

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

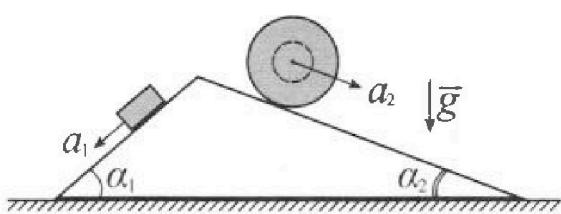
## Вариант 11-04

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брускок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1 (\sin \alpha_1 = 3/5, \cos \alpha_1 = 4/5)$  и  $\alpha_2 (\sin \alpha_2 = 8/17, \cos \alpha_2 = 15/17)$ . Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

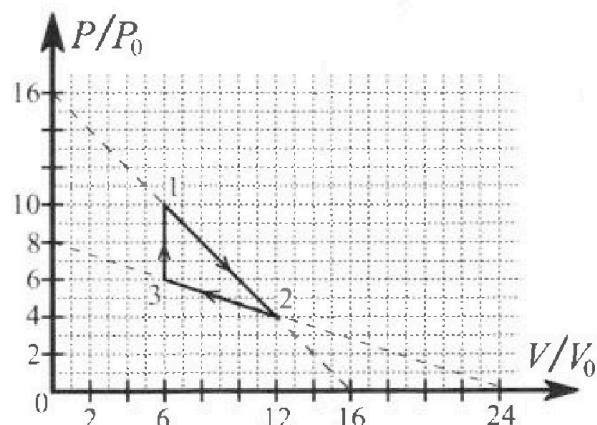
Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.



2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

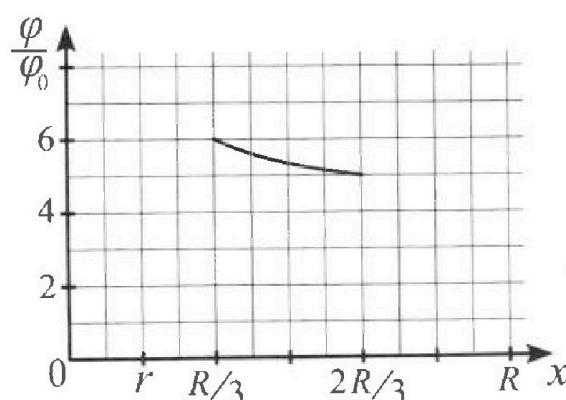
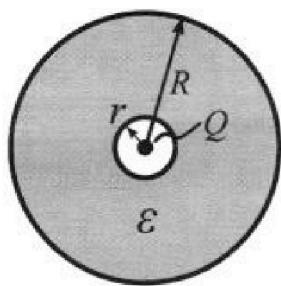
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.



3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r, R, Q, \epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .

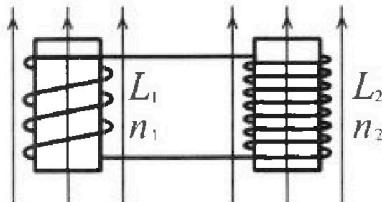


# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04

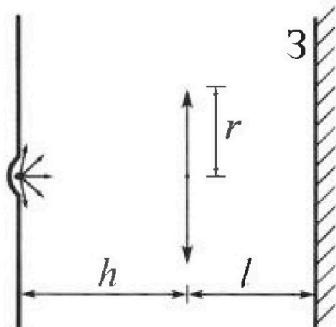
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменились неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



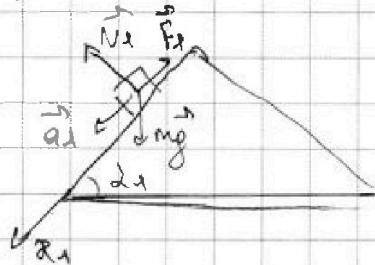
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)



CO книга лежит на склоне

поскольку он покойный

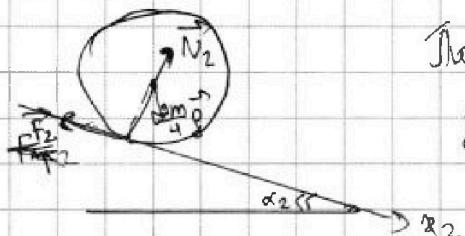
Мыслить из 2 з-р. В проекции на x:

