



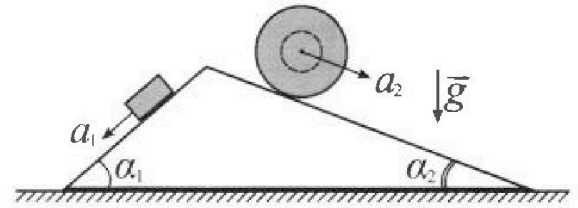
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-02



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 7g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $5m$  с ускорением  $a_2 = 8g/25$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ).



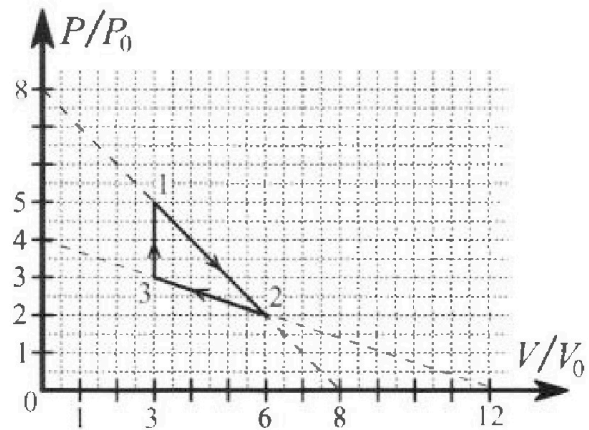
Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэф. фициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.

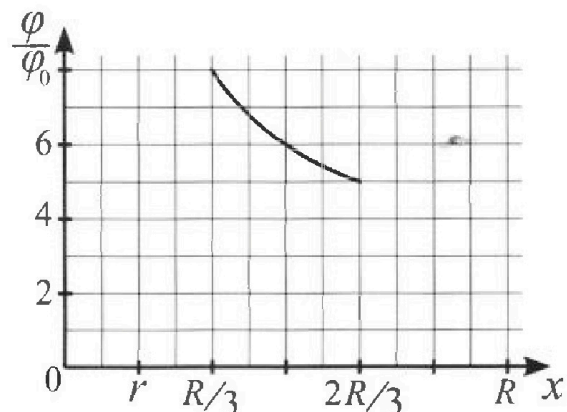
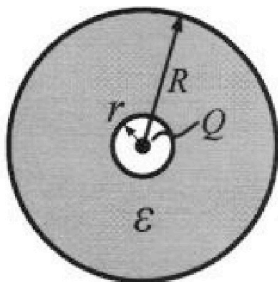


Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.).

Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 3R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



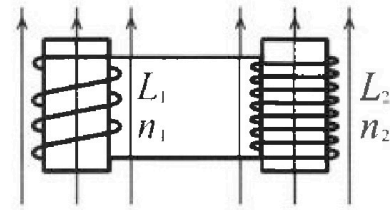
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

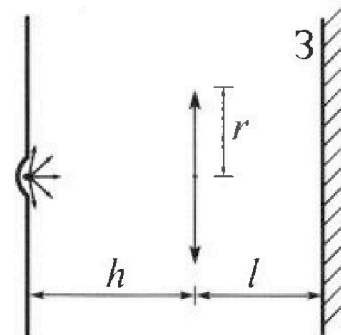


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $B_0/3$  до  $B_0/12$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 2$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h$  расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Дано:

$$a_1 = \frac{7g}{17}$$

$$a_2 = \frac{8g}{25}$$

$$m, 5m$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{8}{17}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{15}{17}$$

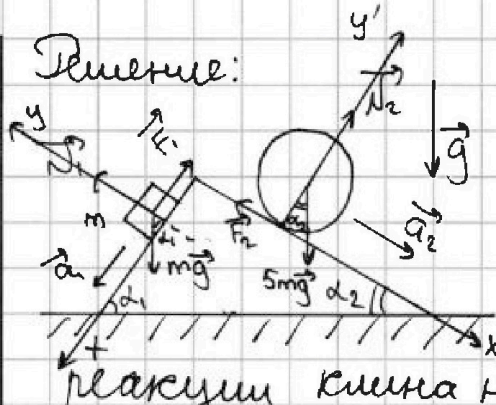
Найти:

1)  $F_1$  - ?

