



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 \quad x^2 + 2\sqrt{3}t x + 4t^2 - 4 = 0$$

2 различных корня  $\Rightarrow D > 0$

$$D = 12t^2 - 4(4t^2 - 4) > 0$$

$$16 - 4t^2 > 0$$

$$4(4 - t^2) > 0$$

$$4 - t^2 > 0$$

$$t \in (-2; 2)$$

Решение по т. Виета:

$$x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}t$$

$$x_1 x_2 = 4t^2 - 4 \text{ - по условию положительное}$$

$$4t^2 - 4 > 0$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

Пересечение этих двух промежутков и есть ответ:

$$t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 17p \Rightarrow 17p(17 + 15) = 17p^5 \Rightarrow 17p + 15 = p^4$$

$$15 = p(p^3 - 17)$$

$$p = 5 \Rightarrow p^3 - 17 > 3$$

$$p = 3 \Rightarrow p^3 - 17 > 5 \text{ противоречие}$$

$$x = 17p^2 \Rightarrow 17p^2(15 + 17p^2) \Rightarrow 15 = p^2(p - 17)$$

$$3, 5, 15 - \text{не квадраты простых чисел. Упрот.}$$

$$x = 17p^3 \Rightarrow 17p^3(15 + 17p^3) \Rightarrow 15 = p^2(17 - 17p)$$

$$3, 5, 15 - \text{не квадраты простых чисел. Упрот.}$$

$$x = 17p^4 \Rightarrow 17p^4(15 + 17p^4) \Rightarrow 15 + 17p^4 = p \quad 17p^4 > p$$

$$\text{т.к. } p - \text{натуральное число}$$

$$15 + 17p^4 > p \text{ Упрот.}$$

$$x = 17p^5 \Rightarrow 17p^5(17p^5 + 15) \Rightarrow 17p^5 + 15 = 1, \text{ но } p > 0 \text{ Упрот.}$$

Ответ:  $a = 28,5 ; b = 11,5$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$17 \text{ усatz } a-b = x$$

$$x(x+15) = 17p^5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1, p, p^2, p^3, p^4, p^5, 17, 17p, 17p^2, 17p^3, 17p^4, 17p^5$$

$$x = 1 \Rightarrow 17p^5 = 16 \cdot 1$$

$$x = p \Rightarrow p(p+15) = 17p^5 \Rightarrow 17p^4 = p+15$$

$$\begin{aligned} 15 &= p(1+17p^3) \\ p &= 3, 5 \quad \text{но тогда } 1+17p^3 > 59 \\ x &= p^2 \Rightarrow p^2(p^2+15) = 17p^5 \Rightarrow p^2+15 = 17p^3 \\ 15 &= p^2(17p-1) \\ \text{но } 15 &\neq 5 \cdot 3 = 15 \end{aligned}$$

5 3 75 - не являются квадратом  
простых чисел.

$$x = p^3 \Rightarrow p^3(p^3+15) = 17p^5 \Rightarrow p^3+15 = 17p^2$$

15 = p^2(17-p)  
нова 5 3 75 - не квадраты  
простых чисел.

$$x = p^4 \Rightarrow p^4(p^4+15) = 17p^5 \Rightarrow p^4+15 = 17p \Rightarrow 15 = p(17-p^3)$$

при  $p = 5, 3$ ;  $p^3 > 17 \Rightarrow$  число отрицательное

$$x = p^5 \Rightarrow p^5(p^5+15) = 17p^5 \Rightarrow p^5+15 = 17 \Rightarrow p^5 = 2$$

но  $p$  число минимум 2.

$$x = 17 \Rightarrow 17(17+15) = 17p^5 \Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a-b = 17 \Rightarrow 2a = 57$$

$$\begin{cases} a+b = 40 \\ a = 28,5 \\ b = 11,5 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

