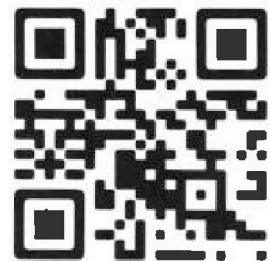




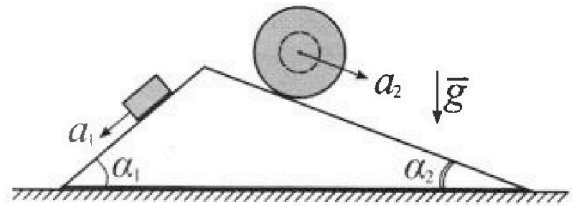
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

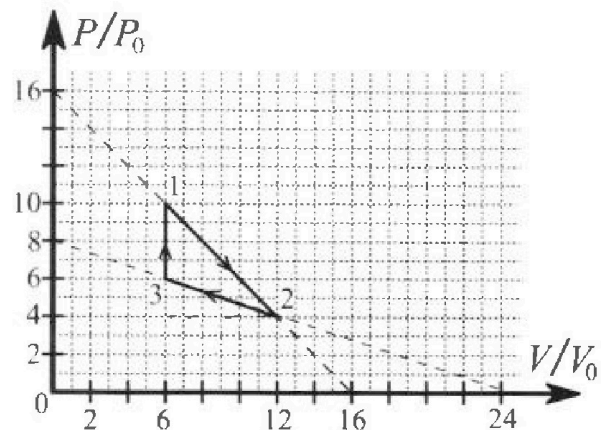


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

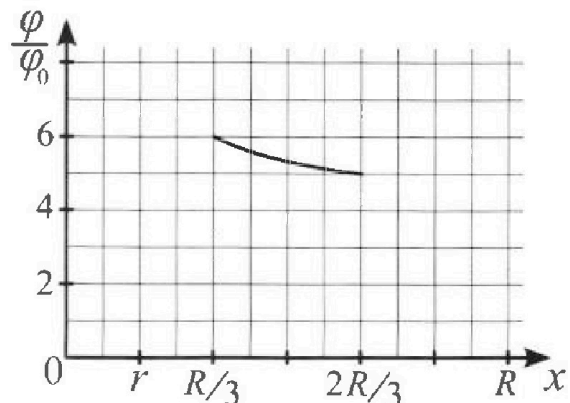
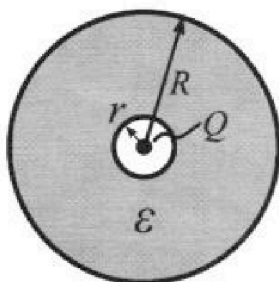
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



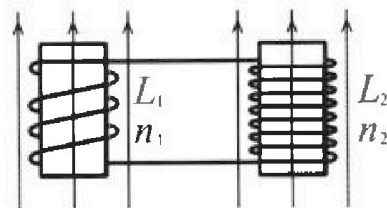
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

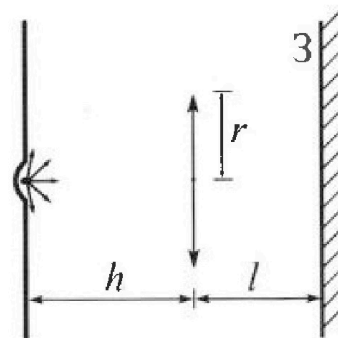


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушке с индуктивностью L_1 , если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в см^2 в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

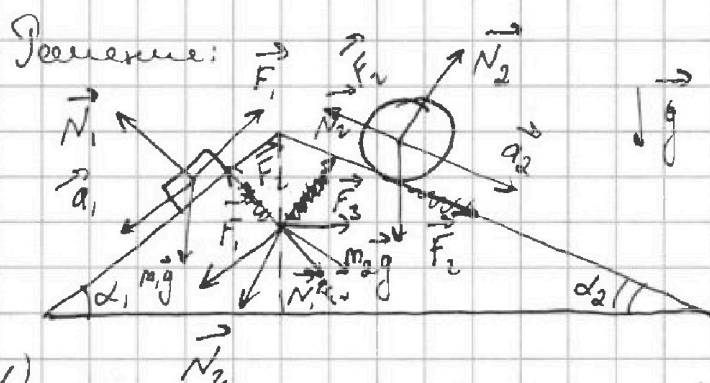
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Дано:
 $a_1 = \frac{5g}{17}$; m ;
 $a_2 = \frac{26g}{85}$;

$\sin \alpha_1$; $\cos \alpha_1$
 $\sin \alpha_2$; $\cos \alpha_2$

- 1) F_1 - ?
 2) F_2 - ?
 3) F_3 - ?