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m\left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{8}\right) = mg \left(\frac{3 \cdot 17 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17}\right) = mg \cdot \frac{51 - 25}{85}$$

$$F_1 = \frac{26}{85} mg$$

2)



По теории движения тела массы  
одинаковы: (в проекции на Ox)

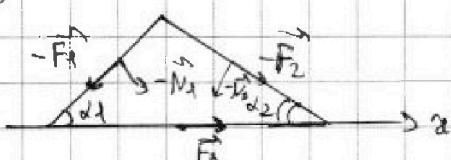
$$\frac{3M}{4} \alpha_2 = \frac{3M}{4} g \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = \frac{3M}{4} (g \sin \alpha_2 - \alpha_2) = \frac{3M}{4} g \left( \frac{8}{17} - \frac{8}{27} \right) = \frac{3M}{4} g \left( \frac{8(27 - 17)}{27 \cdot 17} \right) =$$

$$= \frac{9Mg \cdot 8 \cdot 10}{4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 17} = \frac{20Mg}{51}$$

$$F_2 = \frac{20}{51} Mg$$

3)



$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_{3x} = 0$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$N_2 = \frac{3M}{4} g \cos \alpha_2 = \frac{3M}{4} g \cdot \frac{8}{17}$$

$$F_{3x} = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{3}{4} mg \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{3}{17} - \frac{20}{51} mg \cdot \frac{15}{17} + \frac{26}{51} mg \cdot \frac{1}{5} -$$

$$- \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} = \frac{15}{17 \cdot 14} \cdot mg \cdot \left( 18 - \frac{20}{3} \right) + \frac{4}{5} mg \left( \frac{26}{17} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) = \frac{15 \cdot (34 - 20)}{17 \cdot 14 \cdot 3} mg +$$

$$+ \frac{4}{5} mg \cdot \left( \frac{26 - 51}{14} \right) = \frac{5 \cdot 2 \cdot 17}{14 \cdot 17} mg - \frac{25 \cdot 4}{25 \cdot 14} mg = \left( \frac{10}{14} - \frac{4}{17} \right) mg = \frac{6}{17} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \frac{6}{12} mg$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{26}{85} mg$  2)  $F_2 = \frac{70}{51} mg$  3)  $F_3 = \frac{6}{17} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Гидравлическая головка задачи  $A = S_{123} \cdot p_0 V_0$

$$S_{123} = (12 - 6) \cdot \frac{4 + 10}{2} =$$

$$S_{123} = 48 \quad S_{123} = \frac{L \cdot h}{2} \quad L = L_{13} = 10 - 6 = 4$$

$$h = 12 - 6 = 6$$

$$S_{123} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \Rightarrow A = 12 p_0 V_0$$

$$\Delta V_{12} = \left| \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \right| = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (4 \cdot 12 - 10 \cdot 6) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (48 - 60) = \\ = 12 \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 = 18 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta V_{12}|}{A} = \frac{18 p_0 V_0}{12 p_0 V_0} = \frac{3}{2}$$

2)  $pV = nRT \rightarrow T = \frac{pV}{nR} \rightarrow T$  минимальна, когда  $pV$  макс.

$$\text{В процессе } 1-2: \quad \frac{p}{p_0} = 16 = \frac{V}{V_0}$$

$$\therefore T_{12} = \frac{p_0 \cdot (16 - \frac{V}{V_0}) \cdot \frac{V}{V_0} \cdot V_0}{nR} = \frac{p_0 V_0}{nR} \left( 16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$$

отс  $(16 - \frac{V}{V_0}) \frac{V}{V_0}$  - выражение с минимумом функции:  $\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + \frac{16}{V_0} \frac{V}{V_0}$

$$\rightarrow \text{минимум в вершине} \quad \frac{V_0}{V} = -\frac{p_0}{2 \cdot (-1)} = 8$$

$$\therefore T_{12 \text{ max}} = \frac{p_0 V_0}{nR} \cdot 8 \cdot 8 = \frac{64 p_0 V_0}{nR}$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = \frac{36 p_0 V_0}{nR}$$

$$\frac{T_{12 \text{ max}}}{T_3} = \frac{64}{36} = \left(\frac{8}{6}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Процесс 3-1 циклический,  $C_V = \frac{3}{2} R > 0$  (работает изотермия)

$$\Rightarrow Q_{31} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (10 \cdot 6 - 6 \cdot 6) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot 6 \cdot 4 = 36 p_0 V_0$$

