



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 11

- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Для начала найдём, сколько сумма углов n -угольника, данного в задаче: $143 + (143+2) + (143+2\cdot 2) + \dots + (143+2\cdot (n-1)) = 143n + 2(1+2+3+\dots+(n-1)) = 143n + n(n-1)$. Здесь n - количество углов в многоугольнике. Эта сумма должна быть равна, по известной формуле, $(n-2) \cdot 180$. Применяв эти формулы, получаем уравнение: $143n + n(n-1) = 180(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Leftrightarrow$

\Rightarrow решая по т. Виета $n = \begin{cases} 18 \\ 20 \end{cases}$. Стоит заметить, что

угол выпуклого многоугольника не может быть больше 180, поэтому записать это можно в виде неравенства: $143 + 2 \cdot (n-1) < 180 \Rightarrow n < 19,5$, т.е. ($\text{т.к. } n \in \mathbb{Z} \right) n \leq 19$. Поэтому наибольшее количество вершин у данного многоугольника - 18.
Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \\ = \ln 6 \Rightarrow 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6 \Leftrightarrow 2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{м.н. числа целые: } \begin{cases} z=1, \\ 4x+3y+3=1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1, \\ 4x+3y=-2; \end{cases}$$

Второе равенство задает прямую $y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \Rightarrow$

\Rightarrow если $|x| \geq 1$, то $|y| \geq 1$. Нам нужно найти минимальное значение дистанции $|x| + |y|$. Оно будет достигаться при $x = -1, y = -2$, ведь меньшее, чем 1, неудобно у числа число может быть только 0, но при $x=0$ $y \notin \mathbb{Z}$, а при $|x| > 1$ $|y| > 2$ (как на эту пару, что написано выше). Значит, $x^2 + y^2 + z^2 = 1 + 4 + 1 = 6$ и это наименьшее значение.

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Имеем 7 подряд идущих натуральных чисел:
 $n, n+1, n+2, \dots, n+6$ (n -наи меньшее из них). По условию $p = 6n+k$ и $q = 6n+l$, где k и l лежат в $1 \dots 6$ и $15 \leq k \leq 21$, $15 \leq l \leq 21$ (т.к. если брать первые 6 подряд идущих данных чисел, то их сумма будет равна $6n+15$, а если брать последние 6, то $6n+21$).

Получаем, что т.к. p и q - простые и равны тому, что было написано выше, что $k \neq 6, 12, 18, 24, l \neq 6, 12, 18$. Получаем, что $k \in \{17, 19\}$ и $l \in \{18, 19\}$. Из данных в условии равенства следует, что $k > l$, а значит $k=19$, а $l=18$.

Подставляем наши p и q в равенство из условия и получаем уравнение для n :

$$(6n+19)^2 - (6n+17)^2 = 792 \Leftrightarrow 24n + 72 = 792 \Rightarrow n = 30.$$

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{14}} \Leftrightarrow 5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(\cos^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{3\pi}{14})} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 4(1 + \sin \frac{\pi}{14}) + (1 + \sin \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(\cos^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{3\pi}{14})}. \text{ Пусть } \frac{\pi}{14} = d,$$

$$\text{тогда } 5 - 4 \sin 3d \sqrt{4 \cos^2 2d - 5 \sin^2 d} \Leftrightarrow 5(1 + \sin d) \sqrt{4(\cos^2 2d + \sin^2 3d)}, \cos 2d + \sin 3d = \cos^2 d - \sin^2 d + 2 \sin d \cos d +$$

$$+ \cos^2 d \sin^2 d - \sin^3 d = 1 - 2 \sin^2 d + 3 \sin d - 4 \sin^3 d =$$

$$= (1 + \sin d)(1 - 4 \sin^2 d + 2 \sin d) \Rightarrow 5 \sqrt{1 - 4 \sin^2 d + 2 \sin d}$$

(сокращение на $1 + \sin d$, знае, что $\sin d \neq -1$ и мин. $1 + \sin d > 0$ - знак неравенства не изменится)

$2 \sin^2 d - \sin d + 2 \geq 0$. Границами левую часть как квадратичной функции относительно $\sin d$ являются

$$D = 1 - 16 = -15, D < 0 \Rightarrow 2 \sin^2 d - \sin d + 2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}.$$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Задача: что у пирамиды не более 8 вершин, т.к. если их больше, то в одной исходности не может быть более 7 пирамид, а по условию в одной исходности у нас пирамиды 8 пирамид (это d).

