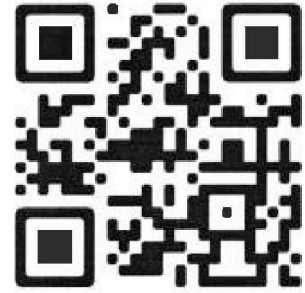




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



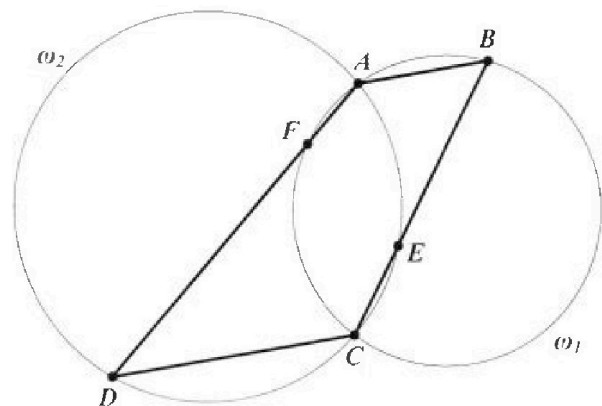
1. [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|x - 1|$ и $|x^2 + 4x|$, а длина гипотенузы равна $|2x + 3|$. Найдите x .
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 - z^2$.
3. [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $343 \cdot 10^{1000}$.
4. [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{6x - x^2} - 5} \leq \frac{1}{\sqrt{3x - x^2} - \sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

5. [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 5$, а площадь треугольника OBA_1 равна 3.
6. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0, \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0. \end{cases}$$

7. [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей ω_1 и ω_2 , если $AF : CE = 3 : 5$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Пифагора: $(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2$; $x-1 \neq 0$; $x^2+4x \neq 0$; $2x+3 \neq 0$, так

стороны Δ не равны 0

$$x^2 - 2x + 1 + x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 9x^2 + 22x + 8) = 0$$

$$(x-1)(x+4)(x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$x-1 \neq 0 \Rightarrow (x+4)(x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$x^2 + 4x \neq 0 \Rightarrow x(x+4) \neq 0 \Rightarrow x+4 \neq 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$$

$x \neq 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq -\frac{3}{2} \\ x \neq 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 25 - 8 = 17 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{17}}{2} \neq 0; -\frac{5 - \sqrt{17}}{2} \neq 0; -15$$

Ответ: $\frac{-5 + \sqrt{17}}{2}; \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{2} + z\sqrt{5} = \sqrt{2} + \sqrt{10}$$

$$x\sqrt{2} + 2y\sqrt{2} + 5z\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}(x-4) = \sqrt{2}(6-2y-5z) \Rightarrow \sqrt{1;5} = 6-2y-5z$$

т.к. если $x-4 \neq 0$ и $6-2y-5z \neq 0 \Rightarrow \sqrt{1;5} = \frac{2-y}{6-2y-5z}$, но $\frac{2-y}{6-2y-5z}$ — рациональное число,

а $\sqrt{1;5} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ — иррациональное число $\Rightarrow x-4=0; 6-2y-5z=0$

$$\begin{cases} x=4 \\ z = \frac{6-2y}{5} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 - z^2 = 16 + y^2 - \frac{36 + 4y^2 - 24y}{5} = \frac{10 + 5y^2 - 4y^2 - 36 + 24y}{5} =$$

$$= \frac{y^2 + 24y - 26}{5}, \text{ минимум этого выражения будет при } y = \frac{-24}{2} = -12$$

$$x^2 + y^2 - z^2 = \frac{144 - 288 - 26}{5} = \frac{-170}{5} = -34$$

Ответ: -20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть x и y — натуральные числа; $x = a(a+1)$; $y = b(b+1)$; $y = x + 393 \cdot 10^{1000}$

$$a(a+1) \neq b(b+1) \Rightarrow b > a \text{ (или } a > b; a+1 > b+1 \Rightarrow a(a+1) > b(b+1)$$

\Rightarrow пусть $b = a+k$, где k — натуральное

$$b(b+1) = (a+k)^2 + a+k = a^2 + 2ak + k^2 + a+k = a^2 + a + k(2a+1+k) = a(a+1) + k(2a+1+k) = a(a+1) + 393 \cdot 10^{1000} \Rightarrow 393 \cdot 10^{1000} = k(1+k+2a), \text{ заменим, что если } k\text{-лем}$$

