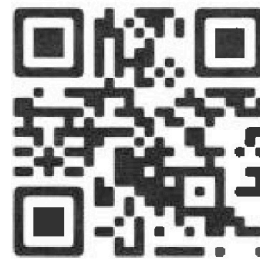




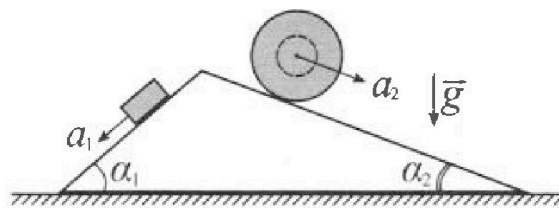
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

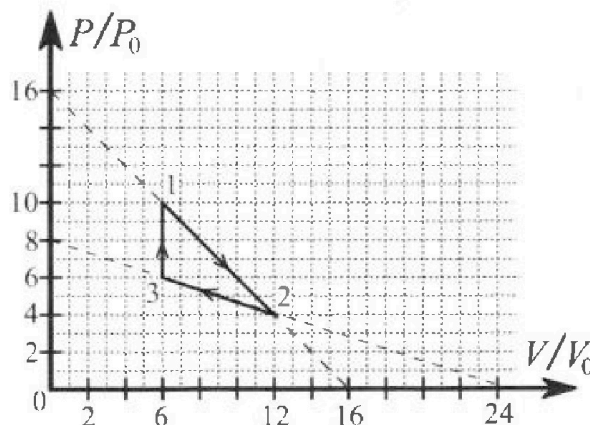
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

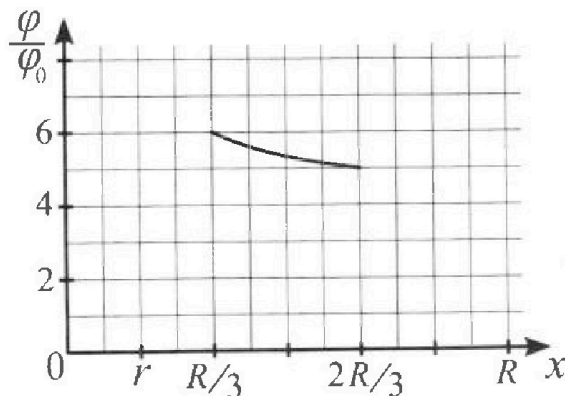
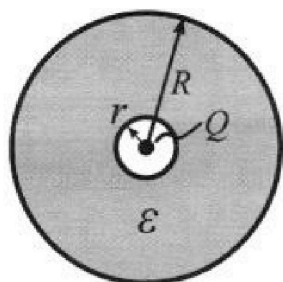


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



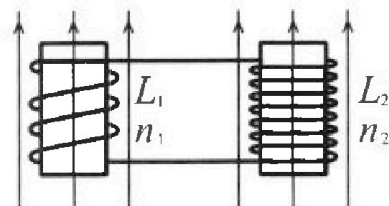
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

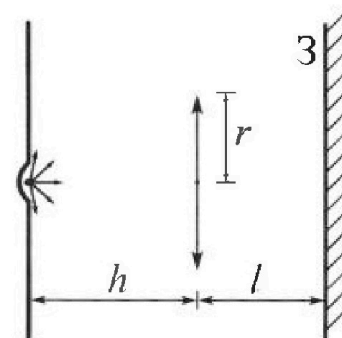


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде yl , где y - целое число или простая обыкновенная дробь.

