



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

- [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии
$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9tn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Будет ли разность арифметической прогрессии, тогда

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 \\ 6 - 9x + 6d = 9x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2d = (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6 \\ 6 - 9x + 3((x^2 - 2x)^2 + 9x - 6) = 9x^2 \end{cases}$$

Решение 1: $6 - 9x + 3(x^2 - 2x)^2 + 27x - 18 = 9x^2$

$$6 + 18x - 18 + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x-1) \cdot (x-1) \cdot (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x-1)^2 \cdot (x - \sqrt{5} - 1) \cdot (x + \sqrt{5} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \sqrt{5} + 1 \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2y-x| \leq 1 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 4y-2x \leq 4 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -5 \leq 3y \leq 5$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |y-2x| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq y-2x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -2 \leq 2y-4x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq -3x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 3x \leq 4 \quad | \cdot 2 \\ -8 \leq 6x \leq 8$$

$$\begin{cases} -5 \leq 3y \leq 5 \\ -8 \leq 6x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow -13 \leq 3y+6x \leq 13$$

Максимальное значение 13

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = m(m-7) + 2(2mn + 2n^2 - 7n)$$

Заметим, что A всегда кратно 2, т.к. $2(2mn + 2n^2 - 7n)$ всегда кратно 2, а $m(m-7) = m^2 - 7m$ тоже всегда кратно 2.

mod 2			
m	m^2	$-7m$	$m^2 - 7m$
0	0	0	0
1	1	1	0

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = \frac{2mn^2}{2} + mn(m+9), \text{ если } m \text{ нечетное,}$$

$$\text{то } (m+9); 2.$$

$$\text{если } m \text{ четное,}$$

$$\text{то } m; 2$$

B тоже всегда кратно 2.

A и B всегда кратны 2, а p и q - простые числа, 11 и 75 не кратны 2 $\Rightarrow p$ и q кратны 2 $\Rightarrow p=q=2$
т.к. 2 единственное чётное число, кратное 2.

$$11p^2 = 11 \cdot 4 = 44; 75q^2 = 75 \cdot 4 = 300$$

$$\begin{cases} A = 44 \\ B = 300 \\ A = 300 \\ B = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \\ m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 300 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases} \quad (1)$$

~~Ведущий~~

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \\ (m+2n)(m+2n-7) = 44 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение 1:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 44 = 0 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

**: $(m+2n)^2 - 7(m+2n) - 44 = 0$

$$D = 7^2 + 4 \cdot 44 = 225$$

$$\sqrt{D} = 15$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n = -4 \end{cases}$$

m.k. $m, n \in N$, то $m+2n = -4$ не удовлетворяет условию

Возвращаясь к исходению 1:

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn \cdot 20 = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ -2n^2 + 18n + 15 = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ -2n^2 + 11n = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ n = \frac{5}{2} \\ n = 3 \end{cases}$$

$n = \frac{5}{2}$ не удовлетворяет условию ($n \in N$)

~~$\begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases}$~~

Решение 2:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 300 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 300 = 0 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases}$$

*: $(m+2n)^2 - 7(m+2n) - 300 = 0$

$$D = 49 + 4 \cdot 300 = 1249; \sqrt{D} \notin N \Rightarrow (m+2n) \notin N$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нет решений в натуральных числах \Rightarrow система 2 не имеет решений в натуральных числах.

Условие удовлетворяет только одна пара чисел: $(5; 3)$

Ответ: $(5; 3)$

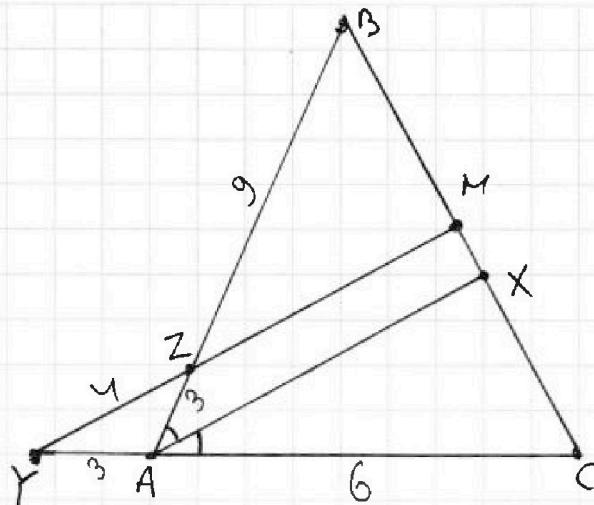


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, AX -биссектриса, M -середина BC ;
 $MZ \parallel AX$, $Z \in AB$, $MZ \cap AC = Y$; $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$