$\Rightarrow 1+k+2a$ — чет; если k — чет $\Rightarrow 1+k+2a$ — чет

так же заменим, что $k < 1+k+2a$, так $a \in \mathbb{N}$ заменим, что $1+k+2a \geq 3+k$

\Rightarrow если $393 \cdot 10^{1000}$ представимо в виде $a \cdot b$ с.д, где $\text{сумма } d \leq k$, то

если $k-d \geq 2$, то: если такие существуют a, k , то $k = \min(c, d)$
 $1+k+2a = \max(c, d)$
 $k(1+k+2a) = 393 \cdot 10^{1000}$

$393 \cdot 10^{1000} = 3^3 \cdot 5^{1000} \cdot 2^{1000}$ если k один из множителей обязательно чет, то

то отсюда $1000 \rightarrow$ различные варианты (получим $= 5^i \cdot 3^j \cdot 2^k, i \in [0, 1000]; j \in [0, 3] \Rightarrow$

если 4004 вариантов равносильно $393 \cdot 10^{1000}$ как с.д, где все с.д различны

Докажем, что нет случаев, когда $393 \cdot 10^{1000} = n(n+1)$ или $m(m+2)$ (хотя бы не можем, так как n и m раскладываются на множители разной четности)

n и $m+2$ — одинаковой четности \Rightarrow нет таких с.д, что $k-d=2$

рассмотрим $n(n+1)$ делимость на 5: $\begin{matrix} n & n+1 & n(n+1) \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{matrix}$, заметим, что тогда

$$393 \cdot 10^{1000} \equiv 2 \pmod{5}, \text{ но } 393 \equiv 1 \pmod{5}; 10 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 393 \cdot 10^{1000} \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow$$

нет таких с.д, что $k-d=1 \Rightarrow$ без каждого из 4004 вариантов есть решение a и k

Ответ: 4004

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt{x-x^2-5}} \leq \frac{1}{\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2}}, \text{ пусть } \sqrt{6x-x^2}-5 = a; \sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2} = b$$

$$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{b-a}{ab} \leq 0$$

$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \text{ — невозможно, так как } \\ b-a < 0 \\ a > 0 \\ b < 0 \text{ — невозможно, так как если } b < 0 \text{ и } -a < 0, \text{ то } b-a < 0 \\ b-a > 0 \\ a < 0 \\ b > 0 \\ b-a > 0 \text{ — выполняется всегда при } a < 0, b < 0 \\ a < 0 \\ b < 0 \\ b-a < 0 \end{cases}$

ОДЗ:

$$6x-x^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x(6-x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6]$$

$$3x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3]$$

$$x^2-x-2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$\Rightarrow \text{иногда } x \in [2; 3]$$

$$\text{если } a < 0, a > 0 \Rightarrow \sqrt{6x-x^2} > 5 \Rightarrow 6x-x^2 > 25 \Rightarrow x^2-6x+25 < 0 \quad D = 36-100 < 0 \Rightarrow a < 0 \text{ или } b < 0$$

$\Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \text{ — невозможно} \\ b-a < 0 \end{cases}$

$$b > 0 \Rightarrow \sqrt{3x-x^2} > \sqrt{x^2-x-2} \Rightarrow 3x-x^2 > x^2-x-2 \Rightarrow 2x^2-4x-2 < 0 \Rightarrow x^2-2x-1 < 0$$

$$D = 4+4 = 8 \Rightarrow x \in \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow x \in (1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}) \Rightarrow$$

$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \Rightarrow x \in (2; 1+\sqrt{2}) \\ b < 0 \end{cases}$

$$\text{Итого } x \in [2; 1+\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}; 3]$$