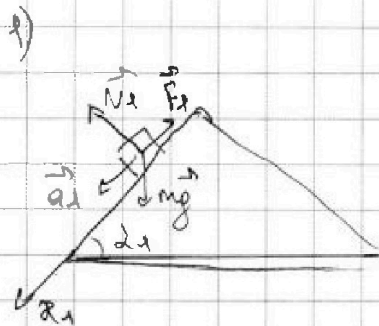


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) CO клина введем иерархичной,

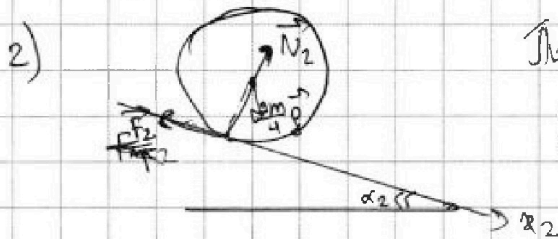
начавши от плоскости

Тогда из 2 з.к. в проекции на Ox_1 :

$$m a_1 = m g \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m (g \sin \alpha_1 - a_1) = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{17} \right) = m g \left(\frac{3 \cdot 17 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17} \right) = m g \cdot \frac{51 - 25}{85}$$

$$F_1 = \frac{26}{85} m g$$



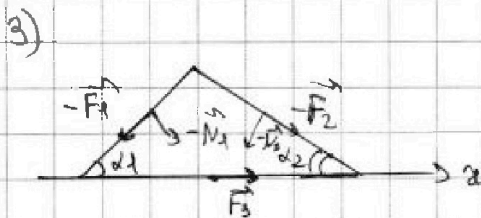
2) По теореме о движении центра масс для шара: (в проекции на Ox_2)

$$\frac{9M}{4} a_2 = \frac{9M}{4} g \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = \frac{9m}{4} (g \sin \alpha_2 - a_2) = \frac{9m}{4} g \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{27} \right) = \frac{9m}{4} g \left(\frac{8(27-17)}{27 \cdot 17} \right) =$$

$$= \frac{9m g \cdot 8 \cdot 10}{4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 17} = \frac{20 m g}{51}$$

$$F_2 = \frac{20}{51} m g$$



3) 2 з.к. для клина в проекции на Ox :

$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$N_1 = m g \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} m g$$

$$N_2 = \frac{9m}{4} g \cdot \cos \alpha_2 = \frac{9m}{4} g \cdot \frac{15}{17}$$

$$F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{9}{4} m g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{5 \cdot 17} m g \cdot \frac{15}{17} + \frac{26}{5 \cdot 17} m g \cdot \frac{4}{5} -$$

$$- \frac{4}{5} m g \cdot \frac{3}{5} = \frac{15}{17 \cdot 17} m g \cdot \left(18 - \frac{20}{3} \right) + \frac{4}{5 \cdot 5} m g \left(\frac{26}{17} - \frac{8}{5} \right) = \frac{15 \cdot (54 - 20)}{17 \cdot 17 \cdot 3} m g +$$

$$+ \frac{4}{5 \cdot 5} m g \cdot \left(\frac{26 - 51}{17} \right) = \frac{5 \cdot 2 \cdot 17}{17 \cdot 17} m g - \frac{25 \cdot 4}{25 \cdot 17} m g = \left(\frac{10}{17} - \frac{4}{17} \right) m g = \frac{6}{17} m g$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \frac{6}{17} \text{ мг}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{26}{85} \text{ мг}$ 2) $F_2 = \frac{20}{51} \text{ мг}$ 3) $F_3 = \frac{6}{17} \text{ мг}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Работа газа за цикл $A = S_{123} \cdot p_0 V_0$

$$S_{123} = (12-6) \cdot \frac{4+10}{2}$$

$$S_{123} = \frac{L \cdot h}{2} \quad L = l_{13} = 10-6 = 4$$

$$h = 12-6 = 6$$

$$S_{123} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \Rightarrow A = 12 p_0 V_0$$

$$|\Delta U_{12}| = \left| \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \right| = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (4 \cdot 12 - 10 \cdot 6) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (48 - 60) =$$

$$= 12 \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 = 18 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{18 p_0 V_0}{12 p_0 V_0} = \frac{3}{2}$$

2) $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow T$ максимально, когда pV макс.

