



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

Найти x , определяющие геометрическую прогрессию $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, где b_n - n -тый член прогрессии, b_1 - первый член прогрессии, q - шаг прогрессии.

$$b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$\left. \begin{array}{l} b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 \cdot q^6 \\ b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 \cdot q^{14} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)^4}{(x+1)^3}} = q^8$$

$$\Rightarrow \frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{(x+1)^4} = q^8$$

$$\Rightarrow q^2 = \sqrt{x+1}$$

$$\left. \begin{array}{l} b_3 = 5-x \\ b_{13} = b_7 \cdot q^6 \end{array} \right\} \Rightarrow 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (\sqrt{x+1})^3$$

$$\Rightarrow 5-x = \sqrt{13x-35} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ (5-x)^2 = 13x-35 \end{cases}$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \Leftrightarrow x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$D = 23^2 - 4 \cdot 60 = 529 - 240 = 289 = 17^2$$

$$x_1 = \frac{23+17}{2} = 20$$

$$x_2 = \frac{23-17}{2} = 3$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ x = 3 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Ответ: $x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

Поскольку $\cos y \in [-1; 1]$, при $p < -10$ и при $p > 10$ решений нет $\Rightarrow p \in [-10; 10]$

Также заметим, что $\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = -10$ не имеет решений:

$$\begin{cases} \cos 3x = -1 \\ \cos 2x = -1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi + 2\pi k = 2\pi + 4\pi n \Rightarrow 2\pi(2n - k) = -\pi \Rightarrow k - 2n = -0,5,$$

это невозможно при $k, n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow p \in (-10; 10]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Случай, когда множество обладает хотя бы одной из центральных (относительно центра прямоугольника) и осевой (относительно любой из "средних линий"), можно разбить на 2 непересекающиеся группы!

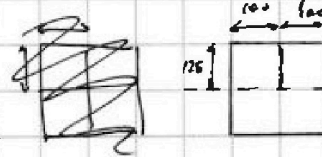
- 1) только осевая симметрия
- 2) центральная симметрия строго и, возможно (но необязательно), осевая.

Группу 1 также разобьем на 1.1 - симметрия относительно горизонтальной "средней линии" (без центральной) и 1.2 - относительно вертикальной "средней линии" (без центральной симметрии).

Рассмотрим их по отдельности
1.1) только симметрия относительно горизонтальной "СА".

В случае симметрии относительно гориз. "СА" мы однозначно определяем закрашенное множество, закрасив 4 клетки в верхней половине прямоугольника, так как оставшиеся 4 клетки имеют симметрично им 4 клетки в нижней.

⇒ множество, обладающих симметрией по горизонтальной "СА" $C_{2500}^4 = C_{200 \cdot 125}^4$



Найдем как-то таковых, обладающих еще и центральной симметрией.

Условие на центральную симметрию означает, что в верхней половине ~~прямоугольника~~ ~~прямоугольника~~ закрашиваются 4 клетки, для того чтобы симметрия относительно вертикальной средней линии. ⇒ Нам достаточно закрасить 2 клетки в, например, левой верхней четверти прямоугольника, тогда определит наше множество - недостающие 2 клеток определит симметрия.

Способов это сделать $C_{100 \cdot 125}^2 = C_{12500}^2$

⇒ только симметричные по горизонтальной "СА" обладают

$C_{2500}^4 - C_{12500}^2$ множество



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.2) Рассуждая аналогично 1.1, получим $C_{100-250}^4 - C_{100-125}^2 = C_{25000}^4 - C_{12500}^2$

2) Для определения количества угловых клеток, достаточно определить 4 на левой стороне прямоугольника.

Способом подсчета $C_{100-250}^4 = C_{25000}^4$



$$\text{Суммарно получаем } (C_{25000}^4 - C_{12500}^2) + (C_{25000}^4 - C_{12500}^2) + C_{25000}^4 = \\ = 3C_{25000}^4 - 2C_{12500}^2$$

Ответ: $3C_{25000}^4 - 2C_{12500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{простое число}$$

Возможны 3 варианта:

1) $a-c = b-c = p$

Тогда $a = b$ - противоречие условию

2) $a-c = p^2$ и $b-c = 1$

Тогда $\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases} \Rightarrow a > b$, противоречий нет

3) $a-c = 1$ и $b-c = p^2$

Тогда $\begin{cases} a = 1 + c \\ b = p^2 + c \end{cases} \Rightarrow a < b$ - противоречие условию

Следовательно, $\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$ - реальный вариант (и к тому же единственно)

$$a - b \not\equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow p^2 + c - (1 + c) = p^2 - 1 \not\equiv 3$$

$$p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \not\equiv 3 \Rightarrow \begin{cases} p-1 \not\equiv 3 \\ p+1 \not\equiv 3 \end{cases}$$