1) II-й закон Ньютона для бруска:
 $\vec{F}_1 + \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} = \vec{a}_1 m_1$

Нарисуем отдельно брусок, покажем силы и введем ось координат.
 Спроектируем силы на ось.

Ox: $mg \sin \alpha_1 - F_1 = a_1 m$

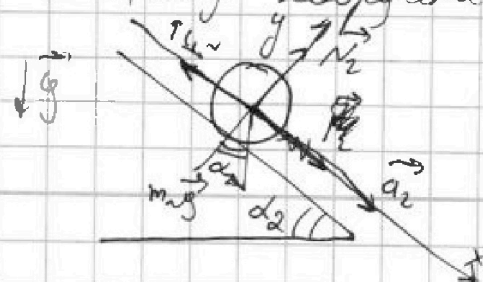
Oy: $N_1 - mg \cos \alpha_1 = 0 \Rightarrow N_1 = mg \cos \alpha_1$; $N_1 = \frac{4mg}{5}$

Из уравнения на Ox получаем $F_1 = mg \sin \alpha_1 - a_1 m$
 $F_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - \frac{5mg}{17} = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{17} \right) = \frac{26mg}{85}$

2) II-й закон Ньютона для шара: $m_2 = \frac{9m}{4}$ - масса шара

$m_2 \vec{g} + \vec{F}_2 + \vec{N}_2 = \vec{a}_2 m_2$

Нарисуем отдельно шар, покажем силы и введем систему координат для шара:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

72 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Спроецируем силы на введенные оси координат

$$Ox: -F_2 + m_2 g \sin \alpha_2 = a_2 m_2$$

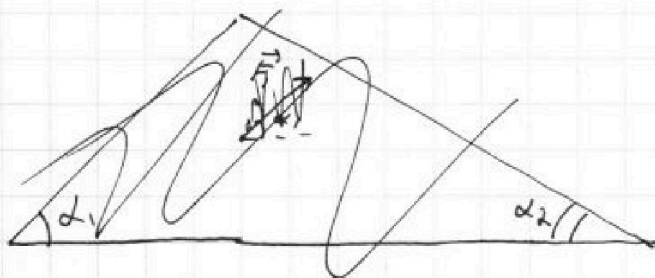
$$Oy: m_2 g \cos \alpha_2 = N_2 \Rightarrow N_2 = \frac{9mg}{40} \cdot \frac{15}{17}$$

а) упрощение на Ox равно нулю: $F_2 = a_2 m_2 - m_2 g \sin \alpha_2$

$$F_2 = \frac{289}{27} \cdot \frac{9m}{4} - \frac{9m}{40} \cdot \frac{22}{17} = \frac{2}{3} mg - \frac{18mg}{170}$$

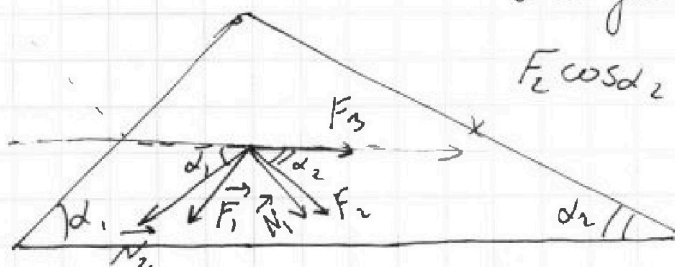
$$F_2 = m_2 g \sin \alpha_2 - a_2 m_2; F_2 = \frac{9mg}{40} \cdot \frac{8}{17} - \frac{84}{27} \cdot \frac{9m}{4} = \frac{20}{51} mg$$

Нарисуем отдельный клин и покажем все силы, действующие на него:



2-й закон Ньютона по осей x:

$$F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2$$



$$\Rightarrow F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1$$

$$F_3 = \frac{26mg}{85} \cdot \frac{4}{5} + \frac{9mg}{40} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{4}{5} - \frac{20mg}{51} \cdot \frac{15}{17} - \frac{4mg}{5}$$

$$\Rightarrow F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{6mg}{170}$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{26mg}{85}; F_2 = \frac{20}{51} mg; F_3 = \frac{6mg}{170}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 1) Найти работу приращение внутренней энергии газа в процессе 1-2. Даны в начале 1: $p_1 = 10 p_0$; $V_1 = 6 V_0$

В конце 2: $p_2 = 4 p_0$; $V_2 = 12 V_0$

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1, \quad p_2 V_2 = \nu R T_2, \quad \Rightarrow \Delta Q_{12} = \left| \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \right| = \left| \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 \right| = \\ &= \left| \frac{3}{2} \cdot 4 p_0 \cdot 12 V_0 - \frac{3}{2} \cdot 10 p_0 \cdot 6 V_0 \right| = |72 p_0 V_0 - 90 p_0 V_0| = 18 p_0 V_0 \end{aligned}$$

Зададим уравнение прямой для процесса 1-2:

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= -\frac{V}{V_0} + 16 \Rightarrow p = 16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \\ \Rightarrow A_{12} &= \int_{6V_0}^{12V_0} \left(16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right) dV = 42 p_0 V_0 \end{aligned}$$

Зададим уравнение прямой для процесса 2-3

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= -\frac{V}{3V_0} + 8 \Rightarrow p = 8 p_0 - \frac{p_0}{3V_0} V \\ \Rightarrow A_{23} &= - \int_{12V_0}^{18V_0} \left(8 p_0 - \frac{p_0}{3V_0} V \right) dV = -30 p_0 V_0 \end{aligned}$$

Работа всего цикла равна $A_{\text{ц}} = A_{12} + A_{23} = 12 p_0 V_0$

$$\Rightarrow \frac{A_{\text{ц}}}{18 p_0 V_0} = \frac{12 p_0 V_0}{18 p_0 V_0} = \frac{2}{3}$$

2) Воспользуемся уравнением для давления в процессе 1-2: $p(V) = 16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V$

Уравнение состояния газа — уравнение Клапейрона: $pV = \nu R T$

$$\Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow T(V) = \frac{\left(16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right) V}{\nu R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow T(V) = \frac{1}{\nu R} (16 p_0 V - \frac{p_0}{V_0} V^2) = -\frac{p_0}{\nu R V_0} V^2 + \frac{16 p_0 V}{\nu R}$$

Найдём ^{функцию} ~~уравнение~~ имеет вторую степень $\Rightarrow$ найдём вершину параболы

$$V_{\text{max}} = -\frac{16 p_0}{\nu R} \cdot \left(-\frac{8 V_0}{2 p_0} \right) = 8 V_0$$

$$\Rightarrow T_{\text{max}} = \frac{1}{\nu R} (16 \cdot 8 p_0 V_0 - 64 p_0 V_0) = 64 \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

Найдём температуру в точке 3: $6 p_0 \cdot 6 V_0 = \nu R T_3$

$$\Rightarrow 36 p_0 V_0 = \nu R T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{36 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{64 p_0 V_0}{\nu R} \cdot \frac{\nu R}{36 p_0 V_0} = \frac{64}{36} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$$

3) Для нахождения КПД цикла найдем количество теплоты в каждом из процессов

3-1: $Q_{1-3} = 2$ Процесс изохорный $\Rightarrow Q_{1-3} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) =$
 $= \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} (10 \cdot 6 p_0 V_0 - 36 p_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot 24 p_0 V_0 = 36 p_0 V_0$

1-2: $Q_{1-2} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + A_{1-2}^* = \frac{3}{2} (4 \cdot 12 p_0 V_0 - 60 p_0 V_0) + 42 p_0 V_0 =$
 $= 18 p_0 V_0 + 42 p_0 V_0 = 60 p_0 V_0$

2-3: $Q_{2-3} = \frac{3}{2} \nu R (48 p_0 V_0 - 36 p_0 V_0) - 30 p_0 V_0 < 0$

$$\Rightarrow \eta = \frac{A_{1-2} + A_{2-3}}{Q_{1-2} + Q_{1-3}} = \frac{12 p_0 V_0}{96 p_0 V_0} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Ответ: 1) $\frac{16}{9}$ 2) $\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{16}{9}$ 3) $\eta = \frac{1}{8}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 Запишем теорему Гаусса для области внутри
сферы диэлектрической проницаемостью ϵ