В процессе 1-2: $\frac{p}{p_0} = 16 = \frac{V}{V_0}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p \cdot (16 - \frac{V}{V_0}) \cdot \frac{V}{V_0} \cdot V_0}{\nu R} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \left(16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$$

или $\left(16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$ — парабола с вершиной вверху: $\frac{1}{V_0} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + 16 \frac{V}{V_0}$

\Rightarrow максимум в вершине $\frac{V_8}{V_0} = \frac{-16}{2 \cdot (-1)} = 8$

$$\Rightarrow T_{2 \text{ макс}} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \cdot 8 \cdot 8 = \frac{64 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{36 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_{2 \text{ макс}}}{T_3} = \frac{64}{36} = \left(\frac{8}{9} \right)^2 = \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Процесс 3-1 изохорный, $C_V = \frac{3}{2}R > 0$ (работает нагреватель)

$$\Rightarrow Q_{31} = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (10 \cdot 6 - 6 \cdot 6) = \frac{3 p_0 V_0}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 36 p_0 V_0$$

Процесс 1-2: $dQ = dA + dU$

$$dA = \frac{p}{\rho} \cdot p_0 \cdot dV \quad dU = \frac{3}{2} d(pV) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \left(d\left(\frac{p}{p_0}\right) \frac{V}{V_0} + \frac{p}{p_0} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right)$$

$$dQ = p_0 \cdot V_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{p}{p_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{p_0}\right) =$$

$$= \frac{5}{2} p_0 V_0 \frac{p}{p_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

Найдём участок, на котором работает нагреватель, т.е. $dQ > 0$

$$\frac{p_0 V_0}{2} \left(5 \frac{p}{p_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{p_0}\right) \right) > 0$$

$$5 \cdot \left(p_0 - \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} \cdot \left(-d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right) > 0$$

$$80 - 8 \frac{V}{V_0} \left(80 - 5 \frac{V}{V_0} - 3 \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$(80 - 8 \frac{V}{V_0}) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$10 - \frac{V}{V_0} > 0 \quad \left(d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \right)$$

$$\Rightarrow 10 - \frac{V}{V_0} > 0 \Rightarrow \frac{V}{V_0} < 10 \quad (\text{в конце } V_{\text{конец}} = 10 V_0 \quad p = 6)$$

$$\frac{V_{\text{конец}}}{V_0} = 10 \Rightarrow Q_{12} = \underbrace{\frac{10+6}{2} p_0 \cdot 4 V_0}_{A_{12}} + \underbrace{\frac{3}{2} (6 \cdot 10 - 10 \cdot 6)}_{\Delta U_{12}} p_0 V_0 =$$

$$= 8 \cdot 4 p_0 V_0 = 32 p_0 V_0$$

Аналогично сделаем для процесса 2-3: $\frac{p}{p_0} = 8 - \frac{p}{3 V_0}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \frac{P}{\rho S} d\left(\frac{V}{l_0}\right) + 3 \frac{V}{l_0} d\left(\frac{P}{R}\right) > 0$$

$$5 \cdot \left(8 - \frac{3V}{3l_0}\right) d\left(\frac{V}{l_0}\right) + 3 \frac{V}{l_0} \cdot \left(-\frac{1}{3} d\left(\frac{V}{l_0}\right)\right) > 0$$

$$\left(40 - \frac{5V}{3l_0} - \frac{3V}{3l_0}\right) d\left(\frac{V}{l_0}\right) > 0 \quad d\left(\frac{V}{l_0}\right) < 0 \text{ (ваз смещается)}$$

$$\Rightarrow 40 - \frac{8V}{3l_0} < 0$$

$$5 < \frac{V}{3l_0} \Rightarrow V > 15l_0, \text{ но } V_2 = 12l_0 < 15l_0 \Rightarrow \text{в процессе 2-3 шагов (используем)}$$

Задачу решаем

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{эл}}} = \frac{A}{Q_{\text{эл1}} + Q_{\text{эл2}}} = \frac{12 \rho l_0 V_0}{36 \rho l_0 V_0 + 32 \rho l_0 V_0} = \frac{12}{68} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1) $\frac{3}{2}$ 2) $\frac{16}{9}$ 3) $\frac{3}{17}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пускаем ионы из бесконечности к заряду.

