



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

- [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии
$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 1 - \sqrt{5^1} :$$

$-3 + 9\sqrt{5^1}$; ~~$\frac{16}{-3+9\sqrt{5}}$~~ ; $54 - 18\sqrt{5^1}$ - последовательность

с шагом ~~$\frac{89-49\sqrt{5}}{2}$~~ $\frac{19-9\sqrt{5}}{2}$, первое
член равно $-3 + 9\sqrt{5^1} - \frac{3 \cdot 19 - 3 \cdot 9\sqrt{5^1}}{2}$.

Подходит все эти 3 варианта.

Ответ: $x = 1$ или $x = 1 + \sqrt{5^1}$ или $x = 1 - \sqrt{5^1}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Заметим, что $(6-9x) + 2d = (x^2 - 2x)^2$ и

$$(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - 4d. \quad (d - \text{какое-то число}).$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 + 2(6-9x) : 3$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3x^2 + 4 - 6x.$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

Заметим, что $(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) =$

$$= x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 2x^3 + 4x^2 + 8x + x^2 - 2x - 4 =$$

$$= x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4.$$

значит подходит $x=1$,

$$x = 1 + \sqrt{5} \quad \text{и} \quad x = 1 - \sqrt{5}.$$

Убедимся в этом:

$$x=1:$$

$-3; 1; 9$ — последовательность $(-9); (-7); (-5); (-3); (-1); 1; 3; 5; 7; 9; \dots$

$$x = 1 + \sqrt{5}:$$

$-3 - 9\sqrt{5}; 16; 54 + 18\sqrt{5}$ — последовательность с шагом $\frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$, первый член $-3 - 9\sqrt{5} - \frac{3 + 19 + 9\sqrt{5}}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② ~~Доказательство~~ $x-y=k$ ~~доказательство~~

$$\begin{cases} k-y \leq 2 \\ k+y \leq 1 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} 4x-4y \leq 4 \\ 4x-y \leq 1 \end{cases}$$~~

Оценка:

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |4x-2y| \leq 2 \end{cases} \Rightarrow$$

~~$$\begin{cases} 4x-2y \leq 2 \\ 2y-x \leq 2 \end{cases}$$~~

$$\Rightarrow 3x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3}$$

↓

$$\begin{cases} 4x-2y \leq 2 \\ 8y-4x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow 6y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{3}$$

Отсюда $3y+6x \leq 13$

Ответ: ~~13~~ 13

Пример:

$$x = \frac{4}{3}; y = \frac{5}{3}.$$

Норма

$$\begin{aligned} 3y+6x &= \\ = 13; |x-2y| &= 2; \end{aligned}$$

$$|2x-y| = 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(3) $B = mn(m+2n+9)$

Домножим, что m , что n все равно 1.

Тогда у числа B есть 3 все единичных множители, при этом $m+2n+9 > m$
 $m+2n+9 > n$.

Если $B = 11p^2$, то $m=n=p$; $m+2n+9 \geq 12$.

Противоречие!

Значит $B = 75q^2 = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$

$$A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$

~~m.k. $A > 1$, $m+2n \geq 8$.~~

Значит это есть все четыре варианта:

$$m+2n > m+2n-7 \Rightarrow \cancel{q}$$

$$\Rightarrow m+2n=11; m+2n-7=p^2 \quad \text{или} \quad m+2n=11p; m+2n-7=p$$

или $m+2n=11p^2$; $m+2n-7=1$ или $m+2n=p^2$; $m+2n-7=11$.

Первый случай ~~не~~ подходит, т.к. $p=2$;

второй не подходит, т.к. $10p > 7$ не бывает;

третий не подходит, т.к. $11p^2 > 7$ не бывает;

четвертый — т.к. $p^2=18$ не бывает.

Значит $p=2$; $m+2n=11 \Rightarrow B = mn \cdot 20 = 75q^2$

т.к. q — простое, $q=2 \Rightarrow mn=15$ и $m+2n=11$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ясно, что тогда $m=5$ и $n=3$ или

~~нужно~~ $m=3$ и $n=5$ ($m, n \neq 1$ б)

также случаю предположению).