Далее рассмотрим 2 случая: I) у пирамиды 9 вершин; II) у пирамиды 5, 6, 7 или 8 вершин.

I: количество пирамид в данном случае равно $\frac{12!}{4!4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{28!} = 495$. (таким образом нужно выбрать любые 4 пирамид из 12 и вместе с ними, когда все они имеют 8 д.)

II: если 5 вершин: $\frac{12!}{5!3!} \cdot 5 = 7 \cdot 25 = 155$,

если 6 вершин: $\frac{12!}{5!2!} \cdot 5 = 105$, (выбираем 4, 5, 6 или 7 вершин соответственно)

если 7 вершин: $\frac{12!}{6!} \cdot 5 = 35$, но в d и одну из 5 пирамид. (или 8 д.)

если 8 вершин: 5 вариантов.

Итого существует $495 + 155 + 105 + 35 + 5 = 795$ пирамид, удовлетворяющих условию.

Ответ: 795.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

1) четырехугольник: 4 метод: $32 + 1 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot 5 = 7 \cdot 25$.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$20 + 2 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 9}{3} = 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$20 + 3 \cdot 7 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 7 \cdot 40$$

$$4 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6}$$

n-угольник: I) $8 \leq n \leq 12$

II) $3 \leq n \leq 7$.

I)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = 2 \sin 2\alpha \cos^2 \alpha + \\ &+ \cos^2 \alpha \sin 2\alpha - \sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^3 \alpha = \\ &= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(\cos 2\alpha + \sin 3\alpha) &= \cos \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha = \\ &= 1 + \sin \alpha - 2 \sin^2 \alpha (1 + \sin \alpha) + 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = \\ &= (1 + \sin \alpha)(1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha). \end{aligned}$$

$$4 \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha + 4 \sqrt{10}$$

$$2 \sin^3 \alpha - \sin \alpha + 2 \sqrt{10}$$

$$D = 1 -$$

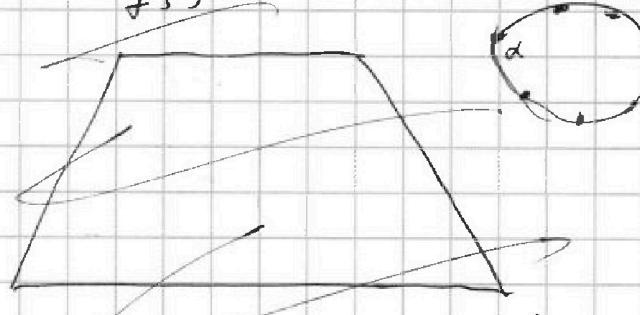
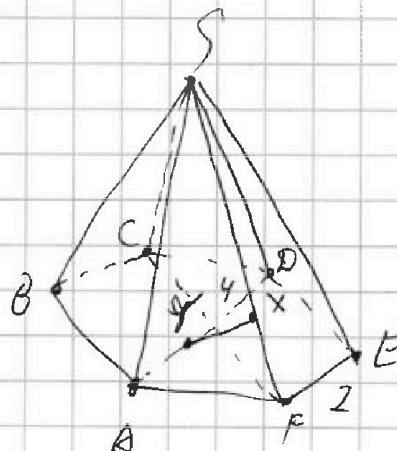
$$\sqrt{7}$$

$$5 \cdot 3 \cdot 2 =$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 495 \\ \hline 155 \\ + 255 \\ \hline 755 \end{array}$$