2)  $F_2$  - ?

3)  $F_3$  - ?

Решение:



1) Расставим силы, действующие на диск и брусок.

$N_1$  - сила нормальной реакции клина на брусок

$N_2$  - сила нормальной реакции клина на диск.

2) Запишем II закон Ньютона для диска и бруска:

диск:  $5m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 = 5m\vec{a}_2$

брусок:  $m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 = m\vec{a}_1$

3) Проецируем его на оси:

диск:

брусок:

$$Ox': 5mg \sin \alpha_2 - F_2 = 5ma_2 \quad (1)$$

$$Ox: mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1 \quad (3)$$

$$Oy': -5mg \cos \alpha_2 + N_2 = 0 \quad (2)$$

$$Oy: N_1 - mg \cos \alpha_1 = 0 \quad (4)$$

4) Из уравнений (1) и (3) найдем  $F_1$  и  $F_2$ :

$$a) F_2 = 5m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 5m \left( g \cdot \frac{8}{17} - \frac{8g}{25} \right) = 40mg \left( \frac{1}{17} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{1}{17} - \frac{1}{25} = \frac{25-17}{25 \cdot 17} = \frac{8}{25 \cdot 17} \quad \times \frac{17}{5}$$

$$F_2 = 40mg \cdot \frac{8}{25 \cdot 17} = \frac{64}{5 \cdot 17} mg = \frac{64}{85} mg$$

$$b) F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{7g}{17} \right) = mg \left( \frac{3}{5} - \frac{7}{17} \right)$$

$$\frac{3}{5} - \frac{7}{17} = \frac{17 \cdot 3 - 7 \cdot 5}{17 \cdot 5} = \frac{51 - 35}{85} = \frac{16}{85}$$

$$F_1 = \frac{16}{85} mg$$

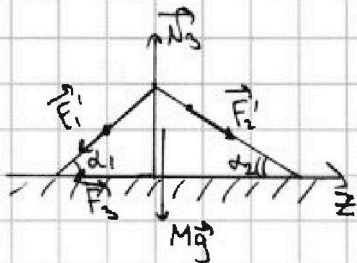


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Изобразим клин и расставим силы, действующие на него:



$F_1'$  - сила трения со стороны бруска на клин  
 $F_2'$  - сила трения со стороны диска на клин.  
 $N_3$  - сила нормальной реакции опоры на клин со стороны стола

6) Запишем  $\vec{n}$  и  $\vec{z}$ -н законы для клина:

$$\vec{F}_1' + \vec{N}_3 + \vec{F}_2' + M\vec{g} + \vec{F}_3 = M\vec{a}_3 = 0 \quad (\vec{a}_3 = 0, \text{ т.к. клин покоится})$$

закон

Спроецируем на ось  $z$ :

$$0_z: F_2' \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - F_1' \cos \alpha_1 - F_3 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} F_2' = F_2 \\ F_1' = F_1 \end{array} \right\} \text{ по 4-м закону Ньютона.}$$

$$F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 = F_3 \Leftrightarrow F_3 = \frac{64}{85} mg \cdot \frac{15}{17} - \frac{16}{85} mg \cdot \frac{4}{5} =$$

$$= \frac{64}{85} mg \left( \frac{15}{17} - \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{15}{17} - \frac{1}{5} = \frac{15 \cdot 5 - 17}{85} = \frac{75 - 17}{85} = \frac{58}{85}$$

$$\begin{array}{r} \frac{64}{85} \cdot \frac{15}{17} - \frac{16}{85} \cdot \frac{4}{5} = \\ \frac{77}{58} \times \frac{34}{58} - \frac{42}{85} \times \frac{85}{85} = \\ \frac{512}{320} - \frac{425}{680} = \\ \frac{3712}{7225} \end{array}$$

$$F_3 = \frac{3712}{7225} mg$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{16}{85} mg$  2)  $F_2 = \frac{64}{85} mg$  3)  $F_3 = \frac{3712}{7225} mg$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:  
график  
найти:

1)  $\frac{|\Delta U_{3-1}|}{A_{12}}$  - ?