При $x \geq R$ $\varphi(x) = \frac{kQ}{x}$ - заряды не выйдут на внешнее поле

$\Rightarrow \varphi$ эквивалент потенциалу точечного заряда. (k - константа в законе Кулона, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$)

1) При $x \in [r; R]$ поле в каждой точке $\epsilon \in \text{раз}$ разные

$$\Rightarrow \varphi(x) = \varphi(R) + \underbrace{\frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R}}_{\Delta \varphi \text{ поле разное}} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R}$$

$$\Rightarrow \text{при } x = \frac{11}{12}R \quad \varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon \cdot \frac{11}{12}R} - \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{12}{11\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{12}{11\epsilon} - \frac{11}{11\epsilon} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\epsilon} \right)$$

$$2) \varphi_0 = \frac{kQ}{x_0}$$

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi_0} = \frac{kQ \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\epsilon x} - \frac{1}{\epsilon R} \right)}{kQ \cdot \frac{1}{x_0}} = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon x} \right)$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{R}{3} \right) = 6 = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon \cdot R} \right) = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1 + 1}{\epsilon R} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} (\epsilon + 2) \quad \left. \vphantom{\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{R}{3} \right)} \right\} \text{часть дроби}$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{2R}{3} \right) = 5 = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon \cdot 2R} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} \left(\epsilon - 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} \left(\epsilon + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon + \frac{1}{2}} \Rightarrow 6\epsilon + 3 = 5\epsilon + 10 \Rightarrow \epsilon = 7$$

Ответ: 1) $\frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\epsilon} \right)$ 2) 7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

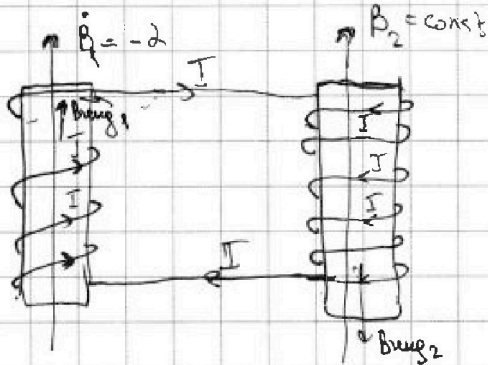
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Phi = B \cdot S \cdot n$$

1)



При изменении внешнего поля катушки будут менять ток. Т.е. $\uparrow \approx 0$ (сопротивление)

но суммарный ток через катушки сохраняется.

$$d\Phi_{\text{внеш}} = -dS \cdot n_1$$

$$d\Phi_{\text{катуш}} = +B_{1\text{ext}} \cdot S n_1 - B_{2\text{ext}} \cdot S n_2 \quad \left(\begin{array}{l} \text{м.к. во второй катушке} \\ \text{направлен} \\ \text{внеш} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow -dS n_1 = -\left(L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} \right) \quad \left(\begin{array}{l} \text{внеш} \\ \text{противоположно} \\ \text{внеш} \end{array} \right) \quad \left(\frac{d\Phi_{\text{внеш}}}{dt} = -\frac{d\Phi_{\text{катуш}}}{dt} \right)$$

$$\frac{dI}{dt} (-L_2 + L_1) = dS n_1 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{dS n_1}{\frac{9L_1 - L_2}{4}} = -\frac{dS n_1}{\frac{9L_1 - L_2}{4}} = -\frac{4 dS n_1}{5L_1}$$

$$\boxed{\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{4 dS n_1}{5L_1}}$$

$$2) \quad d\Phi = d\Phi_{\text{внеш}} + d\Phi_{\text{катуш}} \Rightarrow 0 \Rightarrow \Delta\Phi_{\text{внеш}} + \Delta\Phi_{\text{катуш}} = 0$$

$$\Delta\Phi_{\text{внеш}} = +\left(\frac{3B_0}{4} - B_0\right) S n_1 + \left(\frac{8B_0}{3} - 4B_0\right) S n_2 = -\frac{B_0}{4} S n_1 - \left(\frac{12-8}{3}\right) B_0 S \frac{3n_1}{2}$$

