



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

арифметическая прогрессия $a_n = a_1 + d(n-1)$

Заметим, что $a_n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = 3x+3 & (1) \\ a_5 = a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 & (2) \\ a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

тогда $a_3 \in \mathbb{Z}$

$$a_3 = 3(x+1)$$

$$x+1 = \frac{a_3}{3}$$

$$x = \frac{a_3}{3} - 1 \in \mathbb{Q}$$

$$\downarrow \\ x \in \mathbb{Q}$$

$$(3)-(1) \Rightarrow \begin{cases} 6d = 3x^2 - 3x - 3 \\ 2d = x^2 - x - 1 \end{cases} \quad -4d = -2x^2 + 2x + 2 \quad (**)$$

$$(2) - (3) \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 = -4d \quad (**)$$

$$(**) + (***) \rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 = -2x^2 + 2x + 2$$

$$x^4 + 8x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = -1 \quad x^3 + x^2 + 2x^2 - 2 = 0$$

$$x^2(x+1) + 2(x+1)(x-1) = 0$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$x_3 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

ни подходят, т.к. $x \in \mathbb{Q}$

Значит $x = -1$

Тогда берем

$$a_3 = 3x+3 = 0 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = (x^2+2x)^2 = (1-2)^2 = 1 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = 3$$

$$\begin{cases} 2d = 1 & a_1 = -1 \\ d = 0,5 \end{cases}$$

$$a_3 = a_1 + 2d = -1 + 1 = 0$$

$$a_5 = a_1 + 4d = -1 + 2 = 1$$

$$a_9 = a_1 + 8d = -1 + 4 = 3$$

подходят

Ответ: $x = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим все возможные вариации свободных опираясь на ОТА

(1) $A = 13p^2$
 $B = 75q^2$
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p$ $m+n > m+n-9 > 0$
 p, q - простое; $m, n \in \mathbb{N}$

1) $m+n = 13$
 $m+n-9 = 4 = p^2$
 $p = 2$
 Тогда смотрим на B
 $B = mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$
 $m+n-3 = 10 = 5q \Rightarrow q = 2$
 Тогда $mn = 15q = 5 \cdot 3 \cdot q$
 $mn = 30$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ n(13-n)=30 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ 13n-n^2=30 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ n^2-13n+30=0 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ \text{т. Выход} \\ n_1=3 \\ n_2=10 \end{cases} \quad \begin{cases} m=10 \\ n=3 \\ n=10 \\ m=3 \end{cases}$$

2) $m+n = 13p$
 $m+n-9 = p^2$
 $9 = 12p$ Не подходит, т.к. $p \in \mathbb{N}$

3) $m+n = p^2$
 $m+n-9 = 13$
 $m+n = 24 = 8 \cdot 3 \neq p^2$
 не подходит

4) $m+n-9 = 1$
 $m+n = 13 \cdot p^2$
 $m+n = 10 < 13 \cdot p^2$
 не подходит.

(2) $A = 75q^2$
 $B = 13p^2$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \\ mn(m+n-3) = 13p^2 \end{cases} \quad m+n-3 > 0$$

1) $m+n-3 = 13$ посмотрим на A
 $m+n = 16$
 тогда $m=n=p$
 $m+n = 16$
 $m+n-9 = 7$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 16 \cdot 7 \neq 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

не подходит

2) $m+n-3 = p^2$
 $m=p$ $n=13$
 $m+n-9 = m$
 $n-3=0$
 Неверно

3) $m+n-3 = 1$
 $m+n = 4$
 $mn = 13p^2$
 посмотрим на A $A = (m+n)(m+n-9) = -5 \cdot 4 \neq 75q^2$
 не верно

4) $m+n-3 = p^2$
 $m=13$ $n=1$
 $p^2 = 13+1-3 = 11$
 $p^2 = 11$ Нет решений в \mathbb{N}

Ответ: (3, 10); (10, 3)

