



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a_n)$  — арифм. прогрессия

$$a_3 = 3x + 3 \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2 \quad a_8 = 3x^2$$

Найдем d — разность арифм. прогрессии  $(a_n)$ , тогда

$$\begin{cases} a_5 = a_3 + 2d \\ a_8 = a_3 + 6d \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d \\ 3x^2 = 3x + 3 + 6d \end{cases} \quad | : 3$$

$$\begin{cases} (x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d \\ 2d = x^2 - x - 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1 \text{ — корень} \quad (-1)^4 + 4(-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 2 = \\ = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - x^4 - x^3 \\ \hline - 3x^3 + 3x^2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline - 2x - 2 \\ - 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ x^3 + 3x^2 * -2 \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = -1 \text{ - корень}$$

~~$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \end{array}$$~~

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$$

~~$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 + 0x \\ 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$~~

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12 \quad \sqrt{D} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$x_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3} \quad x_2 = -1 + \sqrt{3}$$

Заметим, что  $d \neq 0$ .

$$2d = x^2 - x - 1 \text{ m.c. } d = \frac{x^2 - x - 1}{2}$$

$$x^2 - x - 1 \neq 0$$

Найдем:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ x \neq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |x - 3y| - 3 \leq 0 & |(x - 3y) + 3| > 0 \\ |3x - y| - 1 \leq 0 & |(3x - y) + 1| > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (|x - 3y| - 3)(|x - 3y| + 3) \leq 0 \\ (|3x - y| - 1)(|3x - y| + 1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (|x - 3y|^2 - 9) \leq 0 & ((x - 3y)^2 - 9) \leq 0 \\ (|3x - y|^2 - 1) \leq 0 & ((3x - y)^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 3y - 3)(x - 3y + 3) \leq 0 \quad (1) \\ (3x - y - 1)(3x - y + 1) \leq 0 \quad (2) \end{cases}$$

Ищем отвлеч.  $x$ :

1) Вариант:  $x = 3y + 3, x = 3y - 3$

$$\begin{array}{rcl} + & - & + \rightarrow x \\ 3y - 3 & 3y + 3 & \end{array} \quad \begin{cases} x \geq 3y - 3 \\ x \leq 3y + 3 \end{cases}$$

2) Вариант:  $x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}, x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$

$$\begin{array}{rcl} + & - & + \rightarrow x \\ \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} & \frac{1}{3}y + \frac{1}{3} & \end{array} \quad \begin{cases} x \geq \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} \quad |3 \\ x \leq \frac{1}{3}y + \frac{1}{3} \quad |3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \geq y - 1 \\ 3x \leq y + 1 \end{cases}$$

Ищем:

$$\begin{cases} x \geq 3y - 3 \\ x \geq \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} \end{cases} \quad x \geq \max(3y - 3; \frac{1}{3}y - \frac{1}{3})$$

$$\begin{cases} x \leq 3y + 3 \\ x \leq \frac{1}{3}y + \frac{1}{3} \end{cases} \quad x \leq \min(3y + 3; \frac{1}{3}y + \frac{1}{3})$$

Максимальн. члены были найдены.

Найдено члены  $x$  и  $y$  общие как можно дальше. Но для этого с мал. членов подобралось  $y$ , значит  $y$  превышение  $y_0 + \epsilon$  тем наш. знач.

Ответ: нет такого целого знач.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Идея:

$$\begin{cases} A = \pi r^2 \\ B = 45q^2 \\ M = 45q^2 \\ P = 13r^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} A &= m^2 + mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = \\ &= (m+n)(m+n-9) \\ B &= m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13r^2 \quad (1) \\ mn(m+n-3) = 3 \cdot 5 \cancel{q^2} \cancel{q^2} \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 3 \cdot 5^2 q^2 \quad (1) \\ mn(m+n-3) = 13r^2 \quad (2) \end{cases}$$

1) Доказываем, что  $13r^2 > 0$  и  $m+n > 9$  тогда

$$m+n-9 > 0 \text{ т.е. } m+n-9 > 0 \quad \begin{matrix} \text{(м.к. мац-нам)} \\ \text{т.е. } m+n > 9 \end{matrix}$$

Замечаем, что  $m+n$  и  $m+n-9$  разные члены, тогда  $(m+n)(m+n-9)$  — чётное. Гл. к.  $r$  — простое, то число  $13r^2$  может быть чётным только, если  $r=2$ . Идея:

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 2^2, m+n > 9$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m+n = 13$$

$$\begin{cases} m+n = 16 \\ m+n-9 = 2 \end{cases} \cancel{\text{f}}$$

$$\begin{cases} m+n = 52 \\ m+n-9 = 1 \end{cases} \cancel{\text{f}}$$

2) Замечаем, что если  $q \neq 2$ , то  $3 \cdot 5^2 q^2$  — нечёт, но есть  $mn(m+n-3)$  — даётно оно чёт. т.е.,  $m$  — нечёт,  $n$  — нечёт,  $(m+n-3)$  — нечёт,  $(m+n-3)$  — нечёт,  $m+n-3 > 0$ , т.е.  $m+n > 3$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Given } q \neq 2, 10mn(m+n-3) = 3 \cdot 5^2 q^2, m+n=13 \\ 10mn = 3 \cdot 5^2 q^2 \text{ m.e. } 2 \cdot 5 mn = 3 \cdot 5^2 q^2 \text{ m.e.} \\ 2mn = 3 \cdot 5 q^2 \\ \text{Given } q \neq 2, \text{ m.e. } 3 \cdot 5 q^2 - \text{min.}, \text{ & } 2mn - \text{min.}, \text{ given} \\ q = 2. \\ 2mn = 3 \cdot 5^2 q^2$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Länge} = 3 \cdot 5 \cdot 2 \\
 & \text{Summe } m+n = 15 \\
 & \begin{cases} m=3 \\ n=12 \end{cases} \quad \begin{cases} m=2 \\ n=13 \end{cases} \quad \begin{cases} m=5 \\ n=10 \end{cases} \quad \begin{cases} m=10 \\ n=5 \end{cases} \quad \begin{cases} m=15 \\ n=0 \end{cases} \\
 & \text{Kürz. } \begin{cases} m=6 \\ n=5 \end{cases} \quad \text{m.e. } \begin{cases} m=11 \\ n=13 \end{cases} \quad \begin{cases} m=60 \\ n=23 \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \\ n=10 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$2) \quad \text{ii)} \quad mN(m+n-3) = 6 / (m+n)(m+n-9) = 3 \cdot 5 \cdot 9 \\ (m+n)/(m+n-9) = \text{neim}, \text{ sonst } 9 = 2$$

$$(m+n)(m+n-2) - n(m-n), \text{ year } q=2$$

$$(m+n)(m+n-2) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^{k-2}$$

$$\text{Barrel: } m+n = x$$

$$x(x-\vartheta) = 300$$

$$x^2 - 9x - 300 = 0$$

$$D = (-\delta)^2 - 4 \cdot (-300) = 81 + 1200 = 1281$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \sqrt{b^2 - 4ac} = \text{Kubikwurzel}$$

$\frac{x}{m+n} - \text{нрапу}$ .  
 $m+n$  - ~~количество~~  $m \cdot n$  м.р.  $m+n$  - нрапу -  
 не совпадают м.р.  $m+n$  - равные.  $m \neq n$ .  
 $m \in \emptyset$   $n \in \emptyset$ ,  $mn(a) = (b) \cap (c) \neq m \in \emptyset; n \in \emptyset$ .

$$(1) V(2a) : m=3, n=10; m=2, n=15; m=5, n=6; m=10, n=3$$

$$\underline{m=15, n=2; m=6, n=6} \quad m=3, n=10; m=10, n=3.$$

Aufgabe:  $\exists, \forall m \geq 3, n = 10; m = 3, n = 15; m = 5, n = 6;$

$$m=10, n=3; \quad m=15, n=2$$

Defem:  $m=3, n=10$ ;  $m=10, n=3$ .

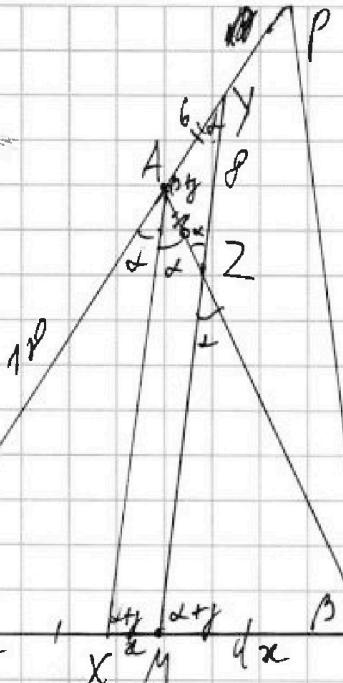
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:  $\triangle ABC$ ;  $AX$ -дисс-са;  
 $M$ -середина  $BC$ ;  $Y \in$  прям.  $AC$ ;  
 $MY \parallel AX$ ;  $AB \cap MY = Z$ ;  
 $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .  
Найти:  $Bc$

Решение

1) Найдем  $\angle BAX = \angle BAY = \alpha$ ,  $\angle C = f$ ,  $\angle B = \beta$   
 $\angle AZY = \angle BAY = \alpha$  (пак. насторон лин. при  $AX \parallel MY$ ).

$\triangle ABC$ :  $\angle BAC + \angle C + \angle B = 180^\circ$

$$2\alpha + f + \beta = 180^\circ.$$

$\angle BAY = \angle C + \angle B = \beta + f$  - внешний угол  $\triangle ABC$ .