$$\Delta\Phi_{\text{внеш}} = -\frac{B_0}{4} S n_1 - \frac{4}{3} B_0 S \cdot \frac{3n_1}{2} = -\frac{B_0 S n_1}{4} - 2B_0 S n_1 = -\frac{9}{4} B_0 S n_1$$

$$\Delta\Phi_{\text{катуш}} = L_1(I-0) - \frac{9L_1}{4}(I-0) = -\frac{9L_1}{4} I + L_1 I = -\frac{5L_1}{4} I$$

$$-\frac{9}{4} B_0 S n_1 - \frac{5L_1}{4} I = 0 \Rightarrow I = -\frac{\frac{9}{4} B_0 S n_1 \cdot 4}{5L_1} = -\frac{9 B_0 S n_1}{5L_1} \Rightarrow |I| = \frac{9 B_0 S n_1}{5L_1}$$

(на самом деле, как видно из знака '-' при токе, он течёт в сторону, противоположную указанной на рисунке)

Ответ: 1) $\frac{4 dS n_1}{5L_1}$ 2) $\frac{9 B_0 S n_1}{5L_1}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

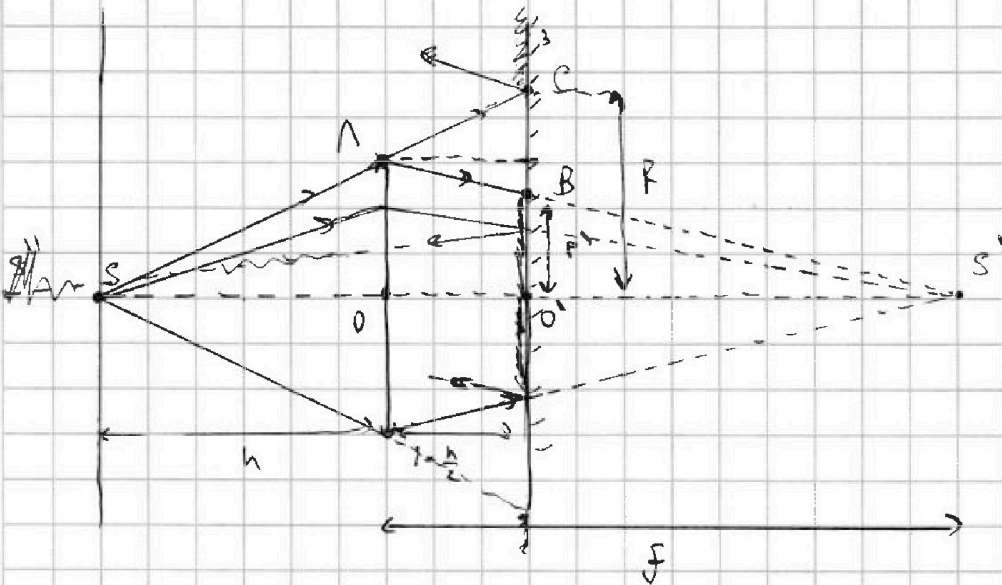
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По формуле тонкой линзы: $\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2h/3} - \frac{1}{h} = \frac{3}{2h} - \frac{2}{2h} = \frac{1}{2h} \Rightarrow F = 2h$$



1) После преломления в линзе свет, если бы не было зеркала, сошелся бы в точке S' на расстоянии F от зеркала.

На зеркале этому свету светит круг с радиусом r' .

из подобия $\triangle S'BO' \sim \triangle S'O\Delta \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{F-L}{F}$

$$r' = r \cdot \frac{F-L}{F} = r \cdot \frac{2h - \frac{h}{2}}{2h} = r \cdot \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = r \cdot \frac{3}{4}$$

Линзы, прошедшие через линзу светит всё зеркало, круг с радиусом

$$R; \quad \frac{R}{r} = \frac{h+L}{h} \Rightarrow R = r \cdot \frac{h+L}{h} = r \cdot \frac{h+\frac{h}{2}}{h} = \frac{3}{2}r$$

$$\Rightarrow S_{\text{зеркал.з.}} = \pi R^2 - \pi r'^2 = \pi \left(\left(\frac{3}{2}r \right)^2 - \left(\frac{3}{4}r \right)^2 \right) = \pi r^2 \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{27}{16}$$

$$S_{\text{зеркал.з.}} = \pi \cdot (4 \text{ см})^2 \cdot \frac{27}{16} = 27\pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