Процесс 1-2:  $dQ = dA + dV$

$$dA = \frac{P}{P_0} \cdot P_0 \cdot dV \quad dV = \frac{3}{2} \frac{3}{2} d(PV) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \left( d\left(\frac{P}{P_0}\right) \frac{V}{V_0} + \frac{P}{P_0} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right)$$

$$dQ = P_0 \cdot V_0 \cdot \frac{P}{P_0} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} P_0 V_0 \cdot \frac{P}{P_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} P_0 V_0 \cdot \frac{V}{V_0} d\left(\frac{P}{P_0}\right) = \\ = \frac{5}{2} P_0 V_0 \frac{P}{P_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} P_0 V_0 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

Найдём участок, на котором работает изотермия, т.е.  $dV > 0$

$$\frac{P_0 V_0}{2} \left( 5 \frac{P}{P_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{P}{P_0}\right) \right) > 0,$$

$$5 \cdot \left( 10 - \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} \cdot \left( - d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right) > 0$$

$$80 - 5 \frac{V}{V_0} \left( 80 - 5 \frac{V}{V_0} - 3 \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$\left( 80 - 8 \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$\cancel{80} - 8 \left( 10 - \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \quad \left| \begin{array}{l} d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \\ \cancel{80} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 10 - \frac{V}{V_0} > 0 \Rightarrow \frac{V}{V_0} < 10 \quad \left( \text{б. max } V_{max} = 10 V_0 \quad f_0 = 6 \right)$$

$$\frac{V_{max}}{V_0} = 10 \Rightarrow Q_{12H} = \underbrace{\frac{10+6}{2} P_0 \cdot 4 V_0}_{A_{12H}} + \underbrace{\frac{3}{2} (6 \cdot 10 - 10 \cdot 6)}_{\Delta V_{12H}} P_0 V_0 =$$

$$= 8 \cdot 4 P_0 V_0 = 32 P_0 V_0$$

аналогично сделаем для процесса 2-3:  $\frac{P}{P_0} = 8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \frac{P}{V_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{P}{P_0}\right) > 0$$

$$5 \cdot \left(8 - \frac{2V}{3V_0}\right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} \cdot \left(-\frac{1}{3} d\left(\frac{V}{V_0}\right)\right) > 0$$

$$\left(40 - \frac{5V}{3V_0} - \frac{3V}{3V_0}\right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \quad d\left(\frac{V}{V_0}\right) < 0 \quad (\text{также сокращается})$$

$$\Rightarrow 40 - \frac{8V}{3V_0} < 0$$

$$5 < \frac{V}{3V_0} \Rightarrow V > 15V_0, \text{ но } V_2 = 12V_0 < 15V_0 \Rightarrow \text{В процессе 2-3 раза}$$

затормаживание

$$I = \frac{A}{Q_{in}} = \frac{A}{Q_{in} + Q_{out}} = \frac{\frac{12P_0V_0}{V_0}}{36P_0V_0 + 32P_0V_0} = \frac{12}{68} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1)  $\frac{3}{2}$  2)  $\frac{16}{9}$  3)  $\frac{3}{17}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказать что из бесконечности к зерну.