$\triangle AZY$ :  $\angle BAY + \angle CYM + \angle AZY = 180^\circ$

$\angle CYM = 180^\circ - \beta - f - \alpha$   $\angle CYM = \angle CAZ = \alpha$  (сополемене  
пак  $AX \parallel MY$ ), зал.  $\triangle AZY$  - п/о, зал.  $AY = AZ = 6$

2)  $AX \parallel MY$  зал.  $\frac{AY}{AC} = \frac{MY}{CX}$  (по т. Гарлеса)

$\frac{MY}{CX} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ . Найдем  $MX = z$ , тогда  $CX = 3z$ .

$BM = CM = MX + CX = z + 3z = 4z$  (пак.  $Y$ -одн.  $BC$ )

3)  $AX$  - медиана в  $\triangle ABC$ , зал.  $\frac{AC}{CX} = \frac{4B}{3z}$   
(по обл. медианам)  $AB = \frac{AC \cdot BX}{CX} = \frac{18 \cdot 5z}{3z} = 30$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4)  $\text{Найти } m. \cos \angle ZAY:$

$$\cos \angle ZAY = \frac{\sqrt{Z^2 - AY^2 + A2^2 - Y2^2}}{2AY \cdot A2} = \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{-8}{72} = -\frac{1}{9}$$

$\cos \angle BAC = 180^\circ - \angle ZAY$  (смежные)

$$\cos \angle BAC = \cos(180^\circ - \angle ZAY) = -\cos \angle ZAY = -\frac{1}{9}$$

5)  $\text{Найти } m. \cos \angle BAC:$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos \angle BAC$$

$$(8x)^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9}$$

$$64x^2 = 324 + 900 + 1080 \cdot \frac{1}{9}$$

$$64x^2 = 1224 + 120 *$$

$$64x^2 = 1344$$

$$x^2 = 21 \quad x = \sqrt{21}.$$

$$BC = 8x = 8\sqrt{21}$$

Ответ:  $8\sqrt{21}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замечено, что всего 9 строк и 9 маленьких углов, т.е.  $9 \cdot 9 = 81$  — всего углов.  
Замечено, что если мы обойдем 2 боковых катета симметрическое относ. четырех сторон то при повторении они образуют 2 новых раскраски. Так же мог бы быть 2 новых раскраски при повторении, но эти раскраски не являются симметрическими относ. четырех сторон, что они образуют 4 новых раскраски при повторении.  
 $81 - 81 = 80$  раскрасок имеют еще симметрию.

$$\frac{80}{2} = 40 \text{ — пары симметрии. Каждый угол}$$

$$\frac{40}{2} = 20 \text{ — раскраски будут образовывать симметрию.}$$

Далее если не раскрасить 2 т.к. под раскраской будут повторяться при повторении т.к. это будет видно изнутри.

$$C_{20}^1 = \frac{20!}{18!1!} = 20 \text{ — различные способы выбора пары из 20.}$$

Каждая из 20 способов рисунок не повторяется

$$\text{от } \frac{80 \cdot 78}{2} = 40 \cdot 78 \text{ — различные способы выбора}$$

2 несимметрических углов. Две группы симметрических углов.

$$\frac{40 \cdot 78}{4} = 20 \cdot 19 \cdot 78 = 780 \text{ — способы выбрать 2 углы,}$$

чтобы картина при повторении не повторялась. Все

две группы симметрических углов.

$$80 \cdot 1 = 80 \text{ — способы выбрать пару с центральной группой}$$

углов

$$\frac{80}{4} = 20 \text{ — способы выбрать пару с симметрическими углами.}$$

Углов, чтобы раскраски при повторении не

повторялись

$$20 + 780 + 20 = 820 \text{ — способы выбрать углы, чтобы они}$$

были разными.