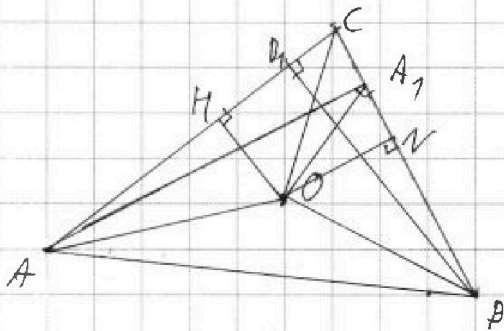
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $OH \perp AC$; $ON \perp CB$

$$S_{OBA_1} = \frac{A_1O \cdot ON}{2}$$

п.р. $AO = OC = OB \Rightarrow \angle ACO + \angle OCA = \angle OCH + \angle OAB = \angle A$

$$\angle ODC = 180^\circ - \angle A - \angle OBA - \angle OCA = \frac{180^\circ - \angle A - \angle A}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ODC = 90^\circ - \angle A$$

$ON \perp CB \Rightarrow ON \perp CB$ - прямоугольный. $ON = \operatorname{tg}(90^\circ - \angle A) \cdot BN = \operatorname{ctg} \angle A \cdot \frac{BC}{2}$, п.р. $ON = ON \Rightarrow ON = NB$

$$\Rightarrow ON = \frac{BC \operatorname{ctg} \angle A}{2} \Rightarrow \frac{A_1O \cdot ON}{2} = \frac{A_1O \cdot BC \operatorname{ctg} \angle A}{4} = 12$$

$\angle ABA_1$: $BA_1 = AB \cdot \cos \angle B \Rightarrow A_1O \cdot BC \operatorname{ctg} \angle A = \frac{AB \cdot BC (\cos \angle B \cdot \operatorname{ctg} \angle A)}{\sin \angle A} = 12$

$\angle AAD_1$: $AD_1 = AB \cdot \cos \angle A \Rightarrow \frac{AD \cdot BC \cos \angle A \cos \angle B}{\sin \angle A} = \frac{5 \cdot BC \cos \angle B}{\sin \angle A} = 12$

по теореме синусов: $\frac{BC}{\sin \angle A} = \frac{AC}{\sin \angle B} \Rightarrow \frac{5 BC \cos \angle B}{\sin \angle A} = \frac{5 AC \cos \angle B}{\sin \angle B} = 12$

$OH \perp AC \Rightarrow OH = \frac{AC}{2} \cdot \operatorname{tg} \angle OAH$. $\angle OAH$ аналогично углу $\angle OBC$ равен $90^\circ - \angle B$.

$$\Rightarrow OH = \frac{AC}{2} \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - \angle B) = \frac{AC \cdot \operatorname{ctg} \angle B}{2} \Rightarrow 2OH = \frac{AC \cdot \cos \angle B}{\sin \angle B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5 AC \cos \angle B}{\sin \angle B} = 5 \cdot 2OH = 12 \Rightarrow 10OH = 12 \Rightarrow OH = 1,2, OH = p(AC; O).$$

Ответ: 1,2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 0 \\ 2x(1-y^3 - 2y^2 + 2y) = 0 \Rightarrow 2x(y+1) - (y^3 + 2y^2 - 1) = 0 \end{cases}$$

$$2x(y+1) - (y^3 + 2y^2 - 1) = 0 \Rightarrow$$

$$2x(y+1) - (y+1)(y^2 + y - 1) = 0$$

$$(y+1)(2x - (y^2 + y - 1)) = 0$$

$$\begin{cases} y+1=0 \\ 2x - (y^2 + y - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\text{если } y+1=0 \Rightarrow y = -1$$

$$x^2 - x(-1) + (-1)^2 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow (-2; -1); (1; -1) - \text{решения}$$

$$\text{если } y+1 \neq 0 \Rightarrow$$

$$2x = y^2 + y - 1 \Rightarrow x = \frac{y^2 + y - 1}{2}$$

$$\text{подставим в } x^2 - xy + y^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{(y^2 + y - 1)^2}{4} - \frac{2(y^2 + y - 1)}{2} + y^2 = 0$$

$$y^4 + y^2 + 1 + 2y^3 - 2y^2 - 2y - 2y^3 - 2y^2 + 2y + 4y + 4y^3 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 - 3y^2 + 4y + 1 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 - 9y^2 = 0$$

$$(y+1)^4 - 9y^2 = 0 \Rightarrow (y+1)^2 + 3y)(y+1)^2 - 3y) = 0$$

$$(y^2 + 5y + 1)(y^2 - y + 1) = 0$$

$$y^2 + 5y + 1 = 0 \quad \text{II}$$

$$y^2 - y + 1 = 0 \quad \text{I}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} y^2 - y + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$\Rightarrow y^2 + 5y + 1 = 0 \textcircled{2}$$