Из трех подряд идущих натуральных чисел одно делится на 3 гарантированно. $p-1; p; p+1$ идут подряд,

$$p-1 \text{ и } p+1 \text{ не делятся на } 3 \Rightarrow p \equiv 3 \pmod{3}$$

$$p - \text{простое число и } p \text{ делится на } 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 9 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560 \Leftrightarrow 9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560 \Leftrightarrow c^2 + 3c - 550 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 3 + 4 \cdot 550 = 2203 = 47^2$$

$$\cancel{c} = \frac{-3 - 47}{2} = -25 \Rightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$c = \frac{-3 + 47}{2} = 22 \Rightarrow \begin{cases} a = 31 \\ b = 23 \end{cases}$$

$$\text{Order: } (-16; -24; -25) \cup (31; 23; 22)$$



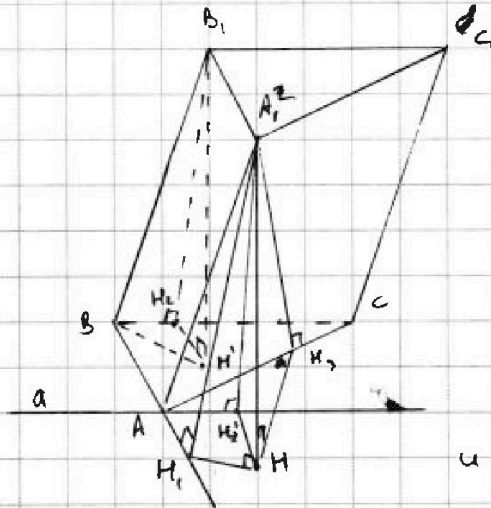
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №7



Пусть AH и B, H' - высота призмы, и ~~равна~~ равна h .

$A, H_1 \perp AB$; $A, H_3 \perp AC$; $B, H_2 \perp BC$

Прямая a проходит через A и параллельна BC , и $A, H_2 \perp a$

Если B такая линия $H'H_2 = HH_2'$

Боковые грани AB, B, A_1 - параллелограммы, так как AB, B, A_1, C_1 - призма,

и $S_{AB, A_1} = AB \cdot A, H_1 = h \cdot A, H_1$

$$A, H_1 = \sqrt{A, H_2^2 + HH_2^2} \Rightarrow S_{AB, A_1} = \sqrt{h^2 + HH_2^2} \cdot h = \sqrt{h^2 + HH_2^2} \cdot h$$

Аналогично для BB, C, C_1 :

$$S_{BB, C, C_1} = BC \cdot B, H_2 = BC \cdot \sqrt{B, H_1'^2 + H_1'H_2^2} = h \cdot \sqrt{h^2 + H_1'H_2^2}$$

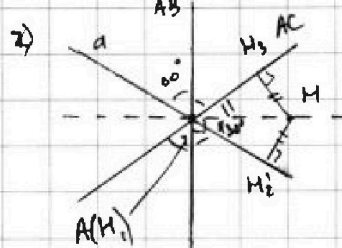
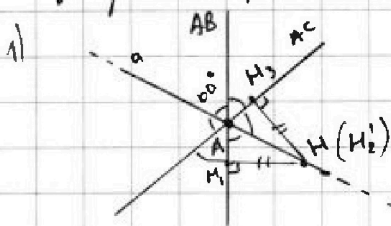
и для AC, C, A_1 ,

$$S_{AC, C, A_1} = AC \cdot A, H_3 = AC \cdot \sqrt{AH_2^2 + HH_3^2} = h \cdot \sqrt{h^2 + HH_3^2}$$

Видим, что площади боковых граней зависят только от HH_1 ; $H_1'H_2$; HH_3 - расстояний от H до прямых a , AB и AC .

Так как основание призмы - равносторонний треугольник, ~~всех~~ в углах между этими прямыми по 60° .

То условия где грани имеют одинаковые площади \Rightarrow есть два равных расстояния $\Rightarrow H$ лежит на одной из биссектрис (см. рис. ниже)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уточнение: при применении ~~теоремы Птолемея~~ соотношения между сторонами, и рассуждения не ограничивают общности.

В случае ① (рисунок выше) $HN_3 = HN_1$, и $HN_2' = 0$

$\Rightarrow S_{ACC_1A_1} = S_{ABBA_1} > S_{BB_1CC_1}$, это противоречит условию

$$\Rightarrow S_{ACC_1A_1} = S_{ABBA_1} = 4 \quad ; \quad S_{BB_1CC_1} = 3$$

$$3 = 1 \cdot \sqrt{h^2 + 0^2} \Rightarrow h = 3$$

В случае ② (рисунок выше) $HN_3 = HN_2' = HN_1 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} HN_1$

$$\Rightarrow \text{~~HN}_2' = HN_3 > HN_1~~ \quad HN_2' = HN_3 < HN_1$$

$\Rightarrow S_{ACC_1A_1} = S_{BB_1CC_1} < S_{ABBA_1}$, это противоречит условию, так как где площади равны и больше третьей.