$m=5$ и $n=3$ подходит. Заполним это.

Допустим теперь, что $m=1$:

$$A = 1 + 4n + 4n^2 - 7 - 14n = 4n^2 - 10n - 6$$

$$B = n + 2n^2 + 9n = 2n^2 + 10n$$

Видно, что и A , и B : 2, поэтому

$p=2$ и $q=2$. Отсюда два варианта:

$$\begin{cases} 4n^2 - 10n - 6 = 44 \\ 2n^2 + 10n = 300 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 4n^2 - 10n - 6 = 300 \\ 2n^2 + 10n = 44 \end{cases}$$

↓

$$-10n - 20n - 6 = 44 - 600$$

↓

~~нужно~~ ~~здесь~~ подходит

$$30n = 600 - 50$$

$$n = \frac{55}{3} \notin N$$

↓

$$-30n - 6 = 300 - 88$$

↓

$n < 0$.

Значит

$$m \neq 1.$$

Допустим, $n=1$:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4m + 4 - 7m - 14 = m^2 - 3m - 10$$

$$B = m^2 + 2m + 9m = m^2 + 11m$$

Выясно, что при любом натуральном m оба числа, и A , и B — четные, причём

$A < B$. Значит $p=q=2$, и

$$\begin{cases} m^2 - 3m - 10 = 44 \\ m^2 + 11m = 300 \end{cases}$$

↓

$$14m + 10 = 300 - 44$$

$$14m = 246$$

↓

$$m = \frac{123}{7} \notin N$$

Значит $n \neq 1$.

Однако: $m = 5$; $n = 3$.

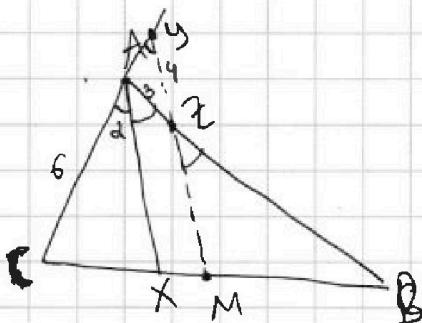
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(4)



$\angle AYZ = \angle XAB = \angle CAZ = \angle AYB$. из параллельности и как бисс-са.

Отсюда $AZ = AY = 3$.

Из толку из 1. Фалеса $\frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{6}{9} =$

~~=~~ $\frac{2}{3}$. Но сейчас бис-са

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XB} = \frac{2}{4}$$

из равенства $CM \parallel BM$.

Значит $AB = 2AC = 12$.

Заметим, что $\cos \alpha = \frac{2}{3}$; $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Изога $\cos \angle BAC = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$

По т. косинусов:

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 144 + 16 = 196.$$

$$BC = 14.$$

Ответ: $BC = 14$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 9 \\ a - b + 7 = 2ab \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$$

$$(a-b) = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 2}}{2}$$

~~a+b=3~~

$$a-b=1$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ ab = 4 \end{matrix}$$

$$(1+b)b = 4$$

$$b^2 + b - 4 = 0$$

~~b<0~~

$$b = \frac{-1 + \sqrt{1+16}}{2}$$

~~b>0~~

$$7-x=b^2$$

$$28-4x = 1+17-2\sqrt{17}$$

$$x = \frac{28-18+2\sqrt{17}}{4}$$

$$y=x=\frac{5+\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Oder: } x=y=\frac{5+\sqrt{17}}{2} \text{ или } x=y=\frac{8+\sqrt{11}}{2}$$

e

$$a-b=-2$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ ab = 2,5 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ (1+b)b = 2,5 \end{matrix}$$

$$b^2 + b - 2,5 = 0$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{1+10}}{2}$$

$$7-x=b^2$$

$$28-4x = 1+17-2\sqrt{17}$$

$$x = \frac{28-12+2\sqrt{17}}{4}$$

$$y=x=\frac{8+\sqrt{11}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑤ Ограничения: $x \geq -2$; $y \leq 7$; $x \geq 0$;

$$y \geq 0; 14 + 5x - y^2 \geq 0.$$

Условие:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ y^2 \leq 14 + 5x \end{cases}$$