$$D = 25 - 4 = 21 \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\lambda = \frac{y^2 + y - 1}{2} = \frac{y^2 + 5y + 1 - 4y - 2}{2} = \frac{0 - 4y - 2}{2} = -2y - 1$$

$$y = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = 5 - \sqrt{21} - 1 = 4 - \sqrt{21}$$

$$y = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = 5 + \sqrt{21} - 1 = 4 + \sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } (-2; -1); (1; -1); \left(4 - \sqrt{21}; \frac{-5 + \sqrt{21}}{2}\right); \left(4 + \sqrt{21}; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}\right)$$

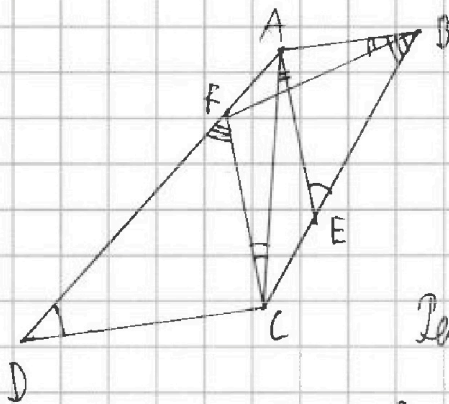


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано; $\triangle ABC$ - треугольник; ω_1 - около $\triangle ABC$; $F \in \omega_1$
 ω_2 - около $\triangle ACD$; $E \in \omega_2$; $\frac{AF}{CE} = \frac{3}{5}$

$\frac{R_1}{R_2} = ?$

Решение: $\triangle ABC$ - вписанный $\Rightarrow \angle FDA = \angle FCA$; $\angle ABC = \angle AFC$

$\triangle ACD$ - вписанный $\Rightarrow \angle AED = \angle ADC$

$$\angle EAD \cong \angle AED; \angle EAD = 180^\circ - \angle ABE - \angle AEB = 180^\circ - \angle AFC - \angle ADC$$

$$\text{т.к. } AD \parallel DC \Rightarrow \angle CDA + \angle DAD = 180^\circ \Rightarrow \angle DAE = 180^\circ - \angle ADC - \angle BAE = 180^\circ - \angle ADC - 180^\circ +$$

$+\angle DFC + \angle ADC = \angle DFC \Rightarrow FC \parallel AE$ т.к. для секущей AF равны соответственные углы

$$\Rightarrow \angle EAC = \angle FCA \text{ как накрест лежащие}; \angle FCA = \angle FBA = \angle CAE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle FBA = \angle CAE; \text{ т.к. } \angle CEA = 180^\circ - \angle ADC; \angle FAB = 180^\circ - \angle FDC \Rightarrow \angle FAB = \angle CEA \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle FAB \sim \triangle ACE$ по двум углам ($\angle FAB = \angle AEC$ и $\angle CAE = \angle FBA$) \Rightarrow

$$\frac{AF}{CE} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ т.к. } \omega_1 \text{ вписана около } \triangle ABC, \text{ а } \omega_2 \text{ около } \triangle ACE$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{AF}{CE} = \frac{3}{5}$$

Ответ: $R_1 : R_2 = 3 : 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$0 < \phi < \pi$

$$\frac{(\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2}) - (\sqrt{6x-x^2-5})}{(\sqrt{6x-x^2-5})(\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2})} < 0$$