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\bar{Q}}{\epsilon_0 \epsilon}, \text{ контур выделен в виде сферы, радиусом } x$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon x^2} \Rightarrow \varphi = 4\pi \epsilon_0 \epsilon x$$

$$\Rightarrow \varphi(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{1}{r} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r}$$

$$\text{Ответ: 1) } \varphi = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Дано:

$$L_1 = L$$

$$L_2 = \frac{9L}{4}$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = \frac{3n}{2}$$

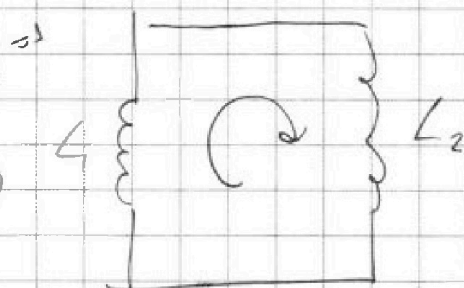
S

$$1) \frac{\Delta I}{\Delta t} = 1$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -2 \quad (2 > 0)$$

Решение:

1) При уменьшении магнитного потока через первую катушку, в ней будет возникать ЭДС индукции. Нам же надо представить, как если, соединяя их, двух катушек.



2) Уменьшение магнитного потока через первую катушку равно $\Phi = n(BS) \cdot n$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_1 = - \frac{n \Delta B S}{\Delta t} = 2 n S$$

Запишем второе правило Кирхгофа для этой цепи:

$$\mathcal{E}_1 = L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 2 n S = \frac{\Delta I}{\Delta t} \left(L + \frac{9L}{4} \right) = \frac{13L}{4} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{4 n S}{13 L}$$

2) По правилу Ленца определяем, что направление возникающих в катушках токов будет направлено

$$\Rightarrow \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta I_2}{\Delta t}; \quad \mathcal{E}_2 = \frac{3 n S B_0}{2} \cdot \frac{4}{3}$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{n B_0 S}{3 \Delta t}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{nSB_0}{2\Delta t} - \frac{nSB_0}{3\Delta t} = (L_1 + L_2) \frac{\Delta I}{\Delta t} ; \Delta I_1 = I, \text{ т.к. } I - \text{константа}$$
$$\Rightarrow \frac{nSB_0}{6} = I(L_1 + L_2)$$

$$\frac{nSB_0}{6} = \frac{13}{2} L I \Rightarrow I = \frac{nSB_0}{13 \cdot 3 L} = \frac{nSB_0}{39 L}$$

Ответ: 1) $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{4 \times nS}{13 L}$ 2) $I = \frac{nSB_0}{39 L}$

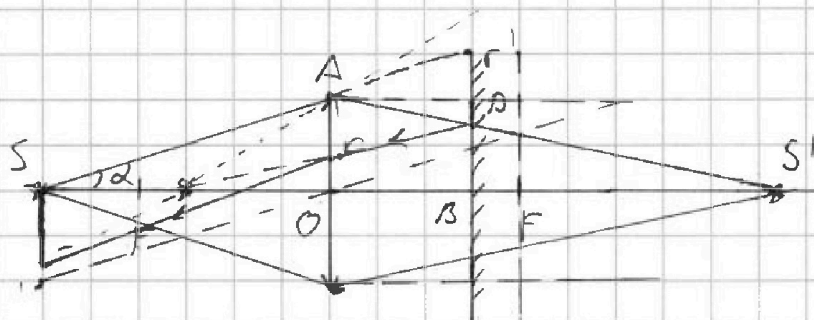
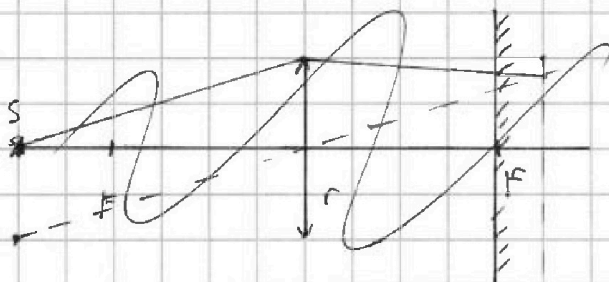