Перенесем второе ограничение:

$$x^3 + \sqrt[3]{2x} + 3x = y^3 + \sqrt[3]{2y} + 3y.$$

Очевидно, что выражение $x^3 + 3x + \sqrt[3]{2x}$

секундного возрастает, поэтому приведенное
каждое значение равно 0 одной
многе. Отсюда $x=y$ (и
получившись $x \geq 0$ и $y \geq 0$).

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2 \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-x} \quad \text{первое}\text{второе}\text{уравнение}\text{условием } x=y.$$

Пусть

$$\sqrt{x+2} = a$$

$$\sqrt{7-x} = b.$$

$$\Rightarrow ab = 7 \quad a^2 + b^2 = 9$$

$$a^2 + b^2 = 9 \Rightarrow a^2 + b^2 = 9$$

$$a^2 + b^2 = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥ Числом словами можно сказать так:

написав ^{крестиком} квадрат со стороной 11.

Сколько способов ^{за}раскрасить в нём 2 клетки (раскраски считаются небородичными)?

Рассчитаем выражение те раскраски, которые при любом повороте на угол, кратный 90° , не переходят в себя: также раскрасок ровно

$$\frac{(11^2 - 1)(11^2 - 3)}{2} + (11^2 - 1) = \frac{(11^2 - 1)^2}{2}. \text{ Так, т.к.}$$

при подсчёте мы можем выбрать где разные несимметричные сим. центра клетки, и при этом центральную не выбирать, либо выбрать центральную и любую другую. Число это получено делит на 4.

А симметричных раскрасок $\frac{11^2 - 1}{2}$,

т.к. выбираем любую клетку и симметричную ей (кроме центра).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

И это число при повороте на 90° надо делить пополам, т.к. получается та же раскраска.

Итого $\frac{(11^2 - 1)^2}{8} + \frac{11^2 - 1}{4} = \frac{120^2}{8} + \frac{120}{4} =$

$$= 30 + 30 \cdot 60 = 1830.$$

Ответ: 1830.

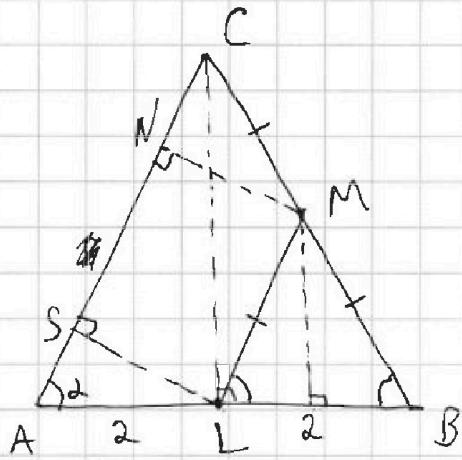


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдено решение.

$$AN = AS + SN =$$

$$= \cancel{AS} AL \cdot \cos \alpha + \frac{AL}{2 \cos \alpha} =$$

$$= 2 \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = 5$$

$$2 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha + 1 = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2}}{4}$$

$$\cos \leq 1, \text{ поэтому } \cos \alpha = \frac{5 - \sqrt{17}}{4};$$

$$AC = BC = \frac{2}{\cos \alpha} = \frac{8}{5 - \sqrt{17}} = \frac{8(5 + \sqrt{17})}{25 - 17} =$$