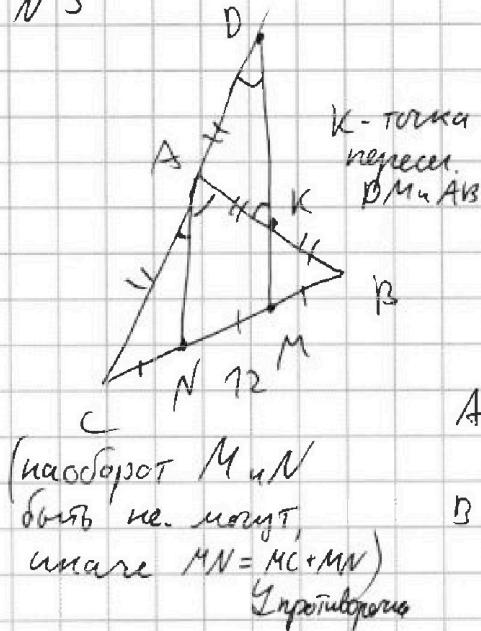


- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$



по условию:

$$CD = AB$$

$$BC = 12 \text{ см}$$

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{9}$$

$$AN \parallel DM \Rightarrow \angle CAN = \angle CDM, \text{ а}$$

$$\text{таким } CN = NM \Rightarrow$$

$$AN - \text{сред. линия в } \triangle DCN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = AD \Rightarrow AB = 2AD$$

$$B \in ABN \quad KM \parallel AN \text{ и } NM = MB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KM - \text{сред. линия} \Rightarrow$$

$$AK = KB \Rightarrow AB = 2AK$$

$$2AK = 2AD$$

$$\Rightarrow \triangle DAK \sim \triangle DCK \Rightarrow \angle AKD = \angle CAN, \text{ а } \angle AKD = \angle KAN \Rightarrow$$

$$\angle CAB = 2\angle CAN.$$

т.  $\cos \angle CAB \triangle CAB$  (последовательно  $AC = x$ , тогда  $AB = 2x$ )

$$12^2 = x^2 + 4x^2 - 2 \cdot \cos(2\angle CAN) \cdot x \cdot 2x$$

$$12^2 = 5x^2 + x^2$$

$$12^2 = 6x^2$$

$$x^2 = 12^2 / 6$$

$x = \pm 2\sqrt{6}$ , но  $-2\sqrt{6}$  стружило не может быть

$$\overline{AC} = 2\sqrt{6}$$

$$\overline{AB} = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

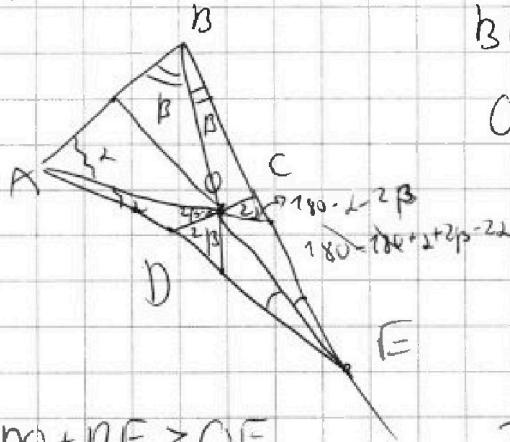
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



$$B E = 70$$

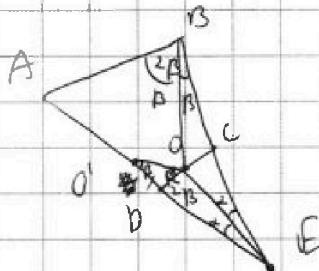
$O$  - центр впис. окружности  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  точки пересеч. биссектр.

$O E$  - биссектриса  
по свойству биссектрисы  
 $\frac{O E}{C E} = \frac{O O}{O C}$

$O O + O E > O E$   
но неравенство  
трехугольника

$$\Rightarrow \frac{C E}{A E} = \frac{O E}{B C} = \frac{C D}{A B}$$

Очертим на  $AD$  точку  $O'$ , где  $O' b = O D$



$O' D = O D \Rightarrow \triangle O' D O \sim \triangle O D O \Rightarrow$   
 $\angle O O' b = \beta$  Т.ч.  $\angle A B C = \angle C D E$ , т.к.  
 $\angle A B O = \beta$ , т.к.  $\angle A B C = \angle C D E$ , т.к.