2)  $\frac{T_{max}}{T_2}$  - ?

3)  $\eta$  - ?

Решение:

1) 3-1 изохорный процесс (из графика)

$$\Delta U_{31} = 2 \Delta(pV) = V_3 \Delta p = \frac{3}{2} V_3 \cdot (p_1 - p_3)$$

$$p_1 = 5p_0; p_3 = 3p_0; V_3 = 3V_0 \Rightarrow$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} \cdot 3V_0 \cdot (5p_0 - 3p_0) = 9p_0V_0$$

2)  $\eta$  можно найти как площадь внутри цикла.  $V_2 = 6V_0$

$$S_0 = \frac{1}{2} ah; a = p_1 - p_3 = 2p_0; h = V_2 - V_3 = 3V_0$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} \cdot 2p_0 \cdot 3V_0 = 3p_0V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{3-1}|}{A_{12}} = \frac{9p_0V_0}{3p_0V_0} = 3 \text{ совпадает}$$

3) Составим уравнение прямой,  $p$  с отрезком  $V$

1-2:  $\frac{p}{p_0} = k \cdot \frac{V}{V_0} + 8$  (из графика)  $k = \text{tg} \alpha$  найти  
между прямой и осью  $\frac{V}{V_0}$

$$\text{tg} \alpha = \frac{8}{8} = 1 \Rightarrow \frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 8 \Rightarrow \frac{dp}{p_0} = -\frac{dV}{V_0} \Rightarrow dp = -\frac{p_0}{V_0} dV$$

4) Уравнение Менделеева Клапейрона для идеального газа в дифференциальном виде:

$$p dV + V dp = \nu R dT \text{ (м.к. } \nu = \text{const)}$$

$$T = T_{max} \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow p dV + V dp = 0$$

5) Подставим  $p$  и  $dp$  сюда



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(-\frac{p_0}{V_0} V + 8p_0\right) dV + \left(-\frac{p_0}{V_0} dV\right) \cdot V = 0 \Rightarrow 8p_0 - \frac{p_0}{V_0} V = \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{2V}{V_0} = 8 \Rightarrow \frac{V}{V_0} = 4$ . Из графика видим, что при

$$\frac{V}{V_0} = 4 \quad \frac{p}{p_0} = 4 \Rightarrow p_* = 4p_0; \quad V_* = 4V_0 \quad (p_* V_* - \text{давление и объём при } T = T_{\max})$$

6) Чр-э Менделеева - Клапейрона для случаев  $T = T_{\max}$  и  $T = T_2$ .

$$\begin{aligned} T = T_{\max}: \quad p_* V_* &= \nu R T_{\max} \\ T = T_2: \quad p_2 V_2 &= \nu R T_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} T = T_{\max}: \quad p_* V_* &= \nu R T_{\max} \\ T = T_2: \quad p_2 V_2 &= \nu R T_2 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_2} = \frac{p_* V_*}{p_2 V_2}$$

Из графика  $p_2 = 2p_0$  и  $V_2 = 6V_0$

$$\frac{T_{\max}}{T_2} = \frac{4p_0 \cdot 4V_0}{2p_0 \cdot 6V_0} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

7) I начало термодинамики в диф. виде:

$$\delta Q = \delta A + dU.$$

3-1 - газ получает теплоту

1-2 - на части процесса

2-3 - тоже только на части

8) В процессе 3-4 1-2 газ сначала получает тепло до  $V = V_A$ , а потом отдаёт.

Когда  $V = V_A$ , то  $\delta Q = 0 \Rightarrow \delta A + dU = 0$

$$\delta A = p_A dV_A; \quad dU = \frac{3}{2} (\nu R dT) = \frac{3}{2} (p_A dV_A + dp_A V_A)$$

$$\frac{5}{2} p_A dV_A + \frac{3}{2} dp_A V_A = 0; \quad p_A = -\frac{p_0}{V_0} V_A + 8p_0; \quad dp_A = -\frac{p_0}{V_0} dV_A$$

$$\frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{V_0} V_A + 8p_0\right) dV_A + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{V_0} dV_A\right) \cdot V_A = 0$$