Найти: BC

Решение

1) AX -биссектриса $\Rightarrow \frac{AC}{XC} = \frac{AB}{BX}$ по свойству биссектрисы

2) $ZM \parallel AX \Rightarrow$ по теореме о пропорциональных отрезках $\frac{BZ}{AZ} = \frac{MX}{AZ}$ и $\frac{XC}{AC} = \frac{MX}{AY}$

3) $\triangle ABC$, MY -секущая: теорема Менелая

$$\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{MC}{BC} = 1 \text{ т.к. } M \text{- середина } BC$$

$$BZ \cdot AY = AZ \cdot YC \Rightarrow \frac{BZ}{AZ} = \frac{YC}{AY}; YC = AY + AC$$

$$\frac{BZ}{AZ} = 1 + \frac{AC}{AY} \Rightarrow BZ = AZ + \frac{AC \cdot AZ}{AY}$$

$$4) \frac{AC}{XC} = \frac{AB}{BX} \quad \left| \Rightarrow \frac{AB}{BX} = \frac{AY}{MX}; AB = AZ + BZ = 2AZ + \frac{AC \cdot AZ}{AY} \right.$$

$$\frac{XC}{AC} = \frac{MX}{AY} \quad \left| \quad AY \cdot BX = AB \cdot MX \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AY \cdot BM + AY \cdot NY = 2AZ \cdot MX + \frac{AC \cdot AZ \cdot MX}{AY}$$

$$NY = \frac{AZ \cdot BM}{BZ} = \frac{BM}{1 + \frac{AC}{AY}} = \frac{AY \cdot BM}{AC + AY}$$

$$AY \cdot BM + AY \cdot \frac{AY \cdot BM}{AC + AY} = 2AZ \cdot \frac{AY \cdot BM}{AC + AY} + \frac{AC \cdot AZ \cdot AY \cdot BM}{AY \cdot (AC + AY)}$$

$$\frac{(AC + AY) \cdot AY \cdot BM + AY^2 \cdot BM}{AC + AY} = \frac{2AZ \cdot AY \cdot BM + AC \cdot AZ \cdot BM}{AC + AY}$$

$$AC \cdot AY \cdot BM + 2AY^2 \cdot BM = 2AZ \cdot AY \cdot BM + AC \cdot AZ \cdot BM$$

$$AC \cdot AY + 2AY^2 = 2AZ \cdot AY + AC \cdot AZ$$

$$6AY + 2AY^2 = 2 \cdot 3 \cdot AY + 6 \cdot 3$$

$$AY^2 = 9 \Rightarrow AY = 3$$

$$BZ = 3 + \frac{6 \cdot 3}{3} = 9$$

5) $\triangle YAZ$: теорема косинусов: $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \angle YAZ$

$$\cos \angle YAZ = \frac{AY^2 + AZ^2 - YZ^2}{2AY \cdot AZ} = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

6) $\triangle ABC$: теорема косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \cos(180^\circ - \angle YAZ) = 12^2 + 6^2 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 16 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \quad (1)$$

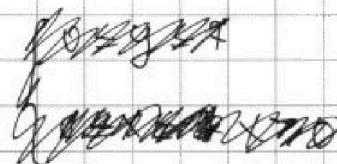
$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \quad (2)$$

Область определения:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-y \geq 0 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ x \geq \frac{y^2-14}{5} \end{cases}$$



Заметим, что при x, y принадлежащие к области определения уравнение 1 имеет решение только при $x=y$.

