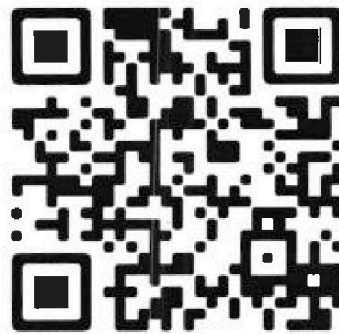




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть дан  $n$ -угольник. Значит сумма всех его углов равна  $180(n-2) = 180n - 360$ .

С другой стороны наименьший угол равен  $132^\circ$ .

• Сумма  $n$  чисел арифм. прогрессии:

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + (132 + 2(n-1))}{2} n = 132n + n^2 - n = n^2 + 131n.$$

$$\text{Итого: } 180n - 360 = n^2 + 131n \Rightarrow n^2 - 49n + 360 = 0.$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 360 = 961 - 1440 = 961 - 31^2 \Rightarrow n_{1/2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \begin{cases} 40 \\ 9 \end{cases}. \quad 40 > 9 \Rightarrow \text{Исходно имели } 40\text{-угольник.}$$

Ответ: 40

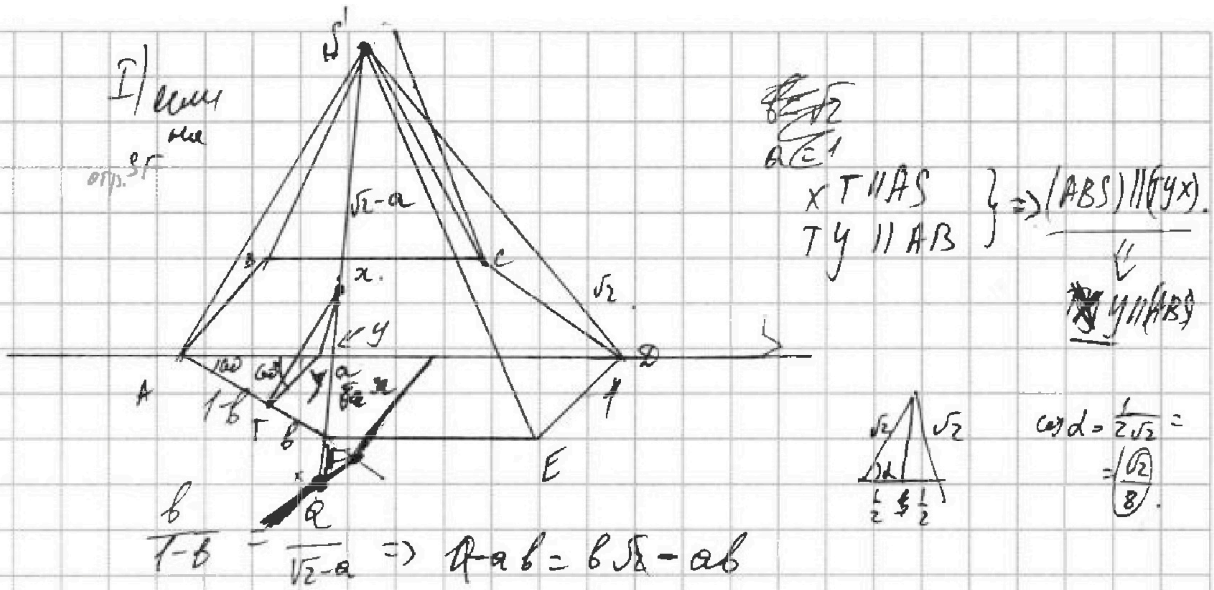


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

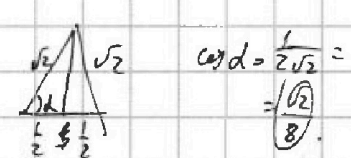
СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