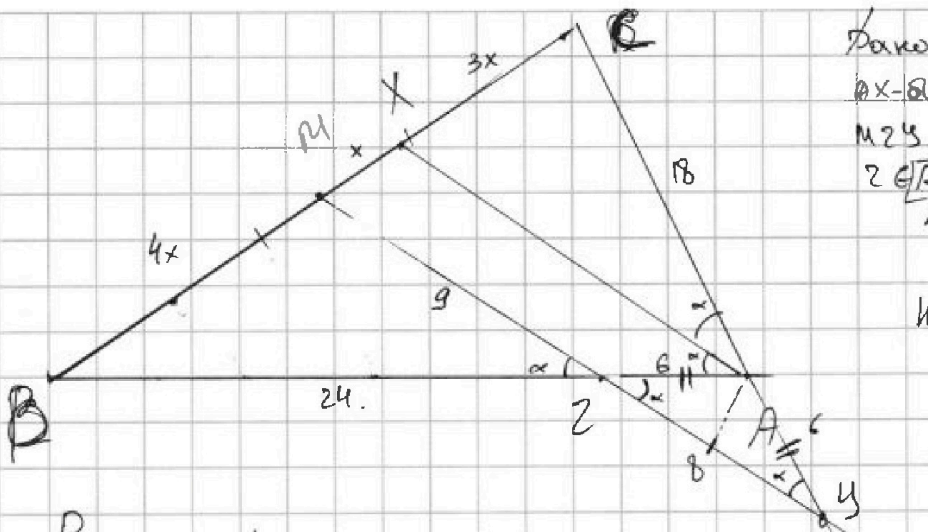


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$
 AX - медиана
 $MY \parallel AX$
 $Z \in [AB]$ $Y \in [CA]$
 $AC = 18$ $AZ = 6$
 $YZ = 8$
 Найти: BC

Решение:

1) $AX \parallel MY \Rightarrow \angle XAC = \angle MYC = \alpha$ (как соответств.)
 $\angle MZB = \angle AZY = \alpha$ (как вертикальн.)

2) $\triangle AZY$ - равноб. $\Rightarrow AZ = AY = 6$

3) $\triangle MZB$ и $\triangle AZY$ - подобные (по двум углам)

$$\frac{BM}{AZ} = \frac{MZ}{AY} = \frac{BZ}{ZY} = 1 \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{6} = \frac{6}{2M} = 1$$

4) $\triangle CZA \sim \triangle MYC$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{AZ}{MY} = \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

$$\frac{18}{24} = \frac{AX}{17} \Rightarrow AX = \frac{18}{24} \cdot 17 = \frac{3}{4} \cdot 17 = \frac{51}{4}$$

$$CM = 4x$$

$$CX = 3x$$

5) $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{BM}{BX} = \frac{4}{5}$

$$\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{9}{\frac{51}{4}}$$

$$\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{36}{51}$$

$$51BZ = 36BZ + 216$$

$$15BZ = 216$$

$$BZ = \frac{216}{15}$$

6) 5) $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{BZ}{BA} = \frac{BM}{BX} = \frac{4}{5}$

$$BZ = \frac{4}{5} \cdot AB = \frac{4}{5} (BZ+6)$$

$$5BZ = 4BZ + 24$$

$$BZ = 24$$

6) $\triangle AZY$ - т. косинусов

$$ZY^2 = AZ^2 + AY^2 - 2 \cos(180-2\alpha) AZ \cdot AY$$

$$64 = 36 + 36 - 2 \cos 2\alpha \cdot 36$$

$$\cos 2\alpha = \frac{-8}{72} = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7) $\triangle ABC$ — тупоугольный.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC.$$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 30 \cdot 18^2$$

$$BC^2 = 900 + 324 + 120$$

$$BC^2 = 1020 + 324 = 1344$$

$$BC = \sqrt{1344} =$$

$$\text{Ответ: } BC = \sqrt{1344}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} & (2) \end{cases}$$

OДЗ: $\begin{cases} y \leq 6 \\ x \geq -1 \\ 6+5x-x^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$

$$(2) \quad x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})} = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})((x^2 + y^2)(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1) = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad \text{или} \quad (x^2 + y^2)(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y > 0$$

подставим в (1) и решаем

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

$$\sqrt{x+1} + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(6+5x-x^2) + 25 - 20\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\begin{cases} x \geq 6-5 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = t \geq 0$$

$$z - 2t = 4t^2 + 25 - 20t$$

$$4t^2 - 18t + 28 = 0$$

$$2t^2 - 9t + 14 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{81 - 112} = 3$$

$$t_1 = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2}, \quad t_2 = \frac{9+3}{4} = 3$$

Возвращаемся к старой переменной

$$1) \quad \sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$-x^2 + 5x + 6 = \frac{9}{4}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$4x^2 - 20x + 15 = 0$$

$$D = 400 - 240 = 160$$

$$x_1 = \frac{20 - 4\sqrt{10}}{8} = -\frac{2\sqrt{10}}{8} = -\frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$2) \quad \sqrt{(x+1)(6-x)} = 3$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$-x^2 + 5x + 6 = 9$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x_3 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

