

$k=1$

$k=1$ $|x|=1$ $|y|=2$

$792 : 2 = 396$

$k=2$

130

$4x = -2 - 3y$ $x = \frac{-2-3y}{4}$

$y^2 + \frac{(4+12y+9y^2)}{16}$

$\cancel{16}\ 25y^2 + 12y + 4$ 4

$y_0 = \frac{-12}{50}$

$25 \cdot \frac{12^2}{50^2} + \frac{12\cdot 12}{50} + 4 =$

$\frac{12^2\ 6\cdot 6}{\cancel{4\cdot 50}\ 25} - \frac{6\cdot 12}{25} + 4$

$-\frac{36}{25} + 4 = \frac{64}{25} \geq 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(n-2)\cdot 180^\circ =$ $\frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 5}{6}=$ 143 145 147 $\frac{6\cdot 7}{2}\cdot\frac{4\cdot 5}{2}=$

$S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$ 5, 9, 13 = 27 5, 9, 13, 17 = 44

$\frac{18\cdot 3}{2}=$

$S_n = \frac{(143+a_n)\cdot n}{2}$ $S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot 2$

$\frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 5}{2\cdot 3}$ ~~143 + a₁ +~~ $S_n = \frac{(2a_1+2n-2)\cdot n}{2} =$

$S_n = (2a_1$

$(a_1+n-1)\cdot n = (n-2)\cdot 180^\circ$

$n^2 - 38n + 360 = 0$ $38^2 =$ $\frac{2\pi}{14}$

$D = 1444 - 1440 =$

$38\cdot 38 = 304$, 114, 1444 $360\cdot 4 = 1440$

$36\cdot 36$: 216, 108, 1296

$n^2 + 36n - 360 = 0$

$\frac{3\pi}{8}$ $\frac{7\pi}{14}\cdot\frac{5\pi}{14}=$

1296 + 1440 = 2736

$26\cdot 26$: 156, 52

$54\cdot 54$: 216, 270

16·8 8·4 4·4

$36\cdot 36 + 4\cdot 360 = 4(9\cdot 36+360) = 4\cdot 36\cdot 36(9+10)$

$2^2\cdot 2^{4x}\cdot 2^{3y} = 1$

$18\cdot 180^\circ = \frac{(143+143\cdot 19)\cdot 20}{2} = 10\cdot 20\cdot 143$

2

$x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$ $x^2+y^2+z^2 - \min?$

$5x\ln 2 + 3y\ln 2 + z\cdot(\ln 8 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3$ $4\cdot -2 + 3\cdot 2$

$3z\ln 2 + \ln 3z$ $4x + 3y = -2$

$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$ НОД

$16^x\cdot 8^y\cdot 24^z = 6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5-4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\quad 4\cos\frac{2\pi}{14} - 5\sin\left(\frac{\pi}{14}\right) = \alpha$

$16\sqrt2 ? 22$

$16^2\cdot 2 ? 22^2$

$16^2 ? 22^2\cdot 11$

$256 > 242$

$16 \times 16 = 96,\ 16,\ 256$

$5-4\sin 3\alpha$ $\quad 4\cos 2\alpha - 5\sin\alpha$

$4-4\sin^2\alpha \quad -5\sin\alpha$

$\frac{\sqrt2}{2} > \frac{11}{16}$

$\sin 3\alpha = \sin\alpha\cdot\cos2\alpha + \sin2\alpha\cdot\cos\alpha =$

$\frac{\sqrt3}{2}$ $\quad \frac{11}{16}$ $\quad \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha\cdot\underbrace{\cos^2\alpha}_{1-2\sin^2\alpha}$

$\sin \quad \frac{\pi}{7}$

$\sin2\alpha =$ $\quad 3\sin\alpha - 6\sin^3\alpha$

$5-12\sin\alpha+24\sin^3\alpha < 4-4\sin^2\alpha-5\sin\alpha$ $\quad \frac{1}{16} < \frac{8}{16} + \frac{\sqrt3}{4}$

$\sin\alpha = t$ $\quad 24t^3+4t^2-7t+1<0$

~~24 sin~~ $\quad \sin2\alpha = 2\sin\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha} = 2\cdot\frac14\cdot\sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{8}$