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



1) Построим изображение от линзы с помощью плоскости, которую линза освещает:

Вспользуемся формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{F-d}{Fd}, \text{ найдем расстояние до изображения: } d = h; F = \frac{2}{3}h;$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{d}} = \frac{1}{\frac{3}{2h} - \frac{1}{h}} = \frac{1}{\frac{1}{2h}} = 2h. \text{ Рассмотрим подобие треугольников } ABS' \text{ и } BDS'$$

$$\frac{DB}{r} = \frac{f-l}{f} \Rightarrow DB = \frac{r(f-l)}{f} = \frac{r(2h - \frac{2}{3}h)}{2h} = \frac{\frac{4}{3}hr}{2h} = \frac{2}{3}r$$

$\Rightarrow$ Косветелная часть зеркала равна:

$$S_{\text{зеркало}} = \pi r^2 - \pi DB^2 = \pi(r^2 - DB^2) = \pi(r^2 - \frac{4}{9}r^2) = \pi r^2 \cdot \frac{5}{9} = \pi(4 \text{ см})^2 \cdot \frac{5}{9} = \frac{20}{9}\pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Далее изображение от линзы будет действительным для зеркала.

2) Найдём радиус кривизны, который был бы в телл, если бы вместо линзы стояла только не по радиусу кривизны.

$$R = r + r'; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{r'}{l} \Rightarrow r' = \frac{lr}{h}$$

$$\Rightarrow R = r \left(1 + \frac{l}{h} \right)$$

$\Rightarrow$ Площадь несветящейся части равна:

$$S_{\text{неосв}} = \pi R^2 - \pi D^2 = \pi \left(r^2 \left(1 + \frac{l}{h} \right)^2 - \frac{9r^2}{16} \right) = \pi r^2 \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) =$$

$$= \pi r^2 \frac{27}{16} \Rightarrow S_{\text{неосв}} = 29\pi \text{ см}^2$$

2) Далее изображение от зеркала будет являться действительным источником для линзы.

Получим, второй линзы:

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}; \quad d_2 = f - 2l = 2h - h = h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{h} + \frac{1}{f_2}; \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{h} \Rightarrow f_2 = \frac{fh}{h+f} = \frac{2h^2}{3(h + \frac{2h}{3})} =$$

$$= \frac{2h^2}{5h} = \frac{2}{5}h; \Rightarrow \text{от стены на } \frac{3}{5}h$$

Угол, под которым будет линза $\angle OOD = \cos \alpha$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{r_{\text{нecb}}}{sh} \cdot s, \text{ из прав. пункта } \operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h}$$

$$\Rightarrow r_{\text{нecb}} = \frac{sr}{5}$$

$$\Rightarrow S_{\text{нecb}_2} = \pi r_{\text{нecb}}^2 = \frac{9r^2}{25} \cdot \pi = \frac{9 \cdot 16 \text{ см}^2}{25} \pi = \frac{144}{25} \pi \text{ см}^2$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: 1) } S_{\text{нecb}_1} = 27\pi \text{ см}^2$$

$$2) S_{\text{нecb}_2} = \frac{144}{25} \pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AS = \sqrt{d^2 + r^2}$$

$$\frac{AS}{AS + x}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{r}{\sqrt{d^2 + r^2}}$$

Чтобы найти α и $\sin \alpha$

$$\text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$$

$$\Rightarrow \text{tg} \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\frac{r^2}{d^2 + r^2} \left(1 - \frac{r^2}{d^2 + r^2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{r^2}{d^2 + r^2} \left(\frac{d^2}{d^2 + r^2}\right)} = \sqrt{\frac{r^2}{d^2}} = \frac{r}{d} \quad \text{tg} \alpha = \frac{r}{d}$$

$$\frac{r}{d} = \frac{r'}{e} \Rightarrow r' = \frac{er}{d}$$

$\Rightarrow$ Придем к соотношению для r' ,

$$d = l - e \text{ и } e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{l} = -\frac{1}{l - 2e} + \frac{1}{e}$$