При  $x \geq R$   $\psi(x) = \frac{kQ}{x}$  — функция не зависит на внешнее поле

$\Rightarrow \psi$  является потенциалом внешнего поля. ( $k$  - константа в задаче)  
Кроме,  $k = \frac{1}{\sqrt{2}E}$

2) При  $x \in [r; R]$  имеем в каждой точке  $b \in$  разные

$$\Rightarrow \psi(r) = \psi(R) + \underbrace{\frac{kQ}{Ex} - \frac{kQ}{ER}}_{\text{отличие разности}} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{Ex} - \frac{kQ}{ER}$$

$$\Rightarrow \text{при } r = \frac{R}{12} \quad \psi(r) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon \cdot \frac{R}{12}} - \frac{kQ}{ER} = \frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{12}{\varepsilon E} - \frac{1}{\varepsilon} \right) = \\ = \frac{kQ}{R} \left( 1 + \cancel{\frac{12}{\varepsilon E}} - \frac{1}{\varepsilon E} \right) = \frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon E} \right)$$

2)  $\psi_0 = \frac{kQ}{x_0}$

$$\frac{\psi(r)}{\psi_0} = \frac{\frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon E} \right)}{\frac{kQ}{x_0} \cdot \frac{1}{\varepsilon E}} = x_0 \cdot \left( \frac{\varepsilon - 1}{ER} + \frac{1}{\varepsilon E} \right)$$

$$\frac{\psi}{\psi_0} \left( \frac{R}{3} \right) = 6 = x_0 \cdot \left( \frac{\varepsilon - 1}{ER} + \frac{1 \cdot 3}{\varepsilon \cdot R} \right) = x_0 \cdot \left( \frac{\varepsilon - 1 + 3}{ER} \right) = \frac{x_0}{ER} (\varepsilon + 2) \quad \left. \begin{array}{l} 2 \\ \text{из задачи} \end{array} \right.$$

$$\frac{\psi}{\psi_0} \left( \frac{2R}{3} \right) = 5 = x_0 \cdot \left( \frac{\varepsilon - 1}{ER} + \frac{1 \cdot 3}{\varepsilon \cdot 2R} \right) = \frac{x_0}{ER} \left( \varepsilon - 1 + \frac{3}{2} \right) = \frac{x_0}{ER} \left( \varepsilon + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{\varepsilon + 2}{\varepsilon + \frac{1}{2}} \Rightarrow 6\varepsilon + 3 = 5\varepsilon + 10 \Rightarrow \varepsilon = 7$$

Ответ: 1)  $\frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon E} \right)$  2) 7

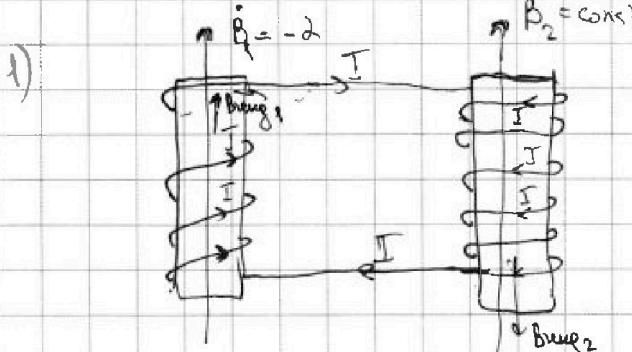
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Phi = B \cdot S \cdot n$$



При изменении внешнего поля в катушках токи меняются  
также ~~противно~~. т.е.  $I \approx 0$   
(сопротивление)

но изменение потока через катушки сохраняется.

$$\frac{d\Phi_{внеш}}{dt} = -2 S \cdot n,$$

$$\frac{d\Phi_{кат}}{dt} = +B_{внеш1} S_{n1} - B_{внеш2} S_{n2} \quad (1) \text{ м.к. во второй катушке } \frac{\text{изменение}}{\text{внеш2}} \text{ противоположно } \frac{\text{внеш1}},$$

$$\Rightarrow -2 S_{n1} = -\left(L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt}\right) \quad \left(\frac{d\Phi_{внеш}}{dt} = -\frac{d\Phi_{кат}}{dt}\right)$$

$$\frac{dI}{dt} (L_2 + L_1) = 2 S_{n1} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{dS_n}{\frac{9L}{4} - 4} = -\frac{dS_n}{\frac{9L-4L}{4}} = -\frac{4dS_n}{5L}$$

$$\boxed{\frac{dI}{dt} = \frac{4dS_n}{5L}}$$

$$2) d\Phi = d\Phi_{внеш} + d\Phi_{кат} \Rightarrow 0 \Rightarrow \Delta\Phi_{внеш} + \Delta\Phi_{кат} = 0$$