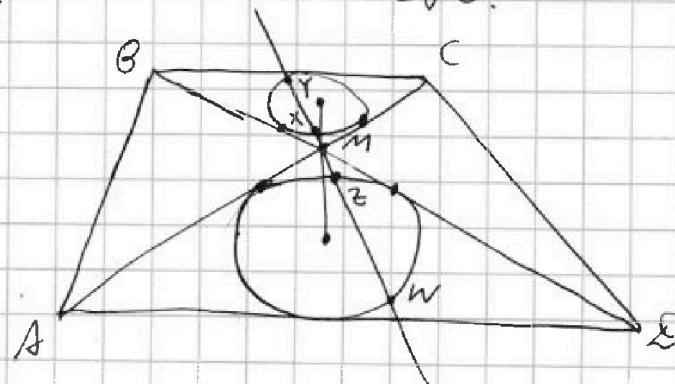
$$\begin{array}{r} 25 \\ + 25 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\sqrt{6} =$$



$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{240} = \frac{8!}{4! \cdot 4!}$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 720.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

7 * 6 * 5

$$4\left(1 + \sin \frac{\pi}{14}\right) + \left(1 + \sin \frac{\pi}{14}\right) \sin \frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{\pi}{14} < \frac{5\pi}{14} \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{55}{595}$$

$$5\left(1 + \sin \frac{\pi}{14}\right) \sqrt{4\left(\cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}\right)} - \sin^2 \frac{\pi}{14} + 3 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$4\left(\cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}\right)\left(1 + \sin \frac{\pi}{14}\right) + 3 \cos^2 \frac{\pi}{14} \left(1 + \sin \frac{\pi}{14}\right) =$$

$$= 4\left(1 + \sin \frac{\pi}{14}\right)\left(3 \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}\right)$$

$$5\sqrt{4\left(3 \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}\right)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 1 \cdot 5$$

№2

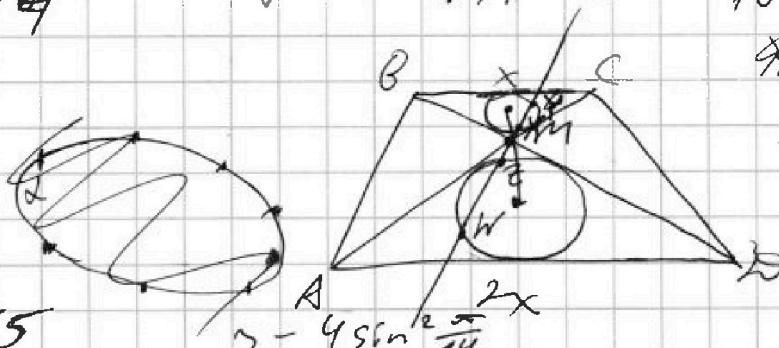
$$\cos \frac{\pi}{7} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{1,25} = \frac{\sqrt{5}}{105}$$

$$Mz = 2My$$

$$2My^2 = 5$$

$$My = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

№3



$$\cos \frac{\pi}{7} > \frac{\pi}{14}$$

$$12 \cos \frac{\pi}{14} > 12 \frac{\pi^2}{14^2} = \frac{3\pi^2}{49}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{14}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{14} < \frac{\pi^2}{14^2}$$

$$5 + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} < 5 + \frac{4\pi^2}{14^2} = 5 + \frac{\pi^2}{49}$$