$\begin{cases} x \in [2; 3] \\ x \in (-2; 1) \cup [2] \end{cases}$

$$4(3x^3 - 3x^2 - 6x - x^4 + x^3 + 2x^2) >$$

$$600x - 100x^2 + x^4 + 16x^2 + 2x^2 - 2x^3 + 827x +$$

$$x - 2 \cdot 27(x^2 + 20\sqrt{})(x^2 - 4x - 2)$$

$$-4x^4 + 16x^3 - 4x^2 - 34x > x^4 - 2x^3 - 132x^2 + 204x$$

$$+ 2x^2 + 20\sqrt{}(-)$$

$$\frac{404 + 16 - 100}{-100 - 32} \cdot \frac{2x^2}{176}$$

$$\frac{490}{600} = \frac{216}{384}$$

$\sqrt{6x-x^2-5} > 5$

$6x-x^2 > 25$

$x^2-6x+27 < 0$

$D < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$

$$\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2} < \sqrt{6x-x^2-5}$$

$$3\sqrt{x^2-x-2} - x - 2 - 2\sqrt{} < 6x - x^2 + 27 - 10\sqrt{}$$

$x^2 - x^2 > x^2 - x - 2$

$2x^2 - 4x - 2 < 0$

$x^2 - 2x - 1 < 0$

$x > 4 + 428$

$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$

$$2x - 2 - 2\sqrt{} < -x^2 + 6x + 25 - 10\sqrt{}$$

$$\sqrt{x^2 - 4x - 27} < 2\sqrt{(3x-x^2)(x^2-x-2)} - 10\sqrt{5x-x^2}$$

$x \in [-3; 1] \cup [0]$

$x \in [-3; 0] \cup [2; 2]$

$4 - 8 - 27 = -37$

$9 - 2 - 27 = -30$

$\frac{-6}{-2} = 3$

$12 - 4 = 8$

$2\sqrt{1} > 3$

$$3x^3 - 6x^2 - 6x - x^4 + x^3 + 2x^2$$

$$4^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

$$-5x^4 + 24x^3 + 134x^2 - 402x + 27^2 > 20\sqrt{}$$

$$20\sqrt{3x-x^2}(\sqrt{x^2-4x-27})$$

$$-(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x) = -(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 10x - 1)$$

$$-(x-1)^4 + 2x^2 - 10x + 1$$

$100 - 8 = 92$

$\frac{10 \pm 10\sqrt{2}}{2}$

$\frac{5 \pm \sqrt{2}}{2}$

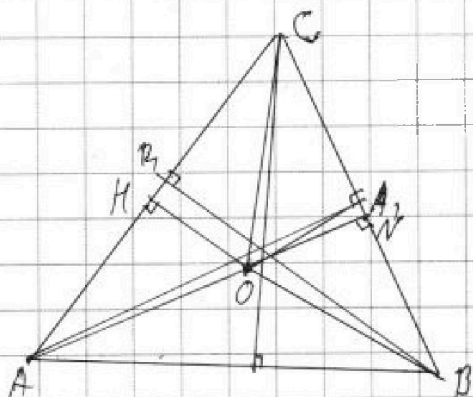


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~4-1-1-1-1-1-1~~ $3 \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10}$

$\Delta H P \sim \Delta B O \sim \Delta C O$

$\frac{AH}{\sin \gamma} = \frac{CO}{\sin \alpha}$ 90°

~~4~~

$S = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2}$

$AB_1 = AC \cos \alpha$

$\frac{AH}{\sin \gamma} = \frac{CO}{\sin \alpha}$

$\sin \alpha = \frac{AH}{AC}$

$\frac{AH}{AC} = \frac{CO}{AB}$

$\frac{AH \cdot AB}{AC} = CO$

$AB_1 \cdot DC \cos \alpha = 12 \Rightarrow AB \cdot DC \cos \alpha \cos \alpha = \frac{AB \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot DC$

$AB_1 = \cos \alpha \cdot AB$

$OH = \frac{1}{2} BC$

$\frac{5BC \cos \alpha}{\sin \alpha} = 12 \Rightarrow \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{12}{5 \cos \alpha}$

$AC \cos \alpha = 12$

$\frac{12}{\cos \alpha} = \frac{AC}{\sin \alpha}$

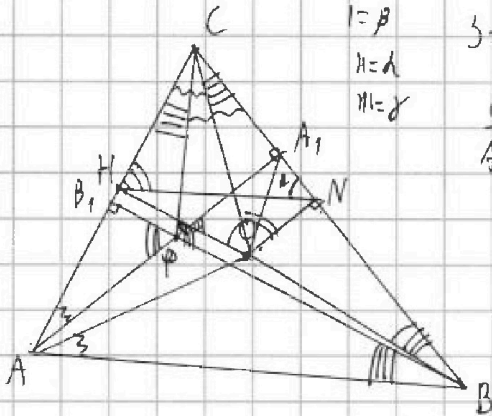


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$l = \beta$
 $n = \alpha$
 $m = \gamma$