Проверим, имеет ли решение уравнение 1 при $x=y$.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-x^2+5x+14}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+2)(x-7)}$$

~~$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+2)(x-7)}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Число 2~~
~~Число 7~~
~~Число 5~~
~~Число 4~~
~~Число 3~~
~~Число 1~~

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$0 \leq x \leq 7$ из области определения

~~Сумма двух корней равна 7~~
~~Квадраты двух корней равны 9~~

~~Ответ: 2~~ ~~две корни~~

Данная система не имеет решений так как

$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = -7$, т.е. сумма квадратных корней чисел фиксированных значениях, то есть, может не может, ситуация, тогда

$\sqrt{x+2} = \sqrt{7-x}$ может не дать решений \Rightarrow исходная система не имеет решений

Ответ: нет решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

D. B. Smith, Jr.

Теориям социальной психологии в модуле стоят задачи по таким же темам (перечень тем программы)

Учебник по математике в чорнозем'ї

Dmber: $\frac{C_{100}^2}{40}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 2y \leq 2 \\ 2x + 3y \geq 3 \\ 1x - 8 \cdot 15 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 2 \\ 2x + 3y \geq 3 \\ 3x - 3y \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 3y \leq 3 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \quad :3$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x \leq 6 + 6y \\ 2y \geq 3 - 3x \end{cases}$$

A:

$$m(m-1) \quad 3y + 6x = A \quad -1 \leq 2x - y \leq 1$$

$$3(y + 2x) = A - 1 \leq 4x - 2y \leq 2$$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y \leq 3x + 3 \\ 3y \geq 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y + 6x \leq 9x + 3 \\ 3y + 6x \geq 9x - 3 \end{cases} \quad -2 \leq 2y - x \leq 2 \quad -4 \leq 3x \leq 4$$

$$|2x - 2y| \leq 2 \quad |x - y| \leq 1$$

$$x = y + a$$

$$|x - y| \leq 1$$

$$x = 0 \quad x = -1 \quad -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}$$

$$y = -1 \quad y = 0 \quad -1 \leq y \leq 1$$

$$m(m+1)$$

$$-3$$

$$-3$$

$$3 \leq y \leq -5 \quad -1 \leq 2x - y \leq 1$$

$$-2 \leq 2y - x \leq 2$$

$$|2x - y| \leq 1 \quad \frac{7+15}{2} \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -1 - 2x \end{cases} \quad 2x - 1 \leq y \leq -(2x + 1) \quad -3 \leq x + y \leq 3$$

$$\begin{cases} 2x - y \geq -1 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 2x - 1 \\ y \leq -1 - 2x \end{cases} \quad -1 \leq 2x - y \leq 1 \quad -4 \leq 0$$

$$-1 \leq y \leq 1$$

$$\begin{cases} -(2x + 1) > 0 \\ 2x - 1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 1 < 0 \\ 2x - 1 < 0 \end{cases}$$

$$x \leq 0$$

$$2y$$

$$-1 \leq y - 2x \leq 1 \quad y + 2x \quad -1 \leq y - 2x \leq 1$$

$$-2 \leq y + 2x \leq 2 \quad -2 \leq 2y - x \leq 2$$

$$\frac{4}{4} - 2x - 1 \geq 2x - 1 \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -1 - 2x \end{cases} \quad -1 \leq 2x - y \leq 1 \quad -2 \leq 2y - x \leq 2$$

$$\frac{17}{4} - 2 \geq 4x \quad x \leq -\frac{1}{2} \quad -2 \leq 2y - x \leq 2$$

$$\frac{17}{4} - 2 \geq 4x \quad x \leq -\frac{1}{2} \quad -1 \leq 2y - x \leq 1 \quad -3 \leq 3y - 3x \leq 3$$

$$\frac{17}{4} - 2 \geq 4x \quad x \leq -\frac{1}{2} \quad -1 \leq 2y - x \leq 1 \quad -3 \leq 3y - 3x \leq 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача имеет решения в натуральных числах \Rightarrow система~~
~~Задача имеет решения в натуральных числах.~~