I/смч  
на  
опр. ст

~~sqrt(2)~~  
ACE  
XT || AS } => (ABS) || (yx)  
TY || AB }  
y || AB



$$\cos d = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$\frac{b}{1-b} = \frac{1}{\sqrt{2}-a} \Rightarrow a \cdot b = b\sqrt{2} - ab$$

$$a = b\sqrt{2}$$

$$AT = TY = \frac{1-b}{2}$$



$$\frac{b}{1} = \frac{XT}{b\sqrt{2}} \Rightarrow XT = b\sqrt{2} = a = XF$$

$$xy^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \cos d$$

$$xy^2 = 2b^2 + (1-b)^2 - 2 \cdot b\sqrt{2} \cdot (1-b) \cdot \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$xy^2 = \frac{2b^2 + b^2 - 2b + 1 + \frac{b^2}{2}}{2} = \frac{3}{2}b^2 - \frac{5}{2}b + 1$$

$$\frac{b}{2a} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{5}{44}$$

$$\frac{4!}{2 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 28$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 54$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln(5^{2x}) \cdot (3^y \cdot 5^{2y}) \cdot (5^{3z}) = \ln(3^2 \cdot 5)$$

$$5^{(2x+2y+3z)} \cdot 3^y = 5^1 \cdot 3^2$$

Поскольку  $\text{НОД}(5, 3) = 1$  и  $x, y, z \in \mathbb{Z}$  }  $\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x + 3z = -3 \Rightarrow x \equiv -3 \pmod{3}, \text{ т.к. } \text{НОД}(2, 3) = 1.$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + (1 + \frac{2}{3}x)^2 = x^2 + 4 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$$

$f(x) = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$  - парабола, ветви которой направлены вверх  $\Rightarrow$  минимальное значение  $f(x)$  будет при  $x = x_B$  (т.к.  $\frac{13}{9} > 0$ )

$$x_B = -\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{2 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 13} = \frac{6}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$x \equiv 3$$

$$x = 3 \Rightarrow f(x) = 13 + 4 + 5 = 22$$

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 + 0 + 5 = 5$$

$$5 < 22 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow z = -1$$

Ответ: 5

} нужно рассмотреть ближайшие целые к  $\frac{6}{13}$  такие, чтобы были целыми.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть наименьшее число множества  $M$  равно  $n$ .  
Тогда  $M$  состоит из чисел:  $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$ .

Пусть  $S$  - сумма всех чисел множества  $M$ , тогда  
 $S = n + (n+1) + \dots + (n+6) = 7n + 21$ .

Пусть ~~р состоит из~~  $p = S - a$ , где  $a$  - число из  $M$ ,  
которое не вошло в сумму.

Аналогично  $q = S - b$ , где  $b$  - число из  $M$ , не вошедшее  
в сумму, причем  $a \neq b$ .

Поскольку  $n \in \mathbb{N}$ , то  $p$  и  $q > 2$ , значит;  $p, q \neq 2$   
 $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = (b - a)(a + b + 2S) = 1080$ .  
т.к.  $p, q$  - простые

$p = S - a = 7n + 21 - (n + k) = 6n + (21 - k)$ , где  $\begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ k \in [0; 6] \end{cases}$ .

$p \neq 2 \Rightarrow (6n + (21 - k)) \neq 2 \Rightarrow (21 - k) \neq 2 \Rightarrow k$  - четное,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow k \in \{0, 2, 4, 6\} \Rightarrow a \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$ .

Аналогичные рассуждения для  $q = S - b$ :

$b \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$ .

$p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow p > q \Rightarrow a \neq b \Rightarrow a \neq n+6; b \neq n$ .