$$\frac{5}{2} \left(-\frac{V_A}{V_0} + 8\right) + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{V_A}{V_0}\right) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4V_A}{V_0} = 8 \cdot 20 \Rightarrow V_A = 5V_0. \text{ Из графика } p_A = 3p_0$$

$$Q_{нар 1-A} = A_{1-A} + \Delta U_{1-A}$$

$A_{1-A}$  найдём как площадь под графиком:

$$A_{1-A} = \frac{5p_0 + 3p_0}{2} \cdot 2V_0 = 8p_0V_0$$

$$\Delta U_{1-A} = \frac{3}{2} (p_A V_A - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (3p_0 \cdot 5V_0 - 5p_0 \cdot 3V_0) = 0$$

$$Q_{нар 1-A} = 8p_0V_0$$

9) Теперь найдём  $Q_{нар 2-B}$  - кол-во теплоты, подводимое к газу от  $V=V_2$  до  $V=V_B$

Ищем по принципу  $Q_{нар 1-A}$ .

$$\text{При } V=V_B \quad \delta Q = 0 \Rightarrow \delta A_{2-B} + dU_{2-B} = 0$$

$$\delta A_{2-B} = p_B dV_B \quad ; \quad dU_{2-B} = \frac{3}{2} (V d p_B + p_B dV_B) = \frac{3}{2} (p_B dV_B + d p_B V_B)$$

$$\frac{5}{2} p_B dV_B + \frac{3}{2} d p_B V_B = 0.$$

10) Составим ур-е прямой, совпадающей с отрезком 2-3.

$\frac{p}{p_0} = k' \cdot \frac{V}{V_0} + 4$ ;  $k' = -\operatorname{tg} \beta$ , где  $\beta$  - острый угол между прямой и осью  $\frac{V}{V_0}$ ;  $\operatorname{tg} \beta = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$$p = -\frac{p_0}{3V_0} V + 4p_0 \Rightarrow p_B = -\frac{p_0}{3V_0} V_B + 4p_0 \Rightarrow d p_B = -\frac{p_0}{3V_0} dV_B$$

Подставим сюда

$$11) \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{3V_0} \cdot V_B + 4p_0\right) \cdot dV_B + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{3V_0} dV_B\right) \cdot V_B = 0$$

$$V \left( \frac{5}{6V_0} + \frac{1}{2V_0} \right) = 10 \Rightarrow \frac{8}{6} \frac{V}{V_0} = 10 \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2} = 7,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12) Плотка лежит за графиком, значит, на всем процессе  $2 \rightarrow 3$  газ либо отдавал, либо получал тепло.

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + A_{2 \rightarrow 3}, \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{3}{2} p_0 V_0$$

$$\Delta U_{2 \rightarrow 3} = \frac{3}{2} (3p_0 \cdot 3V_0 - 2p_0 \cdot 6V_0) = -\frac{9}{2} p_0 V_0$$

$$\left. \begin{array}{l} p_3 = 3p_0 \\ V_3 = 3V_0 \\ p_2 = 2p_0 \\ V_2 = 6V_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{из} \\ \text{гра-} \\ \text{фика} \end{array}$$

$$A_{2 \rightarrow 3} < 0; \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} < 0 \Rightarrow Q_{2 \rightarrow 3} < 0$$

13)  $\eta = \frac{A_4}{Q_H}$  ;  $Q_H = Q_{3 \rightarrow 1} + Q_{нагр. 1-4} = Q_{3 \rightarrow 1} + A_4 \cdot \Delta U_{3 \rightarrow 1}$  (изостерный процесс)

$$Q_H = 9p_0 V_0 + 8p_0 V_0 = 17p_0 V_0$$

$$14) \quad \eta = \frac{3p_0 V_0}{17p_0 V_0} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1)  $\frac{|\Delta U_{3 \rightarrow 1}|}{A_4} = 3$ ; 2)  $\frac{T_{max}}{T_2} = \frac{4}{3}$ ; 3)  $\eta = \frac{3}{17}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\epsilon, k, R, Q$   
 $\varphi(x)$  - график

Найти:

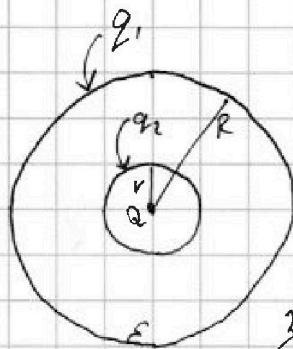
- 1)  $\varphi(x = \frac{3R}{2})$  - ?  
2)  $\epsilon$  - ?