$\triangle O O' E \cong \triangle O B E$   
 $\frac{O' E}{B E} = \frac{O B}{O E} = 1 \Rightarrow O' E = B E = 70$   
 $\Rightarrow \underline{\underline{O D + O E = 70}}$   $\triangle O O' E = \triangle B O E$  (2 жд. стороны)

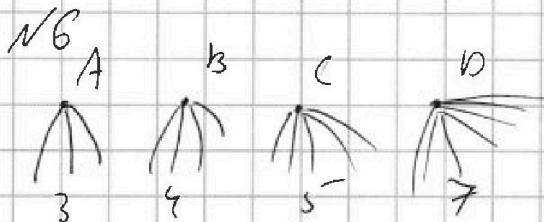


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Докажем, что все  $A-B-C-D$  должны быть соединены своим ребрами:  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ :

из  $A$  в  $B$  должна быть единственной путь

через другую дерево (не через  $C$  и  $D$ ) с 1 дорогой

соединение  $A$  и  $B$  не может быть, т.к. у

оставших деревьев (кроме  $C$  и  $D$ ) 1 дорога.  $\Rightarrow$

$A \rightarrow B$ , так  $A \xrightarrow{\text{см } D} B$ , так  $A \leftarrow C \leftarrow D \rightarrow B$ .

Если получилось  $A \rightarrow B$ , то доказать, что все соединены  
что из  $A$  или из  $B$  будет  $C$  или  $D$ . Но возможны  
 $A$  и  $C$  они должны быть соединены, но единственное  
не могут быть соединены через другое дерево.  $\Rightarrow$  1 дорогой

$A \xrightarrow{\text{см } B} B$

, но тогда осталось (условие соед. с  $D \Rightarrow$   
 $A \xrightarrow{\text{см } C} C$  или  $A \xrightarrow{\text{см } D} D$  или  $A \xrightarrow{\text{см } B} B$ ), в случае когда  $A \xrightarrow{\text{см } C} C$ ,

одинаково имеющаяся деревья (то есть  $A$  и  $B$  и  $C$  и  $D$ )  
не может не быть соединена прямым путем с  
другой использованной  $\Rightarrow$  мы доказали, что

$A \xrightarrow{\text{см } C} C$

расположится так (деревья могут быть в  
любом порядке)

оставшиеся ребра - это (1 ребро - 1 дерево)  $\Rightarrow$

сумма степеней  $ABCD = 19$ , но 3 ребра принадлежат сразу  
2 деревьям  $\Rightarrow 19 - 2 \cdot 3 = 13$  ребер  $\Rightarrow 13$  деревьев без  $ABCD \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  На острое 17 деревьев.

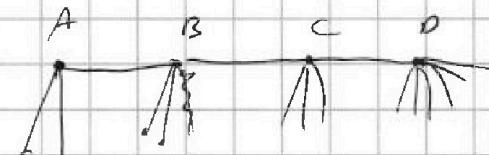
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

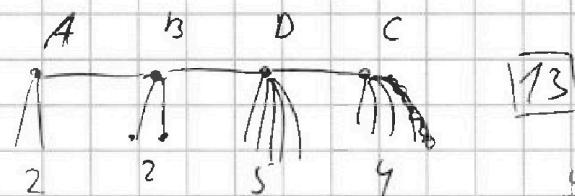
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6 + 3 + 2 + 2 = 13$$

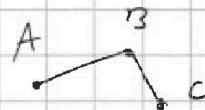
A    B    C    D  
3    4    5    7

$$\begin{array}{r} 7 \quad 7 \\ 3+4+5+7 = 79 \\ \hline 73 \end{array}$$



$$3+7+3+6 = 23$$

A    B    C    D  
A    B    D    C  
A    D    C    B



1	3	6
2	4	7
3	5	8

123456  
1.2.3.