Переберем все варианты:

1)  $a = n$  и  $b = n+2 \Rightarrow 2(-2n+2+2(n+2)) = 1080$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = -n - 1 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 20 \Rightarrow 6n = 250 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ противоречие}$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array}$$

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 4 + 2(7n + 21))$$

$$135 = -n - 2 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 19$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ Противоречие}$$

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 3(-n - 3 + 7n + 21)$$

$$90 = 6n + 18$$

$$30 = 3n + 6$$

$$10 = n + 2 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow a = 8, b = 14, S = 77 \Rightarrow q = 63 \div 3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow q \notin \mathbb{P}$   
Противоречие

$$4) a = n + 2, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 3 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 18$$

$$90 = 2n + 6 \Rightarrow 45 = n + 3 \Rightarrow n = 42 \Rightarrow a = 44, b = 46, S = 305 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p = 271 \\ q = 269 \end{array} \right\}$$

~~$\Rightarrow q = 269 \notin \mathbb{P}$  и  $q = 269 \notin \mathbb{P}$  противоречие~~  
 ~~$\Rightarrow p = 271 \notin \mathbb{P}$  и  $q = 269 \notin \mathbb{P}$  противоречие~~

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -2n - 8 + 2(7n + 21)$$

$$135 = -n - 4 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 17$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ -противоречие}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 5 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 16$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ -противоречие}$$

Итого: подходит только  $n = 42$

отв:  $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

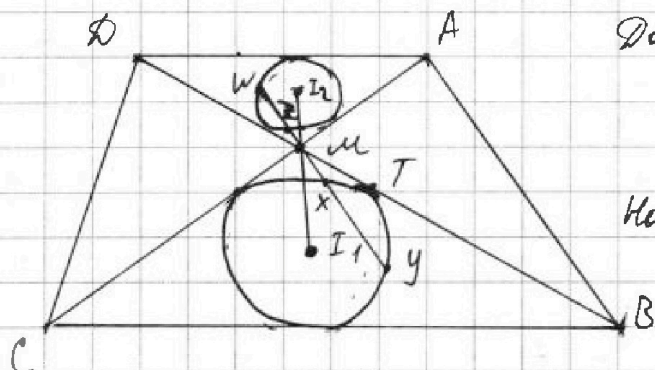


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $ABCD$ -трапеция  
 $AD:BC = 1:2$   
 $I_1, I_2 = 8$   
 $r_1 \cdot r_2 = 9$   
 Найти:  $R_1$

Решение:

$\angle I_1$  - бисс.  $\angle CMB \Rightarrow \angle CMI_1 = \frac{1}{2} \angle CMB$ .  
 $\angle I_2$  - бисс.  $\angle DMA \Rightarrow \angle DMI_2 = \frac{1}{2} \angle DMA$ .  
 $\angle DMA = \angle CMB$  - вертик.

}  $\Rightarrow \angle DMI_2 = \angle CMI_1$

$M \in DB$   
 $\angle DMI_2 = \angle CMI_1$

}  $\Rightarrow M \in I_1 I_2$

$\triangle CMB$  и  $\triangle DMA$ :

$\angle DMA = \angle CMB$

$\angle DAM = \angle MCB$  - накр. лет. при  $AD \parallel BC$ , сск.  $AC$

}  $\Rightarrow \triangle DMA \sim \triangle CMB$   
(относ. т. М)

$\Rightarrow \triangle DMA$  гомотетична  $\triangle CMB$  с коэффициентом  $-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow w_2$  гомотетична  $w_1$  с коэффициентом  $(-2)$  (относ. т. М)

$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{2} R_1$  (где  $R_1$  - радиус  $w_1$ ,  $R_2$  - радиус  $w_2$ ).

$MX = 2MZ$  ;  $MI_2 = \frac{1}{2} MI_1$

$MW = \frac{1}{2} MY$  по св-ву касат.

Пусть  $w_1 \cap AMB = T \Rightarrow MT = MX + MY = 2MZ + MY = 18$ .

$I_1 I_2 = MI_2 + MI_1 = 3MI_2 \Rightarrow MI_2 = \frac{I_1 I_2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$

$\triangle MIT_1$ :  $I, T \perp MT$  - по свойству касат  $\Rightarrow$

$\angle MIT_1 = 90^\circ \Rightarrow MI_1^2 = MT^2 + IT^2$  - по т. Пифагора  $\Rightarrow$

$\Rightarrow IT^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 18 = \frac{94}{9} \Rightarrow IT = R_1 = \frac{1}{3} \sqrt{94}$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Треугольные пирамиды:~~

~~Не 3 точки, лежащих на 1 прямой, иначе 4 точки~~  
назавем 4 точки  $\notin \alpha$  особыми. образуют плоскость  $\neq \alpha$

~~Треугольные пирамиды; содержащие ровно:~~

1) 1 особая точка: ~~не могут содержать~~ могут содержать

$$C_4^1 \cdot (C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8) = 4(56 + 35 + 32 + 16 + 8 + 1) = 4 \cdot 196 = 784$$

от 3 до 8 точек  $\in \alpha$ .