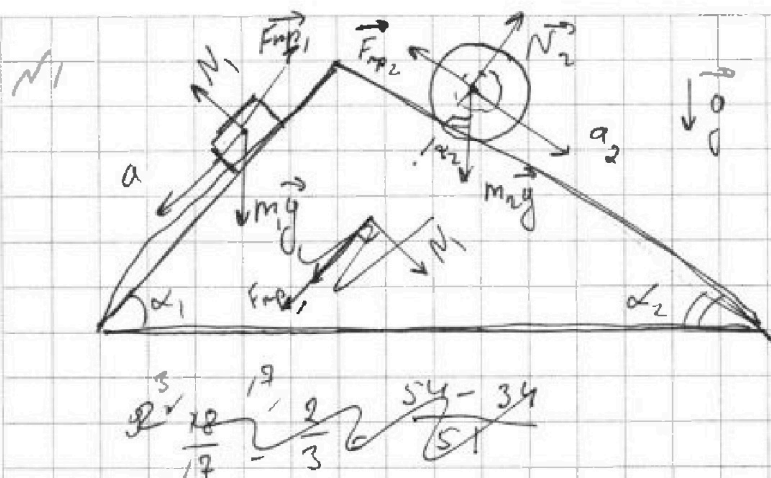


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



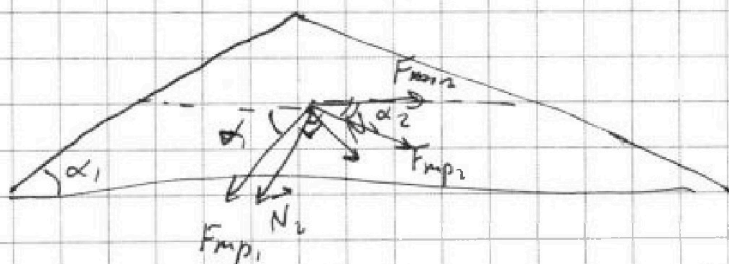
$$m_2 g \sin \alpha_2 = a_2 m_2$$

$$\frac{9mg}{4} \cdot \frac{8}{17} = \frac{9m}{4} \cdot \frac{89}{72}$$

$$1405$$

$$\begin{array}{r} 1405 \\ 8 \\ \hline 3240 \end{array}$$

$$\times 51$$



$$F_3 + F_{fp2} \cos \alpha_2 + N_1 \cos(90 - \alpha_1) = N_2 \cos(90 - \alpha_2) + F_{fp1} \cos \alpha_1$$

$$F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_{fp1} \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_{fp2} \cos \alpha_2$$

$$F_3 = \frac{9mg \cdot 15}{4 \cdot 17} \cdot \frac{8}{17} + \frac{26mg \cdot 4}{17 \cdot 5} - \frac{4mg \cdot 3}{5} - \frac{20mg \cdot 15}{51 \cdot 17}$$

$$F_3 = \frac{135 \cdot 8mg}{4 \cdot 17 \cdot 17} + \frac{26mg \cdot 4}{17 \cdot 5} - \frac{17 \cdot 4 \cdot 3mg}{17 \cdot 5} - \frac{20mg \cdot 15}{51 \cdot 17} =$$

$$= \frac{135 \cdot 8mg}{4 \cdot 17 \cdot 17} + \frac{104 - 204mg}{17 \cdot 5} - \frac{200mg}{17 \cdot 17} =$$

$$= \frac{13240mg}{4 \cdot 17 \cdot 17} - \frac{1200mg}{17 \cdot 5} - \frac{100mg}{17 \cdot 17} =$$

$$= \frac{26480mg}{17 \cdot 17} - \frac{100mg}{17 \cdot 5} - \frac{10mg \cdot 4mg}{17} = \frac{6mg}{17}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten calculations and diagrams on grid paper.

Top left calculations:

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 5 \\ \hline 85 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 3 \\ \hline 51 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \cdot 17 - 5 \cdot 5 \\ \hline 85 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 51 - 25 \\ \hline 85 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 26 \\ \hline 85 \end{array}$$

Top right calculations:

$$\frac{89}{29} \cdot \frac{9m}{4} = ?$$
$$\frac{89}{29} \cdot \frac{9m}{4} = \frac{89}{29} \cdot \frac{9m}{4}$$
$$F_2 = \frac{9m}{4} \left(\frac{84}{29} - \frac{84}{19} \right)$$
$$F_2 = \frac{9m}{4} \left(\frac{84}{29} - \frac{84}{19} \right)$$