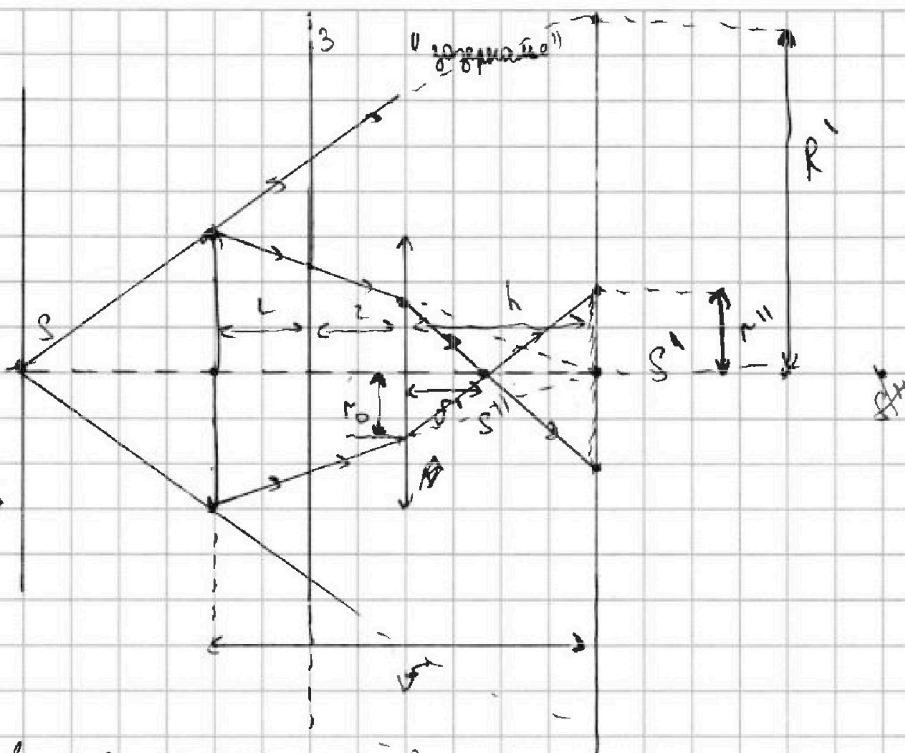
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)

Отрезок линзы
системы объектива
зеркала:
тогда лучи
будут проходить
прямой через зеркало,
это упростит
решение



После этого второе изображение лучей в линзе:

заметьте, что $f = L + L + h \Rightarrow$ из рисунка видно, что $d = -h$ (минус из-за расстояния)

$$\frac{1}{-h} + \frac{1}{f} = \frac{3}{2h} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{3}{2h} + \frac{1}{h} = \frac{5}{2h} \Rightarrow f' = \frac{2h}{5}$$

\Rightarrow лучи, прошедшие через линзу, соберутся в точке S' на расстоянии f' от линзы.

После этого лучи разойдутся и создаст пятно в виде круга на стене радиусом r'' .

На линзу падает параллельный пучок света радиусом r_0 . $\frac{r_0}{r} = \frac{h}{f} = \frac{1}{2}$

$$r_0 = \frac{f}{2}$$

$$\text{Из подобия } \frac{r_0}{r''} = \frac{f'}{h-f'} \Rightarrow r'' = r_0 \cdot \frac{h-f'}{f'} = \frac{f}{2} \cdot \frac{h-\frac{2h}{5}}{\frac{2h}{5}} = \frac{f}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}f$$

лучи, идущие мимо линзы, будут осветить всю стену, кроме круга с радиусом R'