Решение: 1)  $r = \frac{R}{3}$  (из графика)

$$2) q_1 + q_2 = 0 \text{ (из ЗСЗ)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_1 = -q_2$$

3)  $\varphi$  поверхности шара  
заряжено равномерно



ввиду симметрии конструктора.

4) Из принципа суперпозиции  $\varphi = \varphi_{от\ сферок1} + \varphi_{от\ сферок2}$

$\varphi_{от\ сферок2}$   $\varphi_{от\ Q}$   
(далее  $\varphi_{от2}$ )

$$5) \varphi_{от1} \text{ (при } x < R) = \frac{kq_1}{x}$$

$$\varphi_{от2} \text{ (при } x > R) = \frac{kQ}{x}$$

$$\varphi_{отQ} = \frac{kQ}{x}$$

$$6) \varphi(x = \frac{R}{3}) = 8\varphi_0 \text{ (из графика)}$$

$$\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{kq_1}{R} + \frac{kq_2 \cdot 3}{R} + \frac{kQ \cdot 3}{R} =$$

$$= 8\varphi_0$$

$$7) \frac{8R\varphi_0}{k} = -q_2 + 3q_2 + 3Q$$

$$\frac{8R\varphi_0}{2k} - \frac{3Q}{2} = q_2 = \frac{4R\varphi_0}{k} - \frac{3}{2}Q$$

$$\varphi_0 = \frac{k}{8R} (2q_2 + 3Q)$$

$$8) \varphi(x = \frac{2R}{3}) = 5\varphi_0 \text{ (из графика)}$$

$$\varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kq_1}{R} + \frac{kq_2 \cdot 3}{2R} + \frac{kQ \cdot 3}{2R}$$

$$\frac{5\varphi_0 R}{k} = q_1 + \frac{3}{2}q_2 + \frac{3}{2}Q \Rightarrow \frac{5\varphi_0 R}{k} = -q_2 + \frac{3}{2}q_2 + \frac{3}{2}Q = \frac{1}{2}q_2 +$$

$$+ \frac{3}{2}Q \Rightarrow \varphi_0 = \frac{k}{5R} (\frac{1}{2}q_2 + \frac{3}{2}Q)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \frac{k}{10R} (q_2 + 3Q) = \frac{k}{8R} (2q_2 + 3Q) \Rightarrow$$

$$\frac{q_2}{10} + \frac{3}{10} Q = \frac{q_2}{4} + \frac{3}{8} Q \quad | \cdot 40$$

$$4q_2 + 12Q = 10q_2 + 15Q \Rightarrow 6q_2 = -3Q \Rightarrow q_2 = -\frac{Q}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{Q}{2} \quad \varphi_0 = \frac{k}{8R} \cdot (-Q + 3Q) = \frac{kQ}{4R}$$

$$\varphi_0 = \frac{k}{10R} \left( -\frac{Q}{2} + 3Q \right) = \frac{kQ}{4R}$$

$$10) \varphi(x = \frac{3R}{4}) = \frac{3R}{R} \cdot \frac{kQ}{2} + \frac{kQ}{3R} \cdot \frac{4R}{3} + \frac{kQ}{3R} \cdot \frac{4R}{3} = \frac{kQ}{2R} + \frac{kQ}{3R} + \frac{kQ}{3R} =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3} \right) = \frac{kQ}{R} \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) \quad \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\varphi(x = \frac{3R}{4}) = \frac{7kQ}{6R}$$

11)  $d\varphi = E dx \Rightarrow E = \frac{d\varphi}{dx}$  - производная в графике