$$\Delta\Phi_{внеш} = +\left(\frac{3B_0}{4} - B_0\right) S_{n1} + \left(\frac{8B_0}{3} - 4B_0\right) S_{n2} = -\frac{B_0}{4} S_n - \left(\frac{12-8}{3}\right) B_0 S \frac{3n}{2}$$

$$\Delta\Phi_{кат} = -\frac{B_0}{4} S_n - \frac{4}{3} B_0 S \cdot \frac{3n}{2} = -\frac{B_0 S_n}{4} - 2B_0 S_n = -\frac{9}{4} B_0 S_n$$

$$\Delta\Phi_{кат} = L_1 (I - 0) - \frac{9L}{4} (I - 0) = -\frac{9L}{4} I + IL = -\frac{5L}{4} I$$

$$-\frac{9}{4} B_0 S_n - \frac{5L}{4} I = 0 \Rightarrow I = -\frac{9 B_0 S_n \cdot 4}{5L} = -\frac{9 B_0 S_n}{5L} \Rightarrow I = \frac{9 B_0 S_n}{5L}$$

(на самом деле, как видно из знака '-' при токе, он идет в сторону ~~противоположную~~ указанной на рисунке)

Ответ: 1)  $\frac{4dS_n}{5L}$  2)  $\frac{9B_0 S_n}{5L}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

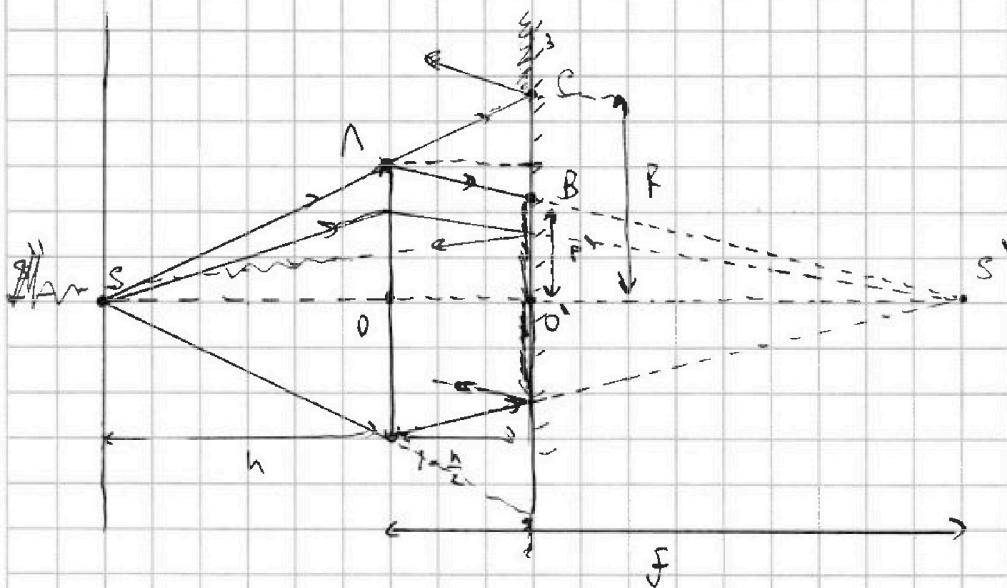
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По формуле телесной штанги:  $\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2h} - \frac{1}{h} = \frac{3}{2h} - \frac{2}{2h} = \frac{1}{2h} \Rightarrow f = 2h$$



1) Поне пренебрежение в линзе света, если бы не было зеркала, сформировал бы в moree S' на расстоянии f от зеркала.