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из подобия ~~2~~ $\frac{R'}{r} = \frac{2(h+l)}{h} = 2\left(1 + \frac{h}{h}\right) = 2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3$

$$R' = 3r$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{\text{крас. см.}} &= \pi R'^2 - \pi r^2 = \pi \left(9r^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 r^2\right) = \pi r^2 \left(9 - \frac{9}{16}\right) = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2 \\ &= 9 \pi r^2 \left(1 - \frac{1}{16}\right) = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2 \end{aligned}$$

$$S_{\text{крас. см.}} = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi \cdot 16 \text{ см}^2 = 135 \pi \text{ см}^2$$

Ответ: 1) 27π (см²) 2) 135π (см²)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{\text{рез}} = \frac{26 \cdot 4}{25 \cdot 17} mg - \frac{12}{25} mg + \frac{15}{17^2} mg \cdot \left(18 - \frac{20}{3} \right) =$$

$$= \frac{104 - 204}{25 \cdot 17} mg + \frac{15}{17^2} mg \left(\frac{54 - 20}{3} \right) = mg \cdot \left(\frac{-100}{25 \cdot 17} + \frac{15}{17^2} \cdot \frac{34}{3} \right) =$$

$$= mg \left(\frac{12}{17} - \frac{4}{17} \right) = \frac{6}{17} mg$$

Ответ: $F_1 = \frac{26}{85} mg$, $F_2 = \frac{20}{51} mg$, $F_3 = \frac{6}{17} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I_x + I_y + I_z = 2I_{\text{шар}} = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{5g}{17} m \cdot \frac{4}{5} = \frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{15}{4}$$

$$3I_x = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$I_x = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{4mg}{17} = \frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{15}{17}$$

$$\frac{g}{5} \cdot g \cdot \frac{8}{17} =$$

$$L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E} \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt}$$

$$2G \cdot 4 = 80 + 24 = 104$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \times 17 \\ \hline 84 \\ \hline 12 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$G \cdot \frac{10+4}{2} - G \cdot \frac{6+4}{2} = 3 \cdot (14 - 10) = 12$$

$$\frac{1}{-x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{F} + \frac{1}{y} =$$

$$E_g = \frac{E}{\epsilon}$$

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r}$$

$$\varphi(x) = \varphi(r) + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) +$$

$$\varphi(R) = \frac{kQ}{R}$$

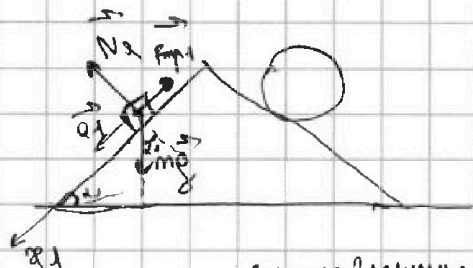
$$\frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{15}{17} - \frac{4mg}{17} = \frac{10}{17} mg - \frac{4mg}{17} = \frac{6}{17} mg$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Рассчитайте значение силы F_{mp1}

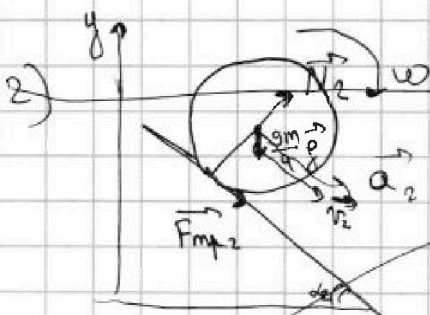
со знака. Он равен \Rightarrow это ИСО.

Тогда по 2 з.к. в проекции на ось,

согласованную со скоростью знака x_1 .

$$ma_1 = mg \sin \alpha - F_{mp1} \Rightarrow F_{mp1} = m(g \sin \alpha - a_1)$$

$$F_{mp1} = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{17} \right) = mg \cdot \left(\frac{51 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17} \right) = \frac{26}{85} mg$$



Шар катится без проскальзывания

$$\Rightarrow A_{mp} = 0$$

$$N_2 \perp v_2 \Rightarrow A_{N_2} = 0$$

(скорость шара)