~~Число удовлетворяет одне паре~~
~~чисел: $(5; 3)$~~

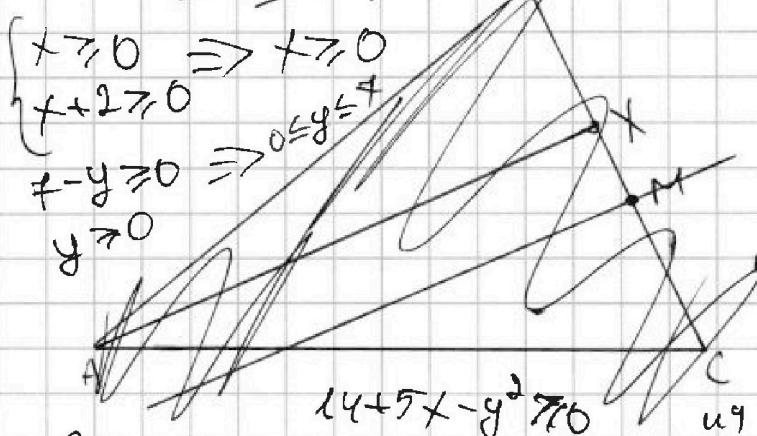
~~Ответ: $(5; 3)$~~

$$\frac{XC}{6} = \frac{MX}{AY}$$

$$\frac{MC}{BM} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{3} \cdot \frac{Y}{6+y} = 1$$

$$\boxed{\frac{BZ \cdot AY}{AY+6} = 3}$$



$$\frac{BM}{BZ} = \frac{MX}{AY}$$

$$14 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$\frac{-14}{35} 3AY + 18 = BZ \cdot AY$$

$$\frac{BM - MX}{6} = \frac{MX}{AY}$$

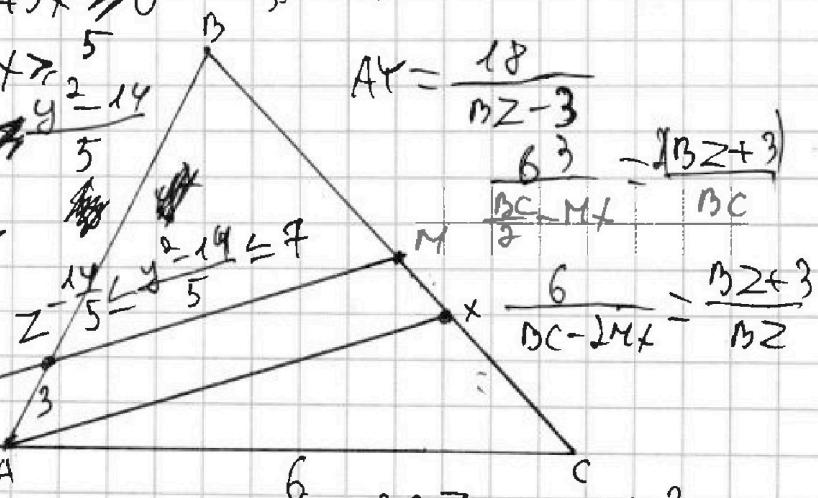
$$\begin{matrix} x > 5 \\ y^2 - 14 \end{matrix}$$

$$AY = \frac{18}{BZ - 3}$$

$$\frac{6}{3} = \frac{BZ+3}{BC}$$

$$6MX = BM \cdot AY - MX \cdot AY$$

$$MX = \frac{BM \cdot AY}{6 + AY}$$



$$\frac{BM}{BZ} = \frac{BZ \cdot AY}{(6 + AY) \cdot AY}$$

$$\frac{AY}{BZ} = \frac{AY}{6 + AY}$$

$$\frac{2BZ}{MC} = \frac{AY^2}{MX}$$

$$\frac{MX(BZ-3)}{18} = \frac{BC-2MX}{12}$$

$$6BZ = BC \cdot BZ + 3MC \cdot \frac{18}{2}$$

$$\frac{MX(BZ-3)}{2} = \frac{BC-MX}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Методом подстановки получаем, тогда $2063x^2 + 2d = (x^2 - 2x)^2$

$$(x-1)(x^2 - 3x^2 - 2x + 4)$$

$$x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 4x - x^3 + 3x^2 + 2x - 4$$