1	2
5	3
6	4

$a_8$			
X			

$d_i$	$a_j$	$u_k$
$a_8$	$a_{i+1}$	$a_{j+1}$
$a_{i+1}$	$a_{j+1}$	$a_{k+1}$

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$a_8$	4	5
X	7	6
2	1	4
8	3	6
5	7	8

$a_1, a_2, a_3$

4	1	2
3	6	5
5	7	4
X	9	6

1	2
5	3
6	4

1	2
3	5
4	6

3	7	4
8	2	4
X		

$\leftarrow 1, 3, 4$

$\leftarrow 1, 2, 3, 4$

$\leftarrow 2$

7			
	5		
6	6		
		6	6

7	2
4	3
5	6

7	2
3	4
5	6

7	2
2	3
5	6

7	3
4	2
5	6

1	9
2	5
3	6

1	3
2	5
4	6

2.3.4.5

2.3.

$$12+8=20$$

22

7	2
7	3
6	5

7	2
7	3
6	5

7	2
7	3
6	5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7

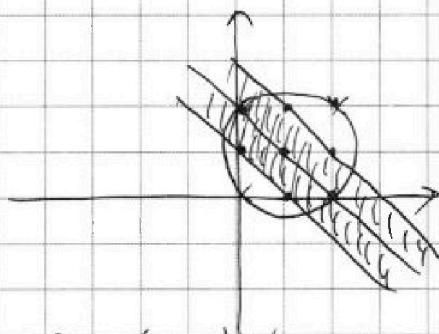
$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

Рассмотрим ОДЗ ирнеш:

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 & -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2 \geq 0 \\ 1-|x+y-2| \geq 0 & (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} 1-x-y+2 \geq 0 \\ x+y \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq 3-x \\ y \geq 2-x \end{cases} \\ \begin{cases} 1+x+y-2 \geq 0 \\ x+y \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 1-x \\ y \leq 2-x \end{cases} \end{cases}$$

это другое  
это овал  
окружности с  
центром (1,1) и R = √2



⇒ ОДЗ будет  
заштрихованная область  
внутри круга

Рассмотрим все целые  
(x; y) - это пересечения (узлы)  
месток.

Уч. всего 7: (0; 2); (0; 1);  
(1; 1); (1; 2); (2; 0); (1; 0); (2; 1)

Поставим в уравнение:

- (0; 2) ⇒  $\sqrt{0} + \sqrt{7} = 1 \Rightarrow$  подходит
- (0; 1) ⇒  $\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow$  подходит
- (1; 1) ⇒  $\sqrt{2} + \sqrt{7} \Rightarrow$  не подходит
- (1; 2) ⇒  $\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow$  подходит
- (2; 0) ⇒  $\sqrt{0} + \sqrt{7} = 1 \Rightarrow$  подходит
- (1; 0) ⇒  $\sqrt{7} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow$  подходит
- (2; 1) ⇒  $\sqrt{7} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow$  подходит

Ответ: (0; 2); (0; 1);  
(2; 0); (1; 0); (1; 2); (2; 1)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$$a_1 > a_2 > \dots > a_n$$

$$2x+2y-x^2-y^2 + \sqrt{|x+y-2|} + 2\sqrt{(2x+2y-x^2-y^2)(7-|x+y-2|)} = \cancel{x}$$

$$2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$$

$$-(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = 2$$

$$\sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$$

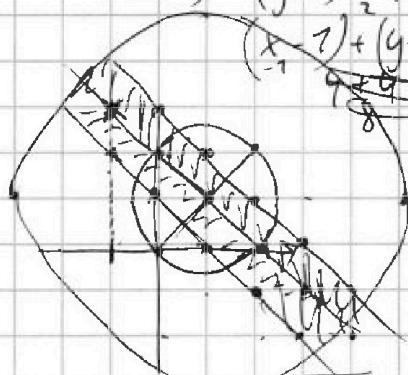
$$\begin{cases} 1 \geq |x+y-2| \\ x+y \geq 2 \\ x+y \leq 3 \end{cases}$$

$$y \leq 3-x$$

$$1 \geq 2x+2y$$

$$1 \geq 2-x-y$$

$$\begin{cases} y \geq 1-x \\ x+y \leq 2 \\ y \leq 2-x \end{cases}$$

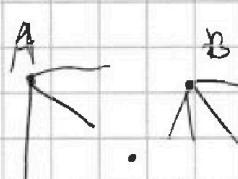
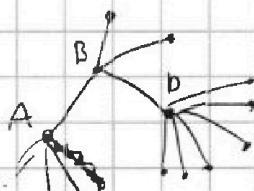


$$\sqrt{4-2} + 1 \neq 1 < \sqrt{16}$$

$$\begin{matrix} -1; 3 \\ -2+6-1=3 \end{matrix}$$

$$0; 2$$

$$0+1$$



$$5, 7, \dots$$



$$11111$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Diagram and calculations related to triangle geometry:

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$

$$AC = AD$$

$$AB = 2AC = 2AK$$

$$\frac{BE}{EC} = \frac{BO}{OC} = \frac{DO}{OC} = \frac{DO}{OC}$$

$$\frac{DE}{CE} = \frac{DO}{OC}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{DF}{BF}$$

$$\frac{DE}{CE} = \frac{DO}{OC}$$

$$\overline{ED} + \overline{DO} = \min$$

$$\overline{ED} + \overline{DO} > \overline{EO}$$

$$\frac{DO}{OC} = \frac{DK}{EC}$$

Diagram and calculations related to circle geometry:

Diagram showing points A, B, C, D, E, F, G, H on a circle with center O. Points 1, 2, 3 are marked on the circumference.

Below the circle, there is a table with boxes labeled  $a_1$  through  $a_8$ . Some boxes contain numbers (e.g.,  $a_1$  has 4, 7, 8, 6).

Below the table, the sequence  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_8$  is written.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-b)(15+a-b) = 17p^5$$

$$x(15+x) = 17p^5$$

$$17(15+\frac{3^2}{p^5}) = 17p^5$$

$$\frac{p^5}{p^5} = 32$$

$$p = 2$$

$$x = 17, 17p, 17p^2, 17p^3, 17p^4, \\ 17p^5, 1, p, p^2, p^3, p^4, p^5$$

$$p^5 \equiv 15$$

$$17p(15+17p) = 17p^5$$

$$\frac{p^4}{p} = \emptyset$$

$$15 + 17p = p^4$$

$$15 = p(p^3 - 17)$$

$$17p^2(15+17p^2) = 17p^5$$

$$\frac{p^3}{p} = 15$$

$$p^2 \equiv 15$$

$$p(p^2 - 17p)$$

$$17p^4(15+17p^4)$$

$$\frac{p^2}{p} = 15$$

$$p(15+p) = 17p^5$$

$$\frac{p^4}{17p^4} = 1$$

$$15 + p = 17p^4$$

$$15 = p(17p^3 - 1)$$

$$p^2(15+p^2) = 17p^5$$

$$\frac{17p^3}{17p^3} = 15 + p^2$$

$$15 + p^2 = 17p^3$$

$$15 = p^2(17p - 1)$$

$$p^3(15+p^3)$$

$$\frac{17p^2}{17p^2} = 15$$

$$15 = p^2(17 - p)$$

$$p^4(15+p^4)$$

$$\frac{17p}{17p} = 15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot (4t^2 - 4) > 0$$

$$12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$-4t^2 + 16 > 0$$

$$4(4-t^2) \geq 0$$

$$\begin{array}{c} 4-t^2 \geq 0 \\ (2-t)(2+t) > 0 \\ \hline - \quad + \quad - \\ -2 \quad 2 \\ t \in (-2; 2) \end{array}$$

$$x_1 x_2 = 4t^2 - 4 > 0$$

$$4(t^2 - 1) > 0$$

$$\begin{array}{c} t^2 - 1 > 0 \\ (t-1)(t+1) > 0 \\ \hline - \quad + \quad + \\ -1 \quad 1 \end{array} \quad t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$a+b=40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 75(a-b) = 77p^5$$

$$(a-b)^2 + 75(a-b) = 77p^5$$

$$\frac{(a-b)(75+a-b)}{p} = 77p^5$$

$$(p)(75+p) = 77p^5$$

$$75p + p^2 = 77p^5$$

$$75+p = 77p^4$$