12) Проведём касательную к графику в точке

$$x = \frac{R}{3}; \quad -\operatorname{tg} \alpha = \varphi'(x = \frac{R}{3}), \quad \text{где } \alpha - \text{острый угол между}$$

касательной и осью OX.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3\varphi_0}{\Delta x}; \quad \Delta x = \left( \left( \frac{R}{3} + \frac{R}{6} \right) - R_3 \right) = \frac{R}{6}; \quad E(x = \frac{R}{3}) = \frac{-3\varphi_0 \cdot 6}{R}$$

(из графика)

$$E(x = \frac{R}{3}) = -\frac{18\varphi_0}{R} = \frac{-18 \cdot \frac{kQ}{4R}}{R} = \frac{-9kQ}{2R^2} \Rightarrow |E(x = \frac{R}{3})| = \frac{9kQ}{2R^2}$$

13)  $|E(x = \frac{R}{3})| = E_{\text{от сферы 1}}(x = \frac{R}{3}) + E_{\text{от сферы 2}}(x = \frac{R}{3}) + E_{\text{от Q}}(x = \frac{R}{3})$   
 (где  $E_{\text{от 1}}$  -  $E_{\text{от 2}}$ )  
 (из принципа суперпозиции)

14)  $E_{\text{от Q}}(x = \frac{R}{3}) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

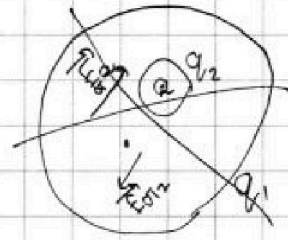
СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$E_{от2} (x = \frac{R}{3}) = \frac{kq_2}{\epsilon \left(\frac{R}{3}\right)^2} = \frac{k \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot q}{\epsilon R^2} = + \frac{kQq}{2\epsilon R^2}$$

$$E_{отQ} (x = \frac{R}{3}) = \frac{kQ}{\epsilon \left(\frac{R}{3}\right)^2} = \frac{kQ \cdot 9}{\epsilon R^2}$$

$$E(x = \frac{R}{3}) = 0 + \frac{kQq}{2\epsilon R^2} - \frac{kQq}{\epsilon R^2} = + \frac{9kQ}{2R^2} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2\epsilon} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2\epsilon} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2\epsilon} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} \Rightarrow E_0 = E \cdot \epsilon$$

В области диэлектрика  $E_{отQ}$  уменьшается в  $\epsilon$  раз. (по определению)

$$E(x = \frac{R}{3}) = \frac{E_{отQ}(x = \frac{R}{3})}{\epsilon} \Rightarrow \frac{9kQ}{2R^2} = \frac{kQ}{\left(\frac{R}{3}\right)^2 \epsilon} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} = \frac{9}{\epsilon} \Rightarrow \epsilon = 2$$

Ответ: 1)  $E(x = \frac{3R}{4}) = \frac{7kQ}{6R}$  2)  $\epsilon = 2$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N=4$

Дано:

$$L_1 = L$$

$$L_2 = 9L$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = 3n$$

S

Найти:

Если  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\alpha$ ,

то  $|\frac{\Delta I}{\Delta t}| = ?$

2) где  $L_1$

$$B_0 \rightarrow \frac{2B_0}{3}$$

где  $L_2$

$$\frac{B_0}{3} \rightarrow \frac{B_0}{12}$$

$$I_1 = ?$$

Решение:

$$1) \Phi = LI \Rightarrow \dot{\Phi} = L\dot{I};$$

$$2) \dot{\Phi} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \text{ если } \Delta t \rightarrow 0$$

$$\Delta \Phi = \Delta(BS) \cdot n_1 = \Delta B S n_1 \Rightarrow \dot{\Phi} = \frac{\Delta B S n_1}{\Delta t} = -\alpha S n_1$$

$$3) -\alpha S n_1 = L \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{\alpha S n_1}{L}$$

$$|\frac{\Delta I}{\Delta t}| = \frac{\alpha S n_1}{L}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{внут} + \Phi_{внеш}$$

$$4) \Phi_1 = L_1 I_1; \Phi_2 = L_2 I_2; I_1 = I_2 \Rightarrow \dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_{внут}$$

$$\Phi_1 = L I; \Phi_2 = L_2 I$$

$$\dot{\Phi}_1 = L \dot{I}; \dot{\Phi}_2 = L_2 \dot{I}$$

$$5) \Phi_1 = \Phi_{внут} + \Phi_{внеш} \Rightarrow \dot{\Phi}_1 = \frac{\Delta B S n_1}{\Delta t} = -\alpha S n_1 = -\alpha S n$$

$$0 - \alpha S n = L \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow |\frac{\Delta I}{\Delta t}| = \frac{\alpha S n}{L}$$