$\sin3x = \sin x\cdot\cos2x + \sin2x\cdot\cos x = \sin x(1-2\sin^2x) +$

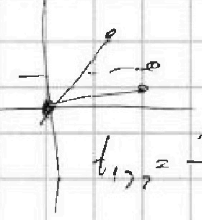
$2\sin x\cdot\cos^2x = \sin x - 2\sin^3x + 2\sin x(1-\sin^2x) = 3\sin x - 4\sin^3x$

$\sin\alpha = -1$ $\quad \frac{\sqrt{15}}{8} < \frac48$ $\quad \frac{14}{16} - \frac{1}{16} = \frac{13}{16}$

64 -

$$
\begin{array}{l|l}
16t^3+8t^2-7t+1 & t+1 \\
-(16t^3+16t^2) & 16t^2-8t+1 \\
\quad -8t^2-7t & \\
\quad -(-8t^2-8t) & \\
\qquad t+1 &
\end{array}
$$

$t^2 - t + \frac{3}{16} < 0$ $\quad t_{1,2} = \frac{1\pm}{}$



$\frac{\pi}{14} <$ $\quad 1-\frac34 = \frac14$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt3}{2} > \frac14$

$<\frac14$ $\quad \frac{\pi}{6}$

$2\sqrt3 > 4$

$\sin^2\frac{\pi}{12}\left(1-\sin^2\frac{\pi}{12}\right) = \frac{3}{16}$ $\quad 2\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt3}{2}$ $\quad \frac{3\pi}{14} > \frac{\pi}{6}$

$t - t^2 = \frac{3}{16}$ $\quad \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt3}{4\cos\frac{\pi}{12}} = \frac{\sqrt3}{4\sqrt{1-\sin^2\frac{\pi}{12}}}$ $\quad 18\pi > 14\pi$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

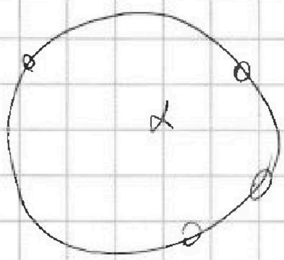
$\frac{39}{6} - \frac{26}{6} = \frac{13}{6}$ 13

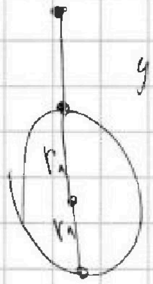
5 вне

48 =

5 в =

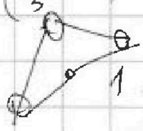
	1	2
	1	4

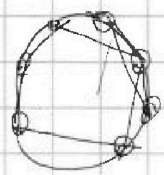




$y = 2 - 4k$

$\left(\frac{13}{3} + r_1\right) \cdot \left(\frac{13}{3} - r_1\right) =$





15 90

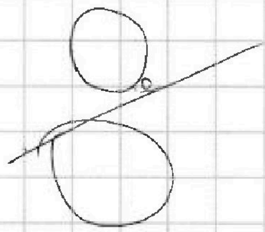
90 24

$p^2 - q^2 = 792 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$

p^2 :

$(p-q)(p+q) = 0$

$\frac{\pi}{7} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{\pi}{4}$



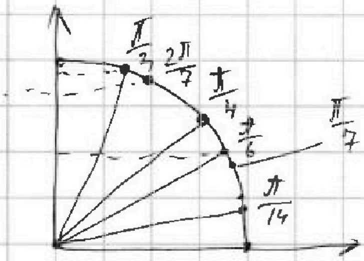
$a_1, a_1+1, a_1+2, \ldots a_1+6$

$p = 6a_1 + k$

$(p+q) = (12a_1 + k + s)(k - s) =$

$q = 6a_1 + s$

$\frac{\pi}{14} =$



$18 \cdot 180 = (143 + 20 - 1) \cdot 20$

$18 \cdot 9 = 162$

$\frac{4\pi}{49}$ $\frac{\pi}{14}$

$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \sqrt{1 - \frac{1}{16}}$

$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{8} < \frac{4}{8}$

$\frac{2\pi}{7} < \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\pi}{7}$

$6\pi < 7\pi$

$\sin\frac{2\pi}{7}$ $\frac{\sqrt{15}}{4} \sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7\sqrt{15}}{32} < \frac{\sqrt{3}}{2}$

$7\sqrt{15} < 16\sqrt{3}$

$49 \cdot 5 < 16^2 \cdot 3$

245