8218x

$$12 - 5\sqrt{16 \sin^2 \frac{\pi}{14}}$$

$$7\sqrt{16 \sin^2 \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 4 \sin 3d \sqrt{4 \cos 2d - 5 \sin d}$$

$$5(1 + \sin d) \sqrt{4(\cos 2d + \sin 3d)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \quad x^2 + y^2 + z^2 = ?$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6 \Rightarrow 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1 \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ 4x+3y+3=1 \\ 4x+3y=-2. \end{cases}$$

$$\sqrt{3}. X = -\frac{2+3y}{4}$$

$$n, n+1, n+2, \dots, n+6$$

$$p = 6n+k \quad q = 6n+l \quad (6n+k)^2 - (6n+l)^2 = 7962 \quad \text{ок} \quad 1$$

$$15 \leq k \leq 19 \quad 15 \leq l \leq 19 \quad (6n+k)^2 - 12nk + k^2 - 12n(l) + l^2 = 7962 \quad \text{ок} \quad 2$$

$$k, l \in \{3, 2, 17\} \quad k > l \quad 12n(k-l) + (k-l)(n+l) = 7962$$

$$19, 17 \quad n \quad k \quad l \quad \frac{19}{17} \quad \frac{36}{72} \quad \frac{7962}{72} \quad \frac{7962}{72} \quad \text{ок}$$

$$25n + 2 \cdot 36 = 796 \quad \{18, 19, 23\}$$

$$n = \frac{7960}{25} = \frac{3180}{12} = \frac{90}{3} = k = 19, l = 17$$

$$= 30. \quad \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{3\pi}{14} = \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sqrt{5} \left(\cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14} + 2 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} i \right) = \cos \frac{2\pi}{14} + i \sin \frac{2\pi}{14} = \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{14}} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} =$$

$$4 \sin \left(\frac{\pi}{14} + \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left(\cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14} \right) = \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14} = \cos \frac{2\pi}{14} + i \sin \frac{2\pi}{14} = \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$$

$$= 4 \left(\sin \frac{\pi}{14} \left(\cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14} \right) + 2 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} \right) = 4 \left(\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} + \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 8 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} = \sqrt{4 \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{14}}$$

$$5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left(\cos \frac{\pi}{14} + i \sin \frac{3\pi}{14} \right)} = 5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left(\cos \frac{\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \right)}$$

$$4 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) + \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left(\cos \frac{\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \right)}.$$

$$\sin \frac{\pi}{14} < \cos \frac{\pi}{14} \quad \text{или} \quad \sin$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{1} \\
 & 143, 143+2, 143+4 \dots \frac{180}{39} \\
 & (n-2) \cdot 180 \\
 & S = 143 \cdot k + \frac{2(1-2^{k-1})}{1-2} = 143 \cdot k - 2(1-2^k) \\
 & 143k - 2(1-2^{k-1}) = (n-2) \cdot 180 \\
 & 180 - 143 = 37 \quad 37 : 2 = 18,5 \\
 & \text{max } k_{\text{нед}} : 143 + 2 \cdot 18 = 179 \\
 & \text{Условие: } 3 \leq k \leq 19 \text{ и } 143k + 2(n-2) : 180 \\
 & n=19: 143 \cdot 19 + 2(18 + 17 + 16 + \dots + 1) = 143 \cdot 19 + 2 \cdot \frac{18 \cdot 19}{2} = \dots \\
 & = 143 \cdot 19 + 18 \cdot 19 : 180 \\
 & n=18: 143 \cdot 18 \\
 & k - \text{шаги в арифм. прогрессии} \\
 & n - \text{количество шагов} \\
 & \text{Условие: } 143k + k(k-1) = 180(k-2), k \in \mathbb{Z}, 3 \leq k \leq 19 \\
 & 143k + k^2 - k = 180k - 360 \\
 & k^2 - 38k + 360 = 0 \quad D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 1556 \\
 & \begin{cases} k_1, k_2 = 38 \\ k_1, k_2 = 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{cases} \\
 & a_1 = 143, a_2 = 143+2, a_3 = 143+2 \cdot 2, \dots, a_n = 143+2 \cdot (n-1) \\
 & S_n = 143 \cdot n + 2(1+2+3+\dots+(n-1)) = 143n + (n-1)n = 180(n-2) \\
 & n^2 - 38n + 360 = 0 \\
 & n = \begin{cases} 15 \\ 24 \end{cases} \quad \text{Ответ: } n = 15.
 \end{aligned}$$