\Rightarrow сохраняется ЗЭЭ:

$$\frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} = \text{const} \quad \left| \frac{d}{dt} \right. \quad \frac{9m}{4} g y_2 \quad \Pi + K = \text{const}$$

$$\frac{9mg}{4} \cdot v_{y2} + \frac{9m}{4} \cdot \frac{2v_2 \cdot a_2}{2} = 0 \quad \Pi - \text{потенциальная энергия шара}$$

$$g v_{y2} + v_2 a_2 = 0 \quad \Pi = \frac{9mg}{4} y_2$$

K - кин. энергия. По теореме Кёнига: $K = \frac{9m}{4} \frac{v_2^2}{2} + K'$ ← энергия в системе центра масс

Проскальзывания нет $\Rightarrow v_2 = \omega R$ ← радиус шара

$$K' = \frac{I_{\text{ш}} \cdot \omega^2}{2} \quad I_{\text{ш}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2 \quad (\text{момент инерции сплошного шара относительно центра})$$

$$K' = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2 \cdot \omega^2 = \frac{9m}{12} v_2^2 = \frac{3}{4} m v_2^2$$

$$E = \frac{9mg}{4} y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} + \frac{3}{4} m v_2^2 = \frac{9m}{4} \left(g y_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{v_2^2}{2} \right) = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

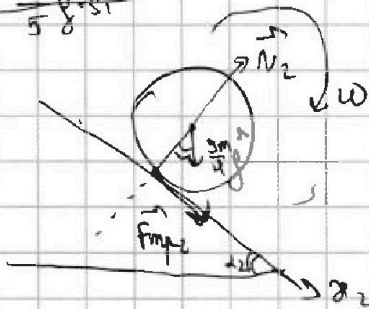
$$\dot{E} = 0 = \frac{9m}{4} \left(g \cdot \sqrt{2} a_2 + \frac{5}{6} \cdot 2\sqrt{2} a_2 \right)$$

$$\frac{5}{3} \sqrt{2} a_2 = -g \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} a_2 = -g \sqrt{2} \sin \alpha_2$$

$$\frac{5}{3} \sqrt{2} a_2 = -g \cdot (-\sqrt{2} \sin \alpha_2) = \sqrt{2} g \sin \alpha_2$$

$$a_2 = \frac{3}{5} g \cdot \sin \alpha_2$$

2)



~~Шар определенно повернется по 2.с., поэтому \vec{F}_{mp2} направлена вверх (см. рис.)~~

Можно аналогично п. 8 по 2 з. 1:

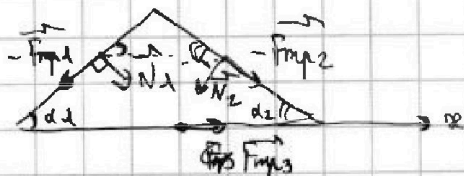
$$\frac{9m}{4} a_2 = \frac{9m}{4} g \cdot \sin \alpha_2 + F_{mp2x}$$

$$F_{mp2x} = \frac{9m}{4} (a_2 - g \sin \alpha_2) = \frac{9m}{4} \left(\frac{8g}{27} - g \cdot \frac{8}{27} \right) = \frac{9m}{4} g \left(\frac{8 \cdot 17 - 8 \cdot 27}{27 \cdot 27} \right) =$$

$$= \frac{mg}{17 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 8 \cdot (-10) = -\frac{20mg}{51} \Rightarrow \text{сила трения } \vec{F}_{mp2} \text{ направлена вниз}$$

$$F_{mp2} = \frac{20}{51} mg$$

3) Рассчитаем силы, действующие на клин со стороны Земли и шара:



$$Ox: -F_{mp1} \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_{mp2} \cos \alpha_2 + F_{mp3x} = 0$$

$$F_{mp3x} = F_{mp1} \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{mp2} \cos \alpha_2$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 \quad N_2 = \frac{9m}{4} g \cos \alpha_2$$

$$F_{mp3x} = \frac{26}{5 \cdot 17} mg \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{9m}{4} g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{3 \cdot 17} mg \cdot \frac{15}{17}$$