На зеркале эти лучи освещают круг с радиусом r'.

$$\text{из подобия } \triangle S'B' \sim \triangle S'A'O \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{f-L}{f}$$

$$r' = r \cdot \frac{f-L}{f} = r \cdot \frac{2h - \frac{h}{2}}{2h} = r \cdot \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = r \cdot \frac{3}{4}$$

Лучи, идущие между зеркалом и зеркалом, кроме круга с радиусом

$$R; \quad \frac{R}{r} = \frac{h+L}{h} \Rightarrow R = r \cdot \frac{h+L}{h} = r \cdot \frac{h+\frac{h}{2}}{h} = \frac{3}{2}r$$

$$\Rightarrow S_{\text{некр.з.}} = \pi R^2 - \pi r'^2 = \pi \left( \left(\frac{3}{2}r\right)^2 - \left(\frac{3}{4}r\right)^2 \right) = \pi r^2 \left( \frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{27}{16} \approx 27 \pi r^2$$

$$S_{\text{некр.з.}} = \pi \cdot (4 \text{ см})^2 \cdot \frac{27}{16} = 27 \pi \text{ см}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)

Определил длину

системы отвесов

зритель:

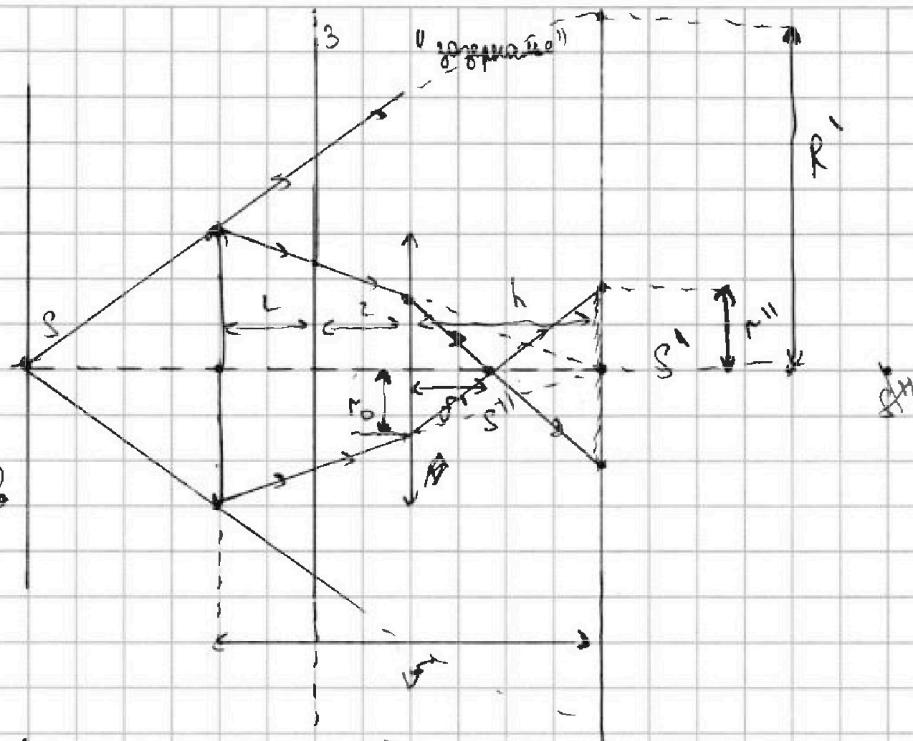
многа линии

будут проходить

через зеркало

это упростит

решение



Последовательность следования линий в линзе:

запишем, что  $f = l + l + h$  из рисунка видно, что  $d = -h$  (записано)

$$\frac{f}{-h} + \frac{f}{f'} = \frac{3}{2h} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{3}{2h} + \frac{1}{h} = \frac{5}{2h} \Rightarrow f' = \frac{2h}{5}$$

~~запишем~~  $\rightarrow$  линии, проходящие через линзу сформируются в месте  $s''$  на расстоянии  $f'$  от линзы.

После этого линза разойдется и создаст линзу в виде кружка на стекле радиусом  $r''$ .