Diagrams:

Left side calculations:

$$m_2 g \sin \alpha_2 = m_2 a_2$$
$$\frac{9m}{4} \cdot \frac{8}{17} = \frac{84}{29} \cdot \frac{9m}{4}$$
$$\frac{24}{3} \cdot \frac{15}{6} = \frac{90}{90}$$

Right side calculations:

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ 19 \\ \hline 189 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 85 \\ 5 \\ \hline 425 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 4 \\ \hline 104 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 51 \\ 12 \\ \hline 309 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 51 \\ \hline 867 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 144 \\ - 120 \\ \hline 240 \end{array}$$

Bottom left calculations:

$$m_2 g \sin \alpha_2 - F_2 = a_2 m_2$$
$$\frac{9m}{4} \cdot \frac{8}{17} - \frac{69}{29} \cdot \frac{9m}{4} = F_2$$
$$\frac{9m}{4} \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{29} \right) = F_2$$
$$\frac{9m}{4} \left(\frac{8 \cdot 29 - 8 \cdot 17}{459} \right) = F_2$$
$$F_2 = \frac{20}{51} mg$$
$$mg \left(\frac{26 \cdot 4}{85 \cdot 5} + \frac{9 \cdot 3}{17} - \frac{20 \cdot 15}{51 \cdot 17} - \frac{161}{25} \right) =$$
$$= mg \left(\frac{104}{425} + \frac{27}{17} - \frac{300}{867} - \frac{16}{25} \right)$$

Bottom right calculations:

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 144 \\ - 120 \\ \hline 240 \end{array}$$

Bottom diagram:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача: уравнение притока в процесс 2 3 4

$$1-2: \text{где } 1-2 \quad \frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 16$$

$$\Rightarrow p = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V$$

Поток воздуха

$$A_{12} = \int_{12V_0}^{12V_0} (16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V) dV = \left(16V_0 p_0 - \frac{p_0 V^2}{2V_0} \right) \Big|_{12V_0}^{12V_0} =$$

$$= \left(16 \cdot 12V_0 p_0 - \frac{p_0 \cdot 144V_0^2}{2V_0} \right) - \left(16 \cdot 6V_0 p_0 - \frac{p_0 \cdot 36V_0^2}{2V_0} \right) =$$

$$= 192p_0 V_0 - 72p_0 V_0 - 96p_0 V_0 + 18p_0 V_0 = 42p_0 V_0$$

$$p = 8p_0 - \frac{p_0}{3V_0} V$$

$$\Rightarrow A_{23} =$$

$$- \int_{6V_0}^{12V_0} \left(8p_0 - \frac{p_0}{3V_0} V \right) dV = - \left(8p_0 V - \frac{p_0 V^2}{6V_0} \right) \Big|_{6V_0}^{12V_0} =$$

$$= - \left(8 \cdot 12p_0 V_0 - \frac{144p_0}{6V_0} \right) - \left(48p_0 V_0 - 6p_0 V_0 \right) =$$

$$= - \left(96p_0 V_0 - 24p_0 V_0 \right) - 42p_0 V_0 + 6p_0 V_0 =$$

$$= -30p_0 V_0$$

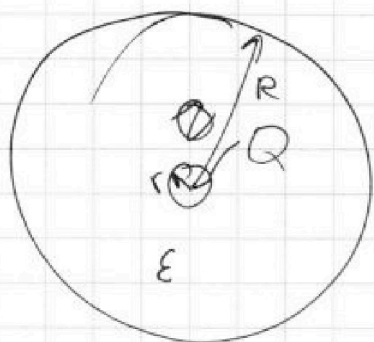


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Все потенциалы считаем нулевыми

$$\frac{kQ}{\epsilon R} \Rightarrow \varphi_k = \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{12kQ}{11\epsilon R} =$$

$$= \frac{12 \cdot 10^{-9}}{11 \cdot 4\pi \epsilon_0 R} = \frac{11\pi \epsilon_0 R}{11\pi \epsilon_0 R}$$

Расстояние точки

$$\frac{8kQ}{\epsilon R} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{12kQ}{11\epsilon R} =$$