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

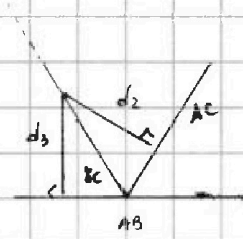
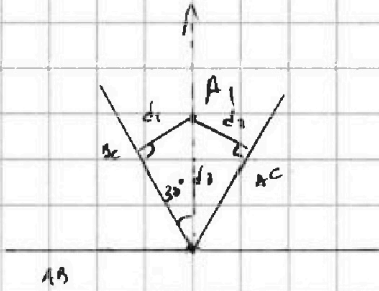
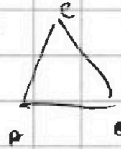
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6
8

$$S = 10\sqrt{h^2 + d^2} = 2\sqrt{h^2 + d^2} \cos^2$$

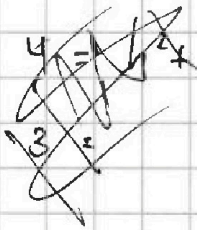


$$d_1 = d_2 = \frac{1}{2}d_3$$

$$d_1 = 0 \quad d_2 = d_3$$

$$h = 3$$

$d_3 > d_1 = d_2$
и.e. не подходит





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

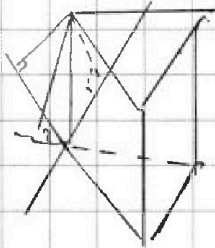
6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2 ✓ 4 ✓ 5 ✓ 6 ✓ 7