На линзу присоединят линзы света радиусами  $r_0$ .  $\frac{r_0}{r} = \frac{h}{f'} = \frac{1}{2}$

$$r_0 = \frac{r}{2}$$

$$\text{Из передней } \frac{r_0}{r''} = \frac{f'}{h-f'} \Rightarrow r'' = r_0 \cdot \frac{h-f'}{f'} = \frac{r}{2} \cdot \frac{h-\frac{2h}{5}}{\frac{2h}{5}} = \frac{r}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}r$$

Линзы, изображенные на рисунке, скажут светом всю стену, кроме кружка с радиусом  $R'$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уг. подобие  $\frac{R'}{r} = \frac{2(h+l)}{h} = 2\left(1 + \frac{l}{h}\right) = 2\left(1 + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{9}{4}}\right) = 3$

$$R' = 3r$$

$$\Rightarrow S_{\text{кругл.}} = \pi R'^2 - \pi r^2 = \pi \left(9r^2 - \left(\frac{3}{4}r^2\right)^2\right) = \pi r^2 \left(9 - \frac{9}{16}\right) = \frac{15}{16}\pi r^2$$

$$S_{\text{кругл.}} = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi \cdot 16 \text{ см}^2 = 135\pi \text{ см}^2.$$

Объем: 1)  $27\pi$  ( $\text{см}^3$ ) 2)  $135\pi$  ( $\text{см}^3$ )



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} F_{mp3x} &= \frac{26 \cdot 4}{25 \cdot 14} mg - \frac{12}{25} mg + \frac{15}{14^2} mg \cdot \left( 18 - \frac{20}{3} \right) = \\ &= \frac{104 - 204}{25 \cdot 14} mg + \frac{15}{14^2} mg \left( \frac{54 - 20}{3} \right) = mg \cdot \left( \frac{-100}{25 \cdot 14} + \frac{15}{14^2} \cdot \frac{34}{3} \right) = \\ &= mg \left( \frac{32}{14} - \frac{10}{14} \right) = \frac{6}{14} mg \end{aligned}$$

Ответ:  $F_1 = \frac{26}{85} mg$ ,  $F_2 = \frac{20}{54} mg$ ,  $F_3 = \frac{6}{14} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I_x + I_y + I_z = 2I_{\text{паралл}} - 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{50}{44} m \cdot \frac{4}{5} = \frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{5}{4}$$

$$3I_x = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$I_x = \frac{2}{3} \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{6m}{13} = \frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{5} \cdot 8 \cdot \frac{5}{17} =$$

$$L \frac{dI}{dt} = E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$25 \cdot 4 = 80 + 24 = 104$$

$$\frac{12}{17}$$

$$6 \cdot \frac{10+4}{2} - 6 \cdot \frac{6+4}{2} = 3 \cdot (14 - 10) = 12$$

$$\frac{12}{24}$$

$$\frac{1}{-x} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$E_g = \frac{E}{\epsilon}$$

$$\cancel{\frac{1}{x}} = \cancel{\frac{1}{f}}, \frac{1}{f} + \frac{1}{F} + \frac{1}{X} =$$

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r}$$

$$\varphi(x) = \varphi(r) + \frac{kQ}{rx} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{rx} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right) +$$

$$\varphi(R) = \frac{kQ}{R}$$

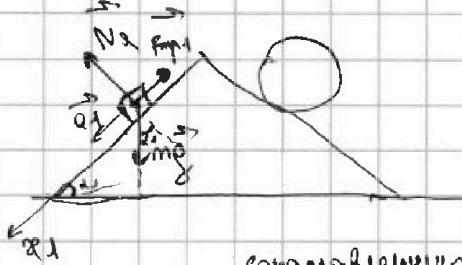
$$\frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{5}{4} - \frac{4m}{17} = \frac{10}{17} \cdot \frac{m}{9} \cdot \frac{4m}{11} = \frac{6}{18} m^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                                     |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                        | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

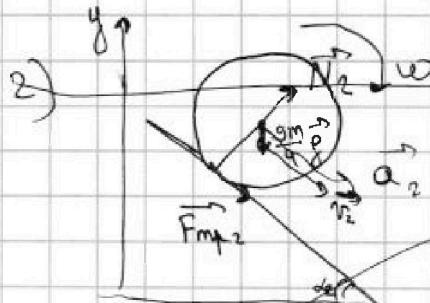


1) Равномерное движение бруска в  
CO кинематика  $\Rightarrow$  это ИСД.