$$= 5 + \sqrt{17}$$

Ответ: $5 + \sqrt{17}$

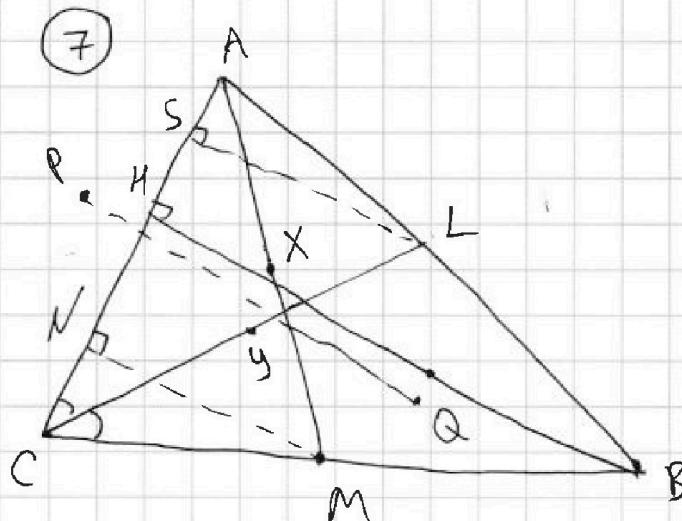
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



PQ — радиус ω в Ω , поэтому

$PQ \parallel BH \Leftrightarrow XY \parallel AC$ (X и Y — середины AM и CL). $\angle ANM = 90^\circ$, т.к. Ω

как на диаметре на AM .

Замечаем, что XY — ср. линия $\triangle AMN$,

т.к. $XY \parallel AN$ и X — середина AM .

Аналогично XY — ср. линия $\triangle CSL$.

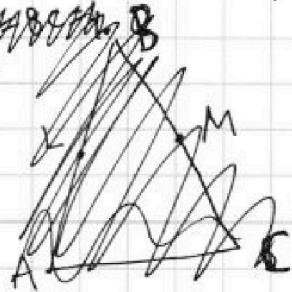
А отсюда \overline{XY} — ср. линия $LM \parallel AC$.

Но тогда по т. Фалеса $AL = LB$, и

L — середина AB . Друга ~~Мы можем~~

$AC = BC$, т.к. CL —

бисс-са в бисс-са $\triangle ABC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$$mn(m+2n+9) \frac{(m+2n)(m+2n-3)}{(4-4\sqrt{5})^2} = \\ (1+5+2\sqrt{5}-2+2\sqrt{5})^2 4^2 = 16 = 16(1-\sqrt{5})^2 =$$

Заметим, что $(6-9x) + 2d = (x^2 - 2x)^2$ и

$$(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - 4d \quad (d - \text{какое-то число}).$$

$$44 \text{ и } 320 \quad 9x^2 + 6 + 2\sqrt{5} \quad 54 + 18\sqrt{5} \\ 320. \quad 3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 + 2(6-9x) : 3$$

$$6 - 2\sqrt{5} \quad (x^2 - 2x)^2 = 3x^2 + 4 - 6x$$

$$6 \cdot 16 = 32 \cdot 3 = 96 -$$

Заметим, что $x=1$ подходит, т.к.

$$(x^2 - 2x)^2 = 1 = 3x^2 - 6x + 4 \quad \text{при } x=1. \quad (3^2 - 1)^2 = \\ = 8^2$$

Также, что нет других решений:

$$4 + 16 = 20$$

$$\cancel{x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0} \quad (x-1) \left(\cancel{x^2 - 2x - 4} \right) \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$\cancel{x^2 + 6x - 4 = x^3(4-x)}$$

$$\frac{x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4}{x^4 - x^3} \mid x-1$$

$$\text{Выражение } x^2 + 6x - 4 \geq 0 \quad \text{на } x \in (-\infty;$$

$$-3x^3 + x^2$$

$$x^2 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$-2x^2 + 6x \quad \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 4}{x^2}$$

$$(x-2)((x-2)x^2 - 3) = 4 \quad -(x-2) - \text{возраст}$$

$$\frac{(x-2)x^2 - 3}{x-2} \mid x-2 \quad \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x + 4} \\ -4x + 4$$

$$\text{Для } x <$$

$$54 - 18\sqrt{5} \quad 1 \pm \sqrt{55}$$

$$\frac{1^2 \cdot (1^2 - 1)}{2}$$