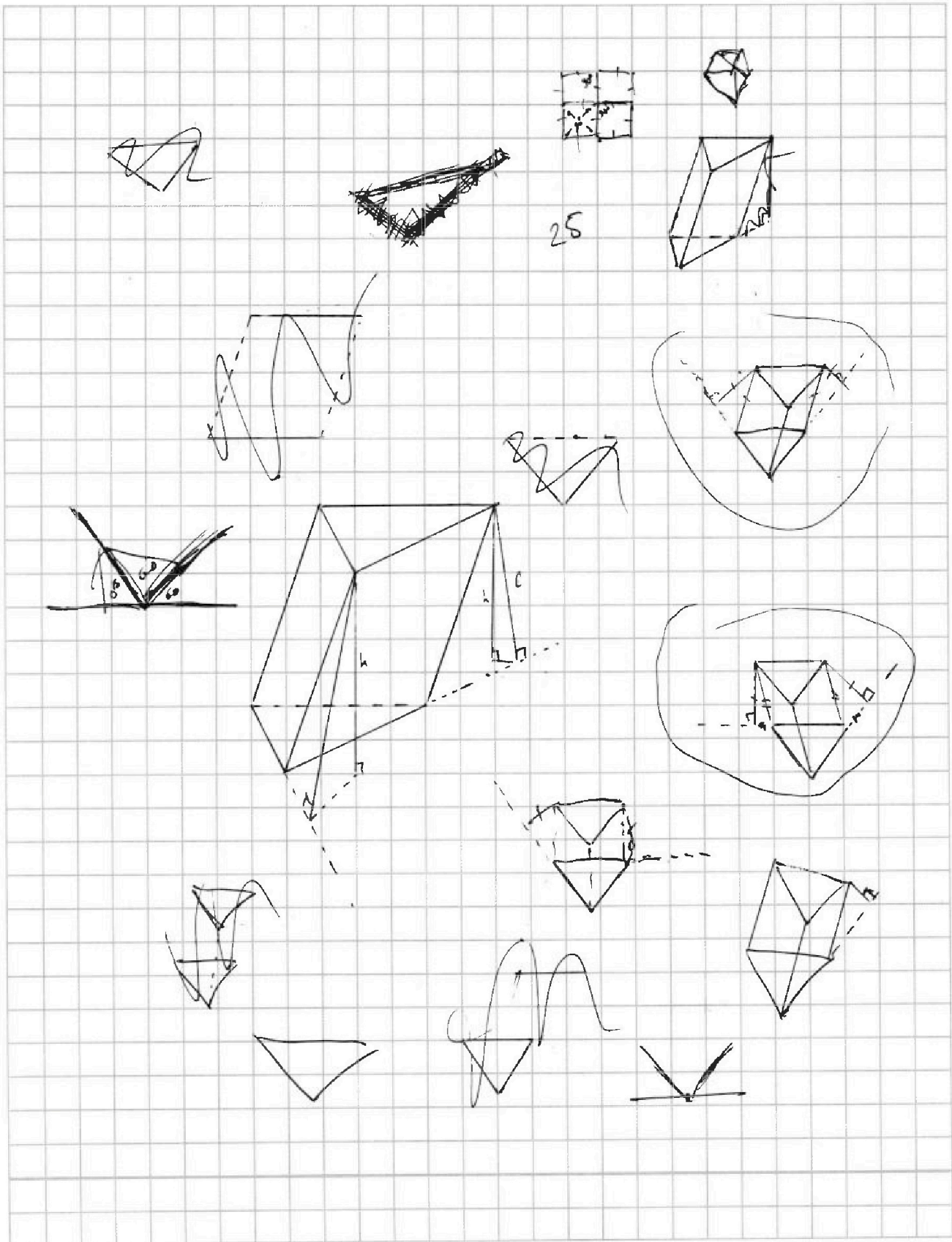


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

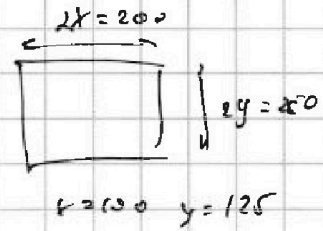
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

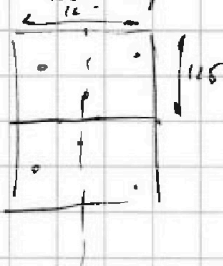
когда одна из осей или центральная

1) только осевая

2) центральная и только осевая



1.1 по горизонтали и по вертикали



Расположить 4 точки в вершине 200×125 не симметрично по вертикали

всего способов C_{2500}^4

симметричных C_{1250}^2

~~$C_{2500}^4 - C_{1250}^2$~~

$C_{1500}^4 - C_{1250}^2$

1.2 Расположить 4 точки в вершине не симметрично по горизонтали



всего способов C_{1500}^4

симметричных отн. горизонтали C_{1250}^2

$C_{1500}^4 - C_{1250}^2$

2. ~~C_{1500}^4~~ ~~C_{1250}^2~~

$C_{100 \cdot 250}^4 = C_{25000}^4$

$C_{100 \cdot 125}^4 = C_{12500}^4$



~~C_{1250}^2~~

~~$C_{100 \cdot 125}^4 - C_{1250}^2$~~

$3C_{12500}^4 - 2C_{1250}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \cdot a > b \\ & \cdot (a-b) \div 3 \\ & \cdot (a-c)(b-a) = p^4 \\ & \cdot a + b^2 = 560 \end{aligned}$$

$$(1) \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2) & : a > b \\ a - b & = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \div 3 \\ & \Rightarrow p \div 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a - c \div 9$$

Фактальку p - простое, $p = 3$

$$a = 9 + c$$

$$b = 1 + c$$

$$9 + c + 1 + c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 8c + 10 = 560$$

$$c^2 + 8c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{-3 - 47}{2} = -25$$

$$c = \frac{-3 + 47}{2} = 22$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ +43 \\ \hline 129 \\ 172 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 27 \\ +27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$1) \quad c = -25 \\ (a = -16; b = -24; c = -25)$$

$$-16 + 24^2 = 576 - 16 = 560$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ +24 \\ \hline 96 \\ 576 \end{array}$$

$$4) \quad c = 22 \\ (a = 31; b = 23; c = 22)$$

$$31 + 23^2 = 31 + 529 = 560$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ +23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_8 = 5-x$$

$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)/(x+1)}$$

~~13x-35 > 0~~

$$b_{15} = 5-x = b_7 \cdot q^6 = \frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot (\sqrt{x+1})^6$$

$$5-x = \sqrt{13x-35} \quad |^2$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$D = 23^2 - 4 \cdot 60 = 529 - 240 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23+17}{2} = 20$$

$$x = \frac{23-17}{2} = \boxed{3}$$

$$5-x \geq 0$$

$$\boxed{x \leq 5}$$

$$\frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{(x+1)^4} = q^8$$

$$q^8 = (\sqrt{x+1})^8$$

$$q^2 = \sqrt{x+1}$$

~~$$q = \sqrt[4]{x+1}$$~~

$$q = \sqrt[4]{x+1}$$

~~$$\frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{(x+1)^4} = q^8$$~~

~~$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 17 \\ \hline 151 \\ 1510 \\ \hline 391 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 1190 \\ \hline 289 \end{array}$$~~

(a, b, c) :

- $a > b$

- $(a-b) \neq 3$

- $(a-c)(b-c) = p^2$

- $a+b^2 = 560$

(3): $(b-c)(b-c) = p^2$

$$a-c = b-c = p$$

$$a = b$$

невозможно

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \\ a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2+c \\ a = p^2+c \\ b = c+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{т.к. } p^2 > 1 \\ b > a \text{ невозможно} \\ a > b \text{ удовлетвор.} \end{array}$$