Природа № 2 з.к. в проекции на ось,  
согласованную со спиральной линией  $x_2$ :

$$m a_2 = m g \sin \alpha_2 - F_{mp2} \Rightarrow F_{mp2} = m (g \sin \alpha_2 - a_2)$$

$$F_{mp2} = m \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{50}{47} \right) = m g \cdot \left( \frac{51 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 47} \right) = \frac{26}{85} m g$$



Шар катится без проскальзывания

$$\Rightarrow A_{mp} = 0 \quad \text{и} \quad N_2 \perp T_2 \Rightarrow A_{N_2} = 0$$

(скорость шара)

$\Rightarrow$  равнокинематическое ЗСЭ:

$$\frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} = \text{const} \quad \frac{d}{dt} \frac{d}{dt} \frac{9m}{4} g y_2 + \Pi + K = \text{const}$$

$$\frac{9mg}{4} \cdot T_2 y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{2v_2 \cdot a_2}{2} = 0 \quad \Pi - \text{поменявшаяся энергия шара}$$

$$\Pi = \frac{9mg}{4} y_2$$

$$K - \text{кин. энергия. По теории Канона: } K = \frac{9m}{4} \frac{v_2^2}{2} + K' \quad \text{энергия в системе} \\ \text{шар + шар}$$

Проскальзывание нет  $\Rightarrow T_2 = 10R$

шар + шар

$$K' = \frac{I_{cp} \cdot \omega^2}{2} \quad I_{cp} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2 \quad (\text{массой шарахи можно шар + шар})$$

$$K' = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} \cdot R^2 \cdot \omega^2 = \frac{9m}{12} v_2^2 = \frac{3}{4} m T_2^2$$

$$E = \frac{9mg}{4} y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} + \frac{3}{4} m T_2^2 = \frac{9m}{4} \left( gy_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{T_2^2}{3} \right) = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ —

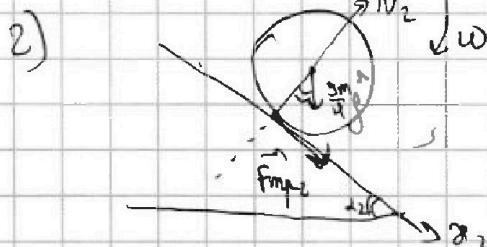
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\dot{E} = \frac{3m}{4} \left( g \cdot \dot{V}_{2y} + \frac{5}{6} \cdot 2 \dot{V}_2 \alpha_2 \right)$$

$$\frac{5}{3} \dot{V}_2 \alpha_2 = -g \dot{V}_{2y} \quad \dot{V}_{2y} = -\dot{V}_2 \sin \alpha_2$$

$$\frac{5}{3} \dot{V}_2 \alpha_2 = -g \cdot (-\dot{V}_2 \sin \alpha_2) = \dot{V}_2 g \sin \alpha_2$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{5} g \sin \alpha_2$$



Шар скользит повернувшись по З. С.,

поскольку  $\dot{F}_{mfp_2}$  направлена вниз (с. рис.)

Мыло движется п. Р по З. Н.:

$$\frac{3m}{4} \alpha_2 = \frac{3m}{4} g \sin \alpha_2 + F_{mfp_2 x}$$

$$F_{mfp_2} = \frac{3m}{4} (\alpha_2 - g \sin \alpha_2) = \frac{3m}{4} \left( \frac{8}{27} - g \cdot \frac{8}{17} \right) = \frac{3m}{4} g \left( \frac{8 \cdot 17 - 8 \cdot 27}{17 \cdot 27} \right) =$$

$$= \frac{mg}{17 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 8 \cdot (-1) = -\frac{20mg}{51} \Rightarrow \text{сила трения } F_{mfp_2} \text{ направлена вверх}$$

$$F_{mfp_2} = \frac{20}{51} mg$$

3) Три силы действующие на него со стороны бруска и шара:

$$Ox: -F_{mfp_1} \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 +$$

$$+ F_{mfp_2} \cos \alpha_2 + F_{mfp_3 x} = 0$$

$$F_{mfp_3 x} = F_{mfp_1} \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{mfp_2} \cos \alpha_2$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 \quad N_2 = \frac{3m}{4} g \cos \alpha_2$$

$$F_{mfp_3 x} = \frac{26}{5 \cdot 17} mg \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3m}{4} g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{3 \cdot 17} mg \cdot \frac{15}{17}$$