$$S = ON \cdot BA_1$$

$$\frac{ON}{AB_1} = \frac{R}{AB}$$

$$\frac{ON}{5} = \frac{R}{5}$$

$$ON = \frac{5}{25 \sin \gamma}$$

$$\frac{A_1 B}{AB_1} = \frac{AP}{BP}$$

$\frac{10 \sqrt{13}}{36}$

$$\sqrt{3x-x^2} \sqrt{x^2-x-2} \geq \sqrt{6x-x^2} + \sqrt{3x-x^2} \sqrt{x^2-x-2} - \sqrt{6x-x^2} \sqrt{x^2-x-2}$$

$$\geq 2\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{6x-x^2}$$

$$x^2-x-2 \geq 2\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{6x-x^2}$$

$$-10\sqrt{3x-x^2}$$

$$x\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 5z\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$x + 2y = 4$$

$$6 = 5z + 5z = \frac{6}{5}$$

$x=4$

$$2y + 5z = 6 \Rightarrow z = \frac{6-2y}{5}$$

$$z = \frac{6-2y}{5}$$

$$16 + y^2 - \frac{36 + 4y^2 + 24y}{5} = \frac{16 + 5y^2 - 36 - 4y^2 - 24y}{5} = \frac{y^2 - 24y - 20}{5}$$

$$= \frac{y^2 - 24y + 44}{5} = \frac{144 - 24y - 20}{5} = \frac{124 - 24y}{5} \geq -20$$

$$y = \frac{24}{2} \pm \sqrt{2}$$

$$\frac{24}{2} \pm \sqrt{2}$$

$$\frac{24}{2} \pm \sqrt{2}$$

$$x(3-x) \geq 0$$

$$x \in [0; 3]$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$$x \in [2; 3]$$

$$\sqrt{6x-x^2} \geq 5 \Rightarrow (6-x)x \geq 25$$

$$6x - x^2 - 25 \geq 0$$

$$x^2 - 6x + 25 \leq 0$$

$$D = 36 - 100 < 0$$

$$3x - x^2 > x^2 - x - 2$$

$$2x^2 - 4x - 1 < 0$$

$$x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$D = 4 + 4 = 8$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = [1; 3]$$

$x \in [0; 6] < 0$ $[2; 4] > 0$ $x \in [2; 4] > 0$

$x \in [0; 6] > 0$ $[1; 3] < 0$ $x \in [1; 3] < 0$

$$y^2 - 4y - 3 + \frac{4}{y} + \frac{1}{y^2} \leq 0$$

$$\frac{y^2 + 1}{y^2} \cdot y^2 - 4y + 4 = y^2 - 4y + 4 = (y-2)^2 \geq 0$$

$$\frac{1}{y^2} + \frac{4}{y} = \frac{1 + 4y}{y^2}$$

$$x + x \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

$$x(x+1) \rightarrow \frac{x+1}{x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2 \quad \checkmark$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 9x^2 + 22x + 8) = 0 \Rightarrow (x-1)(x+4)(2x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$x \neq 1; x = -\frac{3}{2}; x = 0; x = -4 \quad D = 25 - 8 = 17$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

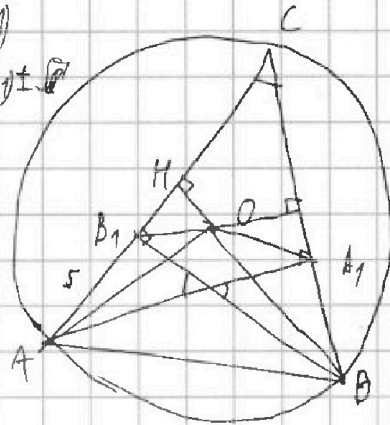
$$-67 + -4 \cdot 16 \cdot 4 + 16 \cdot 8 + 2 \cdot 46 \cdot 5 = 10$$

$$y^2(y+1) - 1(y+1)$$

$$(y+1)(y-1)(y+1)$$

$$(y+1)^2(y-1) - (y+1) \pm \dots$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -2; 1 \end{cases}$$



$$a(a+1) + 343 \cdot 10^{1000} = b(b+1) \quad \text{or } 2$$

$$a^2 + a + 343 \cdot 10^{1000} = b^2 + b$$

$$R^2 = \frac{AC^2}{4 \sin^2 d} - \frac{AC^2}{4} = \sqrt{\frac{AC^2(1 - \sin^2 d)}{4 \sin^2 d}} = \frac{AC \cos d}{2 \sin d}$$