OДЗ

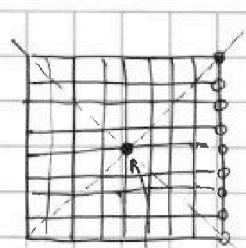


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



главная диагональ

Всего $9 \cdot 9 = 81$ узел

Нужно выбрать 2 узла. Это можно сделать и затем их перекрестить C_{81}^2 - способами

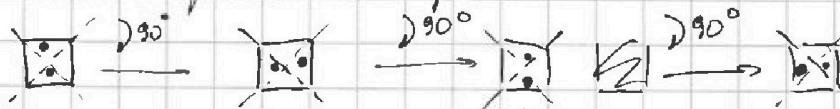
Если мы имеем какую-то раскраску, то из одной раскраски путем поворотов мы можем сделать либо 1 раскраску (если точки выбраны несимметрично относительно главной диагонали), либо 2 раскраски (если точки выбраны симметрично относительно главной диагонали)

Т.е. встает проблема выбора точки относительно главной диагонали:



при поворотах возникает лишь 2 различные комбинации

При несимметричном выборе:



возникло 4 разных комбинации.

1) Выбор точки симметрично отк. центра. Можно выбрать одну из 80 точек. Задаётся автоматически. Но мы считали случаи в $2!$ раза, т.к. выбор 1а и автом. узел. 2а - есть келоридогенный выбор.

Т.к. число возникающих комбинаций при поворотах = 2, то способов покрасить 2 точки, которые симметр. отк. центра,

равно $\frac{80}{2 \cdot 2} = 20$

2) Выбор точки несимметрично отк. центра.

Всего способов покрасить 2 точки симметрично отк. центра = 20
 Тогда $20 \cdot 2 = 40$ способов покрасить 2 точки несимметрично отк. центра.

Всего способов покрасить 2 точки симметрично отк. центра = 20
 Тогда $20 \cdot 2 = 40$ способов покрасить 2 точки несимметрично отк. центра.

Всего способов: $20 + 40 = 60$

$C_{81}^2 - 40 = \frac{81!}{2! \cdot 79!} - 40 = \frac{81 \cdot 80}{2} - 40 = 3200 - 40 = 3160$