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ 51 \\ \hline 29 \\ 135 \\ \hline 1399 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 51 \\ \hline 19 \\ 85 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \overline{) 5} \\ - 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 51 \\ \hline 19 \\ 85 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$= \frac{26.4}{85.5} + \frac{1399}{889} - \frac{300}{25} = \frac{26.4}{85.5} + \frac{1097}{889} - \frac{16}{25}$$

$$\frac{26.4}{17.25} + \frac{1097}{889} - \frac{16}{25}$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 19 \\ \hline 195 \\ 75 \\ \hline 425 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 16 \\ 19 \\ \hline 112 \\ 16 \\ \hline 292 \end{array}$$

$$\frac{104}{425} - \frac{272}{889} + \frac{1097}{889} =$$

$$= \frac{1097}{889} - \frac{168}{425} =$$

$$= \frac{1097 \cdot 425 - 168 \cdot 889}{368475} =$$

$$= \frac{459925 - 148656}{368475} = \frac{31069}{368475} = \frac{122825}{122825}$$

$$\begin{array}{r} 368475 \overline{) 122825} \\ 24 \\ - 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 482925 \\ - 148656 \\ \hline 31069 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 867 \\ 425 \\ \hline 4335 \\ 1734 \\ \hline 3468 \\ 368475 \overline{) 459925} \\ 104023 \\ \hline 122825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31069 \overline{) 122825} \\ 12069 \\ \hline 2116 \\ 1008 \\ \hline 1344 \\ 195656 \\ \hline 122825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 104023 \overline{) 122825} \\ 104023 \\ \hline 18792 \end{array}$$

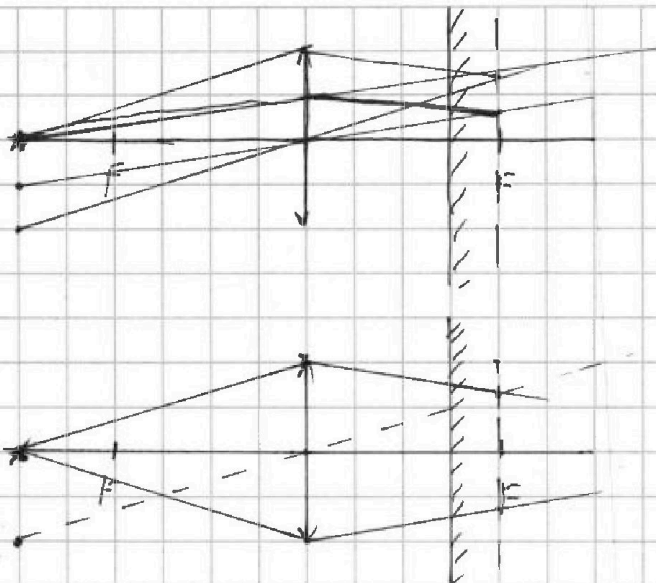


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

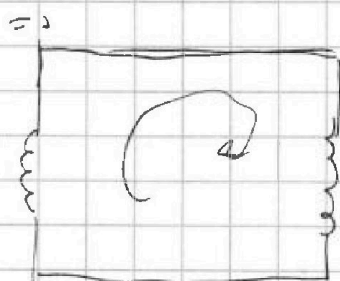
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{d\beta}{dt} = -\alpha \quad \text{при увеличении тока}$$

$$1) \quad \epsilon = - \frac{nS \frac{d\beta}{dt}}{dI} = nS\alpha \quad nS\alpha = L \frac{dI}{dt}$$



$$nS\alpha = L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{nS\alpha}{L_2}$$

$$\epsilon_i = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow nS\alpha = \frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{nS\alpha}{L_1 + L_2}$$

$$2) \quad \epsilon_2 - \epsilon_1 = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$4\beta_0 - \frac{8\beta_0}{3} = \frac{4\beta_0}{3}$$

$$= \epsilon_2 - \epsilon_1 = \frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) s$$

$$\frac{36 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{nS^2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 4 \cdot 3} - \frac{nS \beta_0}{4 \cdot 10^{-8}} = \frac{nI}{4 \cdot 10^{-8}} (L_1 + L_2)$$

$$\Rightarrow I(L_1 + L_2) = \frac{24nS\beta_0 - 3 \cdot nS\beta_0}{12} = \frac{21nS\beta_0}{12}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{21nS\beta_0}{12(L_1 + L_2)}$$