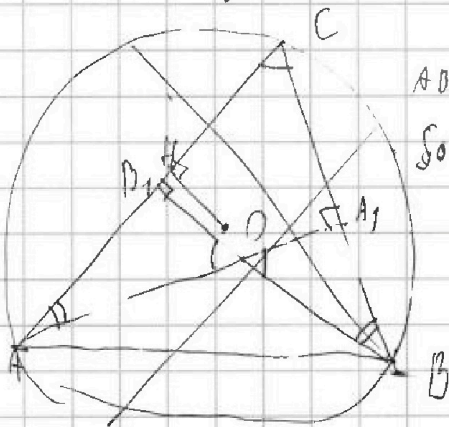
$$OH = AC \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \sin^2 d}{\sin^2 d} = \frac{\cos^2 d}{\sin^2 d} = \frac{1}{\tan^2 d}$$

$$OH = \frac{AC}{2 \tan B}$$

$$b: 3 \text{ number } 1, 3 \quad y^3 + y^2 + y^2 = 1$$

$$R = 1 - 343 \cdot 10^{1000} \cdot 1 + 467 \cdot 46 \geq 0$$

$$2x^2 + 12y^2 + 2xy \sqrt{41} = 32 + 100 + 75z^2 + 2\sqrt{32 \cdot 100}z - 2\sqrt{32 \cdot 75}z - 2\sqrt{100 \cdot 75}z$$



$$AO_1 = 5 \quad OH = ?$$

$$SO_{B, A_1} = \exists \quad OH = \frac{(AC)^2}{2} + R^2$$

$$(y^2 - 1) = \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}$$

$$y^4 + 1 - 2y = y^2 - 4y + 4y^3$$

$$y^4 + 4y^3 - 2y^2 + 4y + 1 = 0$$

ABx

$$a^2 + a + 343 \cdot 10^{1000} = b(b+1) = b^2 + b$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = 1$$

$$R = y^2 + 4y - 4y^3$$

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}}{2}$$

$$2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0$$

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 1}{2} = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}}{2} = 0$$

$$y^3 + 2y^2 - 1 = \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}$$

$$y^3 + y^2 - y - 1 = \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 1}{2 + 2y} = \frac{(y+1)(y^2 + y - 1)}{2(y+1)}$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$2x + 1 + 1 + 2 = -2x$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 8}}{2}$$

~~$$y^6 + 4y^4 + 1 + 4y^5 - 2y^5 - 4y^2 - y^3 - 2y^2 + 1 + 2y + 2y^2 + 2y^2 - 2y^2 = 0$$~~

$$\left[\begin{matrix} 3 & 1000 & 1000 \\ 7 & 2 & 5 \end{matrix} \right]$$

~~$$y^6 + 4y^5 + 6y^4 - y^3 - 4y^2 + 2y = 0$$~~

$$x(x+1)$$

$$x(x^2)$$

$$a^2 + 4ab + 6a^2b^2 + 4ab^2 + 1$$

$$(7) \left(10^{1000} \cdot 7^2 \right) \quad 1000 \cdot 7 =$$

$$y = 0$$

$$y(y-1)(y^4 + 5y^3 + 11y^2)$$

$$(4y) \cdot (10^{1000} \cdot 7)$$

$$(7y^5) \cdot (10^{1000}) \quad 6000$$

$$(y^2 + y - 1)^2 - 2y(y^2 + y - 1) + y^3 + 4y = 0$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2} \quad \frac{c \cdot y^2}{a}$$

$$3,5y^2$$

$$343 \cdot 7 \quad k < k + a + 1$$

$$431 \quad \Rightarrow k = 7, 49, 343$$

$$7$$

$$y^4 + y^2 + 1 + 2y^2 - 2y^2 - 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 + 2y = 0$$

$$y^4 + 2y^3 - 3y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ & & & 3 & 0 & 0 \end{array}$$

$$y^4 + 4 \cdot \frac{1}{2} y^3 + 3 \cdot 5y^2 + 2y + 1 - 5 \cdot 5y^2 = 0$$

$$y^2 \left(2 + \frac{3}{2} \right) - 6,5y^2 = 0$$

5 13

$$\frac{1}{2} \cdot 7$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 2 \end{array}$$