$\frac{3200}{4} = 800$ Ответ: 820

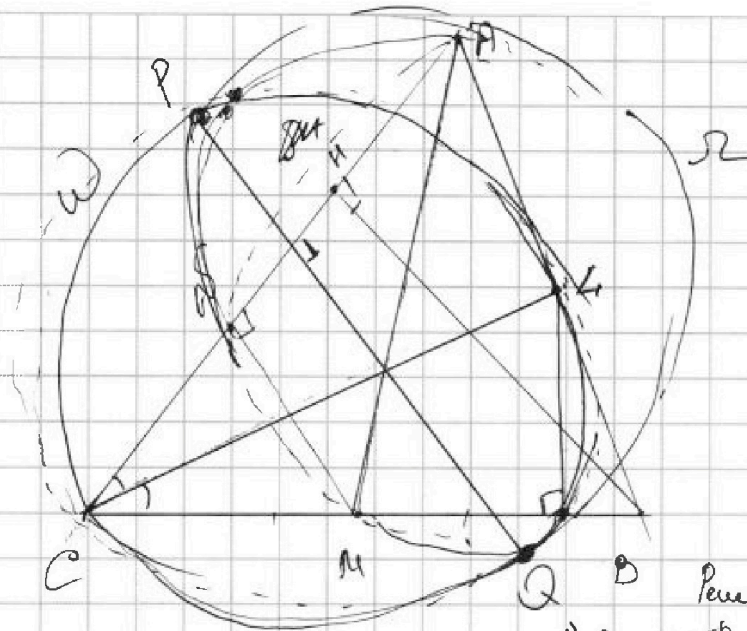


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

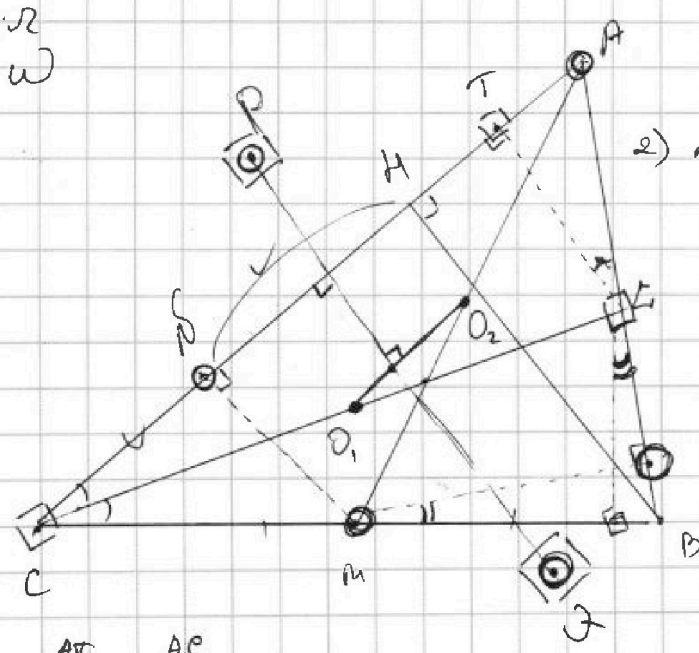


Дано: ABC
 AM - медиана
 CL - биссектриса
 BH - высота
 Ω - диаметр AM
 W - диаметр CL
 $\Omega \cap W = P, Q$
 $PQ \parallel BH$ $\Omega \cap AC = S$
 $AB = 10$ $AN = 8$
 Найти: AC, BC ?

Решение:

1) O_1 - центр W O_2 - центр Ω
 $O_1 O_2$ - средняя линия

$O_1 \in \Omega$
 $O_2 \in W$



$O_1 O_2 \perp PQ$
 $PQ \perp CA$, $O_1 O_2 \perp PQ \Rightarrow O_1 O_2 \parallel AC$
 (по аналогии)
 2) $\triangle CPM \sim \triangle CNB \Rightarrow$
 $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2}$
 $CM = CN = AN$
 3) $\triangle CPM \sim \triangle CNB$ (по углам)
 $\Rightarrow \frac{AT}{AH} = \frac{AL}{AB}$
 $TL \parallel HB \Rightarrow \frac{AT}{HT} = \frac{AL}{LB}$ (Парал.)
 CL - биссектр. $\Rightarrow \frac{CA}{BC} = \frac{AL}{LB}$

4) $\frac{AT}{HT} = \frac{AC}{BC}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper, featuring three diagrams of a tetrahedron and extensive algebraic derivations.

Diagram 1 (Top Left): A tetrahedron with vertices A, B, C, D. A plane Ω is shown passing through points L, M, N, P, Q, R, S, T. The plane is perpendicular to the edge AD. The intersection of the plane with the faces ABC, BCD, and CAD are lines LMN, MNP, and PQR respectively. The intersection of the plane with the edges AB, BC, CD, DA are points L, M, N, P respectively.

Diagram 2 (Middle): A tetrahedron with vertices A, B, C, D. A plane Ω is shown passing through points H, X, Y, Z. The plane is perpendicular to the edge AD. The intersection of the plane with the faces ABC, BCD, and CAD are lines HX, XY, YZ respectively. The intersection of the plane with the edges AB, BC, CD, DA are points H, X, Y, Z respectively.

Diagram 3 (Bottom): A tetrahedron with vertices A, B, C, D. A plane Ω is shown passing through points M, N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. The plane is perpendicular to the edge AD. The intersection of the plane with the faces ABC, BCD, and CAD are lines MN, NP, PQ, QR, RS, ST, TU, TV, VW, WX, XY, YZ respectively. The intersection of the plane with the edges AB, BC, CD, DA are points M, N, P, Q respectively.

Algebraic Derivations:

Let $x = \sqrt{AB}$, $y = \sqrt{BC}$, $z = \sqrt{CD}$, $w = \sqrt{DA}$.