Ответ: 1)  $|\frac{\Delta I}{\Delta t}| = \frac{\alpha S n}{L}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Дано:

$$F = 2h$$

$$r = 2 \text{ см}$$

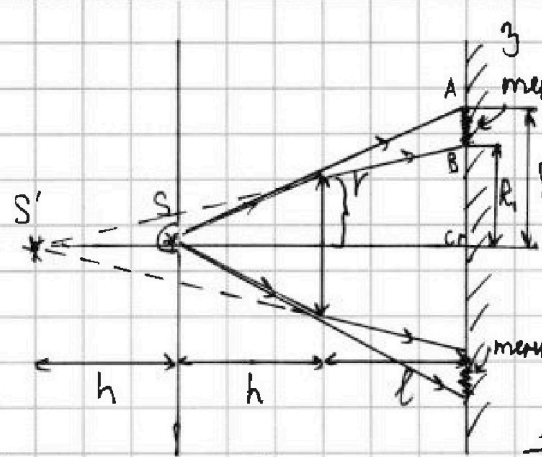
$$l = h$$

Найти:

1) Смещ. з. зер.

2) Смещ. з. стана

Решение:



1) Заметим, что лампочка + предмет располагается между фокусом и двойной

2) Изображение будет мнимое.

2) Под формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} - \frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{h} - \frac{1}{F} = \frac{1}{h} - \frac{1}{2h} = \frac{1}{2h} \Rightarrow f = 2h$$

3) На зеркало будут падать преломленные лучи от источника S так, будто они исходят прямо из S'. (S-лампочка)

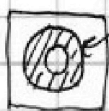
4) Рассмотрим крайние лучи, которые пройдут по самым краям линзы.

Я изображу это на следующем рисунке.

5) Если угол расхождения лучей будет чуть больше, то лучи на линзу не попадут и не преломятся.

6) Лучи преломившиеся в линзе будут освещать зеркало вплоть до критического угла.

6) Тогда зеркало будет освещаться так:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7) Найдём  $R_1$  и  $R_2$ :

для  $\triangle SAC$ :

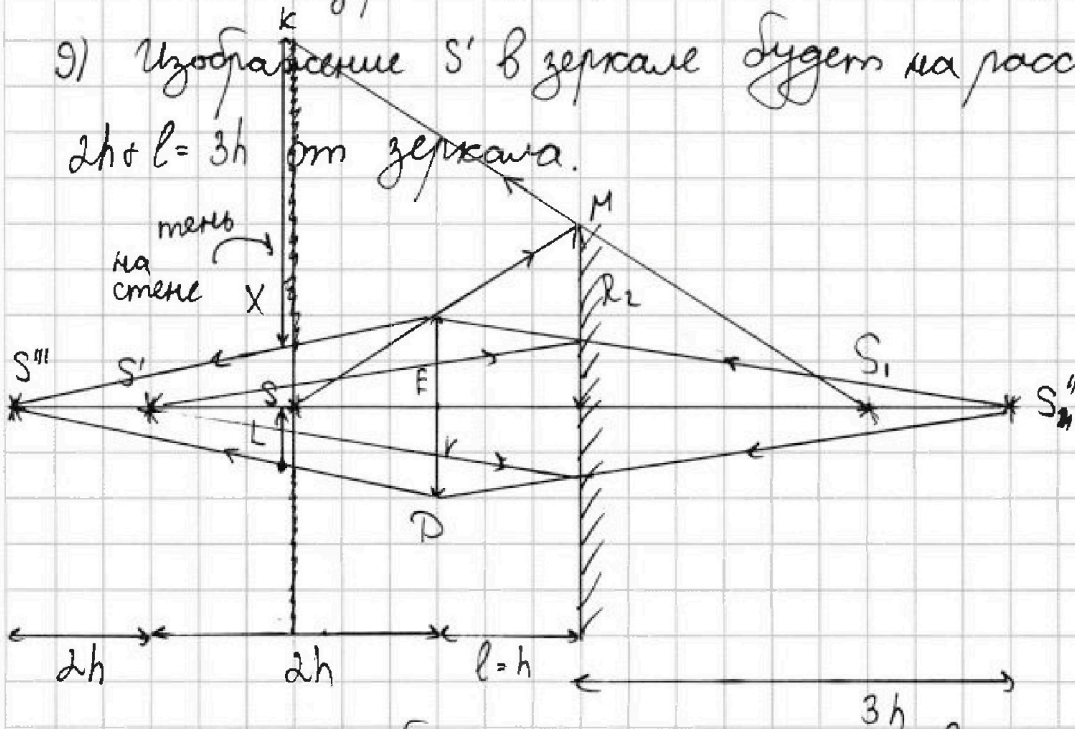
$$\frac{r}{R_2} = \frac{h}{(h+l)} = \frac{h}{2h} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_2 = 2r = 4 \text{ см}$$