2011

$$2011 + k = 1000$$

$$\Rightarrow k = 101$$

$$k = 1000 \Rightarrow 2011 + k = 1000$$

$$y^2 + y + 2 \quad y^2 + y + \frac{1}{2} \pm y \sqrt{5} = 0$$

$$b = a + k$$

$$y^4 + y^2 + 1 + 2y^3 - 2y^2 - 2y^2 - 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 + 2y = 0$$

$$a^2 + a \rightarrow a^2 + 2ak + k^2 + a + k =$$

$$y^4 + y^3 - 3y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$= a^2 + a + 2ak + k + k^2$$

$$y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 - 9y^2 = (y+1)^2 - 9y^2 = y^2 + 2y + 1 - 9y^2 = 0$$

$$343 \cdot 10^{1000} = k(20 + 11k)$$

$$y^2 - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y^2 + 5y + 1 = 0$$

$$D = 25 - 4 = 21 \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$343 = 7^3$$

$$x = \frac{y^2 + 5y + 1 - 4y - 2}{2} = \frac{-4y - 2}{2} = -2y - 1 \Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{21} - 1 = 4 \pm \sqrt{21}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

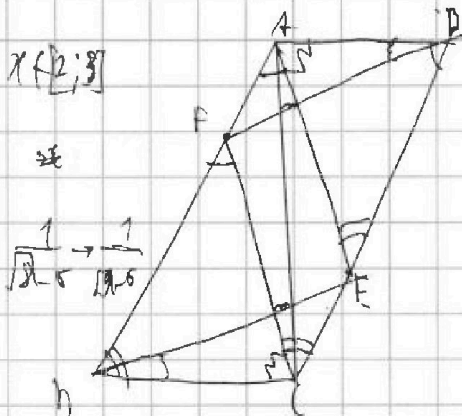
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2xy = 1/2~~

$m \quad \frac{AF}{CE} = \frac{3}{5}$

$y^2 + 4y - 5 + \frac{y}{2} + \frac{1}{y^2}$



$\triangle ADB \sim \triangle CFA$

$\frac{1}{y^2 + 4y + 1}$

$\frac{4y+1}{y^2}$

$\frac{AF}{CE} =$

$\frac{y+1}{y^2 + 4y}$

$\frac{AF}{EC} = \frac{3}{5} = \frac{FD}{CH} = \frac{AD}{AE}$

$\frac{y^2 + 4y}{y^2 + 4y + 1} + \frac{y}{y^2 + 4y + 1}$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{FD}{25 \sin A} \cdot \frac{25 \sin A}{AC} = \frac{3}{5}$

$(a+b)^4 (a^2 + 2ab + b^2)^2$

$(y+1) - y^2 = 0$

$y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 - y^2 = 0$

$(y+1) - y^2 = 0 \Rightarrow (y+1)(y^2 + 1) = 0$

$y^4 + 4y^3 - 3y^2 + 4y + 1 = 0$

$\frac{1}{y} = \frac{y}{5.5}$

$f(1) = 7$

$f(-1) = -9$

$f(0) = 1$

$f(-2) = -59$

$f(-3) = -\frac{35}{11} = -2 \frac{3}{11}$

$f(-4) = -69$

$f(-5) = -65$

$x(2;3) = 2x(3;5) = x(5;8)$

$21 - 4 \cdot 27 - 27 - 71$

$x = \frac{1 \pm 2}{2} = -1$

$y^2 + 2y + 1 - 5y = y^2 - 3y + 1 = 0$

$y^2 + 2y + 1 = 0$

$D = 25 - 4 = 21 \quad y = \frac{-2 \pm \sqrt{21}}{2}$

$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4y^3 + 4y^2 - 4y}}{2}$

$4y^2 - y^2 = 4y^2 - y + 1 = 4y^2 - y + \frac{1}{16} + \frac{15}{16}$

$4y^2 - y^2 = 4y^2 - y + 1 = (y - \frac{1}{4})^2 + \frac{15}{16}$

$x = -3.5 \pm \frac{\sqrt{21}}{2}$