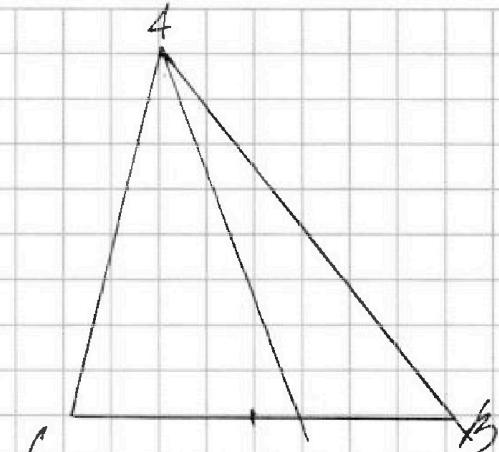
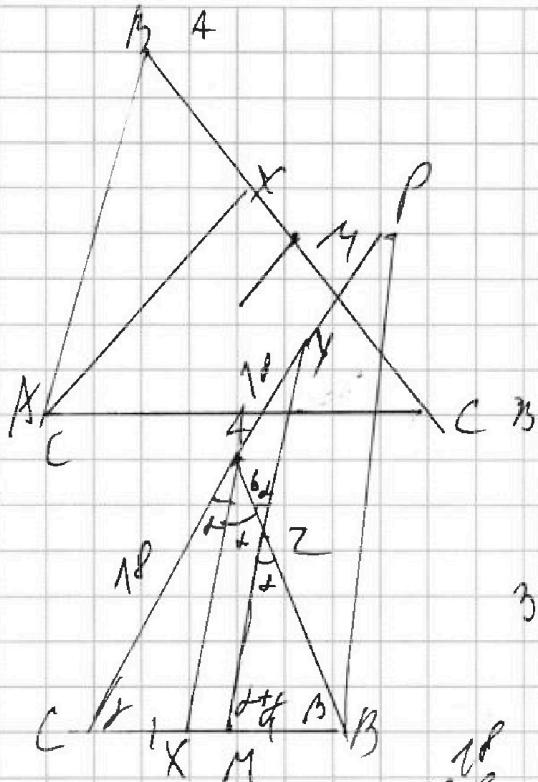


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\beta + \gamma = 180^\circ - 2\alpha$$

$$36 + 36 = 72$$

$$72 - 64 = 8$$

$$10 \cdot 6 = 108$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

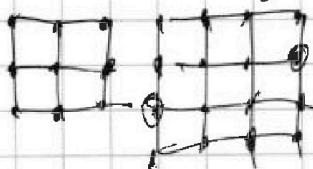
$$\begin{array}{r} 1080 \\ - 912 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ \overline{- 120} \\ 144 \\ - 12 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

81

входной - выход

$$\frac{8}{2} = 4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Hypothesis:  $x = 3y + 3$ ,  $x = 5y - 3$   
 $\begin{array}{r} + \\ \hline 3y - 3 \end{array}$     $\begin{array}{r} - \\ \hline 3y + 3 \end{array}$     $\Rightarrow x$   
 $y = 3x + 1$     $y = 5x - 3$   
 $x \in [3y - 3; 3y + 3]$     $(x \geq 3y - 3) \wedge (x \leq 3y + 3)$   
 $\frac{1}{3}y + \frac{1}{3} \geq y - 1$     $\frac{1}{3}y + \frac{1}{3} \leq y + 1$   
 $x \in [\frac{1}{3}y - \frac{1}{3}; \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}]$   
 $2x \leq 2(\frac{1}{3}y + \frac{10}{3})$     $x \geq \frac{10}{3}y - \frac{10}{3}$   
 $8x \leq \frac{40}{3}y + \frac{40}{3}$   
 $4y + 8x \leq \frac{40}{3}y + 12y + \frac{40}{3} = \frac{52}{3}y + \frac{40}{3}$   
 ~~$-2x \geq 3y + 3$~~     $\begin{cases} x \leq 3y + 3 \\ -3x \leq -y + 1 \end{cases}$   
 ~~$3x \geq y$~~     $\begin{cases} -x \geq -3y - 3 \\ 3x \geq y - 1 \end{cases}$   
 $-2x \leq 2y + 4$     $2x \geq -2y - 4$   
 $\begin{cases} 3y + 3 \geq x \\ 3x \geq y - 1 \end{cases}$   
 $\begin{array}{r} 3y + 3 \geq x \\ 3x \geq y - 1 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 2 \geq 3y - 3 \\ -x \geq -3y - 3 \end{array}$   
 ~~$\frac{3}{2} > y$~~     $6x \leq 24y - 24$   
 $2 - y \geq -1$   
 $x - y \leq 1$   
 $+ \frac{1}{3}y$   
 $\underline{+ \frac{9}{3}y}$   
 $\underline{\underline{9y}}$   
 $\max(x(4y + 8x))$   
 $(y - 3x + 1)(y - 3x - 1)$   
 $y = 3x + 1$   
 $x \geq 3y - 3$   
 $x \leq 3y + 3$   
 $\frac{1}{3}y + \frac{1}{3} \geq y - 1$   
 $\frac{1}{3}y + \frac{1}{3} \leq y + 1$   
 $x \geq \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$   
 $x \leq \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}$   
 $3x \geq y - 1$   
 $3x \leq y + 1$   
 $x \geq \frac{10}{3}y - \frac{10}{3}$   
 $x \leq \frac{10}{3}y + \frac{10}{3}$   
 $1281 \mid 3$   
 $x = 3y + 3$   
 $x = \frac{10}{3}y + \frac{1}{3}$   
 $12y + 8y + 1 = 12y + 8$   
 $\underline{\underline{16y}}$   
 $\underline{\underline{16}}$