Equation 1: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2}$

Equation 2: $\sqrt{x^2 + 5x^2} + \sqrt{5x} = y^2 + 5y^2 + \sqrt{5y}$

Equation 3: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 4: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 5: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 6: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 7: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 8: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 9: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 10: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 11: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 12: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 13: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 14: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 15: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 16: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 17: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 18: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 19: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 20: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 21: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 22: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 23: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 24: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 25: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 26: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 27: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 28: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 29: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 30: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 31: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 32: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 33: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 34: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 35: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 36: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 37: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 38: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 39: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 40: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 41: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 42: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 43: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 44: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 45: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 46: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 47: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 48: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 49: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 50: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 51: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 52: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 53: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 54: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 55: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 56: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 57: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 58: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 59: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 60: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 61: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 62: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 63: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 64: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 65: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 66: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 67: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 68: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 69: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 70: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 71: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 72: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 73: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 74: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 75: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 76: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 77: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 78: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 79: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 80: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 81: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 82: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 83: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 84: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 85: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 86: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 87: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 88: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 89: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 90: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 91: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 92: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 93: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 94: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 95: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 96: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 97: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 98: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 99: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$

Equation 100: $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 5} = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} - 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Арифметическая прогрессия $a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_3 = 3x + 3 = a_1 + 2d$

0n7-001

$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 4d$

$a_9 = 3x^2 = a_1 + 8d$

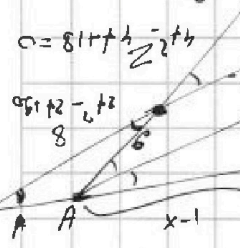
$$\begin{cases} 3(x+1) = a_1 + 2d \\ x(x+2) \cdot x(x+2) = a_1 + 4d \\ 3x^2 = a_1 + 8d \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = 3x^2 - 3x - 3 \\ x^2 - x^2(x+2)^2 = 4d \end{cases}$$

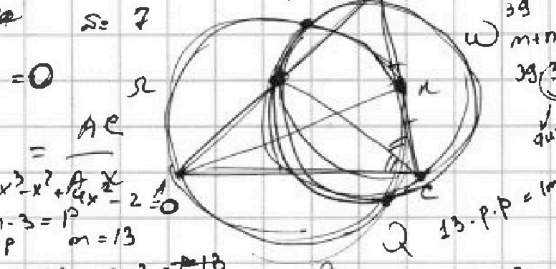
$$\begin{aligned} 3x^2 - 3x - 3 &= 2d \Rightarrow 3(x+1) = a_1 + 2d \\ x^2 - x - 1 &= 2d \Rightarrow (x(x+2))^2 = a_1 + 4d \\ 3x^2 &= a_1 + 8d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n & A &= (m+n)^2 - 9(m+n) \\ B &= mn + mn^2 - 3mn & B &= mn(m+n-3) \\ A &= (m+n)(m+n-9) & & \\ B &= mn(m+n-3) & & \end{aligned}$$

7. Метрические соотношения

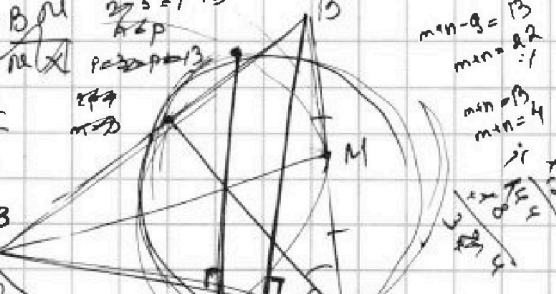


$$\begin{aligned} \sin \angle B &= \frac{AC}{AB} \\ \sin \angle C &= \frac{AB}{AC} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_5 &= a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 &= a_1 + 8d = 3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 &= x^2 - x + 1 \\ x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 4 &= 0 \\ x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 6x - 6 &= -x^4 - 4x^3 \\ x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 4 &= 0 \\ 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 3x + 3 &= a_1 + 2d \\ (x^2 + 2x)^2 &= a_1 + 4d \\ 3x^2 &= a_1 + 8d \\ 2d &= x^2 - x - 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \quad (1) \\ x-3y \geq -3 \quad (2) \\ 3x-y \leq 1 \quad (3) \\ 3x-y \geq -1 \quad (4) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} (1)+(3) &\Rightarrow 4x-4y \leq 4 & (x-y \leq 1) \\ (2)+(4) &\Rightarrow 4x-4y \geq -4 & (x-y \geq -1) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \quad (1) \\ x-3y \geq -3 \quad (2) \\ 3x-y \leq 1 \quad (3) \\ 3x-y \geq -1 \quad (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1)+(2) &\Rightarrow 4x-4y \leq 4 \\ &\quad x-y \leq 1 \quad (*) \\ &\quad -x+y \geq -1 \quad (**) \end{aligned}$$

$$(*)+(**) \Rightarrow -2y \geq -4 \Rightarrow y \leq 2 \quad (***)$$

$$8x+4y = S = 4(2x+y)$$

$$\begin{aligned} (*) &\quad (1) \\ (**) &\quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (d) \quad x-3y &\leq 3 \\ -x+3y &\geq -3 \\ -2 &\geq y \geq \frac{-3+x}{3} \\ (**) & \\ -6 &\geq -3+x \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