для  $\triangle S'BC$ :

$$\frac{r}{R_1} = \frac{2h}{2h+l} = \frac{2h}{3h} = \frac{2}{3} \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2}r = 3 \text{ см}$$

8)  $S_{\text{несв. зер}} = \pi R_2^2 - \pi R_1^2 = \pi(R_2^2 - R_1^2) = \pi(16 - 9) \text{ см}^2 = 7\pi \text{ см}^2$

9) Изображение  $S'$  в зеркале будет на расстоянии  $2h+l=3h$  от зеркала.



лучи от  $S''$  будут преломляться в линзе.

10) Тогда по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{4h} = \frac{1}{2h} - \frac{1}{4h} = \frac{1}{4h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f' = 4h$$

11) лучи от  $S''$  будут фокусироваться в точке

$S''$ . (лучи от  $S'$  будут отражаться так, будто исходят от  $S''$ )



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12) Рассмотрим критический угол, происхождение <sup>е лучи от S''</sup> через край линзы.

Для  $\Delta S''ED$ :

$$\frac{L}{r} = \frac{3h}{4h} = \frac{3}{4} \Rightarrow L = \frac{3}{4} r = 1,5 \text{ см}$$

13) Лучи от  $S''$  идут только до краев линзы, т.к., если сначала лучи от  $S$  не попали на линзу, то изображение источника будет в другом месте - на расстоянии  $h+l=2h$  от зеркала.

14) Не прошедшие лучи от  $S$  будут отражаться так, будто вошли в  $S_1$ .

15) Тень на стене:



$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \times 6 \\ \hline 78 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 169 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ \times 13 \\ \hline 169 \end{array}$$

16) В области дальше от  $S$  на расстоянии  $(L+x)$  стена будет везде освещена. Это очевидно.

17) Заметим, что  $\Delta KMS$  - равнобедренный  $\Rightarrow$

$$KS = 2R_2 = x + L \Rightarrow x = 2R_2 - L = 2 \cdot 4 \text{ см} - 1,5 \text{ см} = 6,5 \text{ см}$$

$$18) S_{\text{тень}} \text{ т. стены} = \pi(x+L)^2 - \pi L^2 = \pi(x^2 + 2xL) = \pi \left( \frac{169}{4} + \frac{2 \cdot 13 \cdot 3}{2 \cdot 2} \right) \text{ см}^2 = \pi \left( \frac{169}{4} + \frac{78}{4} \right) \text{ см}^2$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ \times 78 \\ \hline 247 \end{array} \quad S_{\text{тень}} \text{ т. стены} = \pi \cdot \frac{247}{4} \text{ см}^2$$

Ответ: 1)  $S_{\text{тень}} \text{ т. зер.} = 78\pi$ ; 2)  $S_{\text{тень}} \text{ т. стены} = \frac{247}{4}\pi$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