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 \\ (x^2 - 2x)^2 + 2d = 9x^2 \end{cases}$$

$$(6 - 9x - (x^2 - 2x)^2 + 2d = 0)$$

$$2d = (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6$$

$$6 - 9x + (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6 = \frac{2}{5}(9x^2 + 9x - 6) = (x^2 - 2x)^2$$

$$6 - 9x + 5d = 9x^2$$

$$30 - 45x + 18x^2 + 18x - 12 = (x^2 - 2x)^2$$

$$5d = 9x^2 + 9x - 6 \quad (5)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 6 \quad [9] - [8] < \boxed{+} - \boxed{-}$$

$$6 - 9x + \frac{2}{5}(9x^2 + 9x - 6) = (x^2 - 2x)^2 \quad 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 6 \quad [9] - [8] < \boxed{+} - \boxed{-}$$

$$18x^2 - 27x + 18 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 \quad [9] - [8]$$

$$x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 27x - 18 = 0 \quad \boxed{+} - \boxed{-}$$

$$d = \frac{9x^2 + 9x - 6}{5} \quad (1)$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -4 & -14 & 27 & -18 \\ \hline 2 & 1 & -2 & -18 & -9 & -36 \\ -2 & 1 & -6 & -2 & 31 & \\ \hline 3 & 1 & -1 & -17 & -24 & \\ -3 & 1 & -7 & 7 & 6 & -36 \\ -6 & 1 & -10 & 46 & \cancel{x^3 - 2x^2 - 4x - x^2 + 2x + 4} & \\ \hline & (1-2\cancel{x^2-x}) \cdot (\cancel{5x+7}+1) + 6 + \cancel{7-x^3} - 3x^2 - 2x + 4 & & & & \end{array}$$

$$16 - 32 - 56 + 54 - 18 \quad -2$$

$$6 \cdot 2 \cdot \frac{51}{24} \quad -2$$

$$4 \cdot x^2 + 6x - 4 \quad \frac{33}{99}$$

$$0 = 36 + 16 = \frac{99}{1089}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{9} \quad \frac{1}{1369}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 18x^2 - 27x + 18 = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2 \\
 & 25x^4 - 14x^3 = 56x^2 - 25x^3 \Rightarrow x = \frac{-5+9}{-2} = 2 \\
 & 5x^4 - 20x^3 + 2x^2 + 27x - 18 = 0 \\
 & \text{Synthetic division:}
 \end{aligned}$$

$$6 - 9x + 6d = 9x^2 \quad |+2$$

$$y=3 \quad x^2(x^2 - 4x + 4)$$

$$x=2 \quad d = \frac{9x^2 + 9x - 6}{6} \quad | \quad x^2(x-2)^2$$

$$2+2+7 \quad 8 - 12 + 9 + 4 \quad | \quad -15$$

$$6 - 9x + 2 \cdot \frac{9x^2 + 9x - 6}{6} = (x^2 - 2x)^2 \quad | \quad .16$$

$$6 - 9x + 2x^2 - 6x^2 + 6x - 6 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 \quad | \quad -13 + 2+4$$

$$6 - 9x + 3x^2 + 3x - 2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 \quad | \quad .34$$

$$x_1 + x_2 = 1 \quad | \quad 58$$

$$x_1 \cdot x_2 = 4 \quad | \quad 79$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

~~$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & -4 & 1 & 6 & -4 \\ \hline 1 & -3 & -2 & 4 & 0 \\ \hline \end{array}$~~

~~$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & -1 & -4 & -4 \\ \hline -2 & 1 & -5 & 8 & \\ \hline 3 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ \hline -3 & 1 & -6 & & \\ \hline u & 1 & 1 & 2 & 10 \\ \hline -4 & 1 & -7 & -4 & 0 \\ \hline 1 & 1 & -2 & -4 & 4+4 \cdot 4 \\ \hline \end{array}$~~

$(x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$

$(x-\sqrt{5}) - (x-\sqrt{5})$

$3x^2 - 6x + 4 = 0$

$D = b^2 - 4ac \cdot 3 = 36 - 48 / 2$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 36 - 48 \leftarrow 0 + \boxed{3x^2 + 3x - 2}$$

$$\left(x - \frac{2 + \sqrt{5}}{2} \right) \cdot \left(x - \frac{2 - \sqrt{5}}{2} \right) \quad \boxed{x_1 = 1} \quad \boxed{x_2 = -2}$$

$$D = 9 + 9 - 2 \cdot 3 = 24 + 9 = 34$$

$$\boxed{(x+2)(x+7)} = \boxed{x^2 + 2x + 7x + 14} = \boxed{x^2 + 9x + 14}$$