Асимптотически $y \leq -2$ $4y \leq -8$
 $x \leq -3$ $8x \leq -24$

$$4y+8x \leq -32$$

$$S_{\max} = 8x+4y = -32$$

Ответ: -32

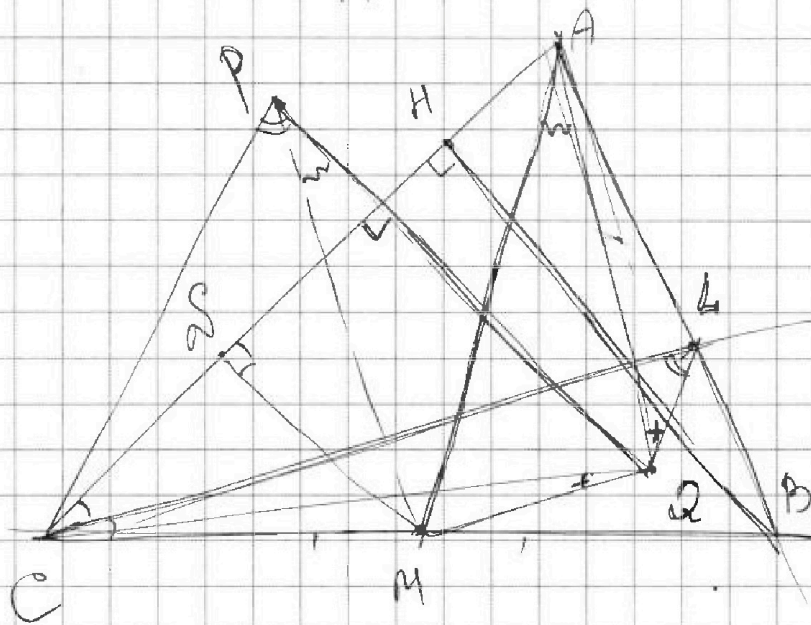
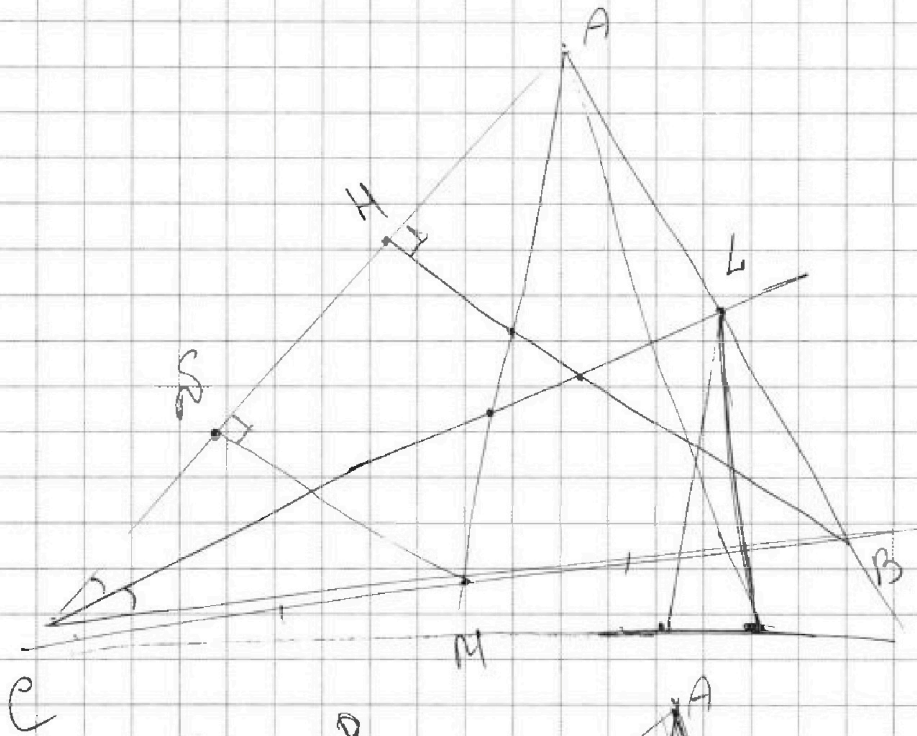


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