2) 2 особые точки: могут содержать не более 2-х точек  $\in \alpha$ , иначе не пирамида  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 120 + 48 = 168$$

3) 3 особые точки: могут содержать не более

1-й точки  $\in \alpha$ , иначе не пирамида  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C_4^3 \cdot C_8^1 = 4 \cdot 8 = 32$$

4) 4 особые точки: не могут содержать точек  $\in \alpha$ ,

иначе не пирамида  $\Rightarrow C_4^4 = 1$

5) 0 особых точек  $\Rightarrow$  все точки  $\in \alpha \Rightarrow$  не пирамида.  $\Rightarrow 0$ .

$$\text{Итого: } 1 + 32 + 168 + 784 = 785 + 200 = 985$$

~~не пирамида~~

Ответ: 985.



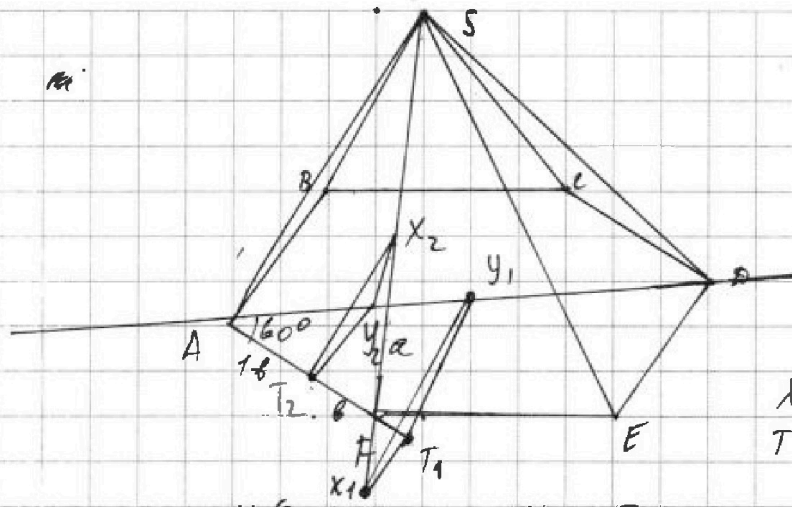


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$X \in SF, XT \parallel SB, TE \parallel AF,$~~   
 ~~$F$~~

$X \in SF; (ASF): XT \parallel SA,$   
 $TE \parallel AF; (ABCSD): TY \parallel AB,$   
 $YE \parallel AD;$

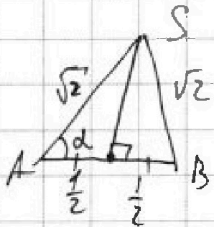
$XT \parallel SA \} \Rightarrow (TYX) \parallel (SAB) \Rightarrow$   
 $TY \parallel AB$

$\Rightarrow XY \parallel (SAB).$

$AS \parallel T_2 X_2 \Rightarrow \angle SAF = \angle XTF - \text{напр. лем.} \} \Rightarrow$   
 $\angle TXF = \angle ASF - \text{напр. лем.}$

~~$X_2 \in \text{отр. } SF \Rightarrow T_2 \in \text{отр. } AF$~~   
 $\Rightarrow \triangle XTF \sim \triangle SAF.$

$TY \parallel AB, \} \Rightarrow \angle XTY = \angle SAB, \text{ или } \angle XTY = 180^\circ - \angle SAB.$   
 $XT \parallel AS$



$\triangle SAB: SA = \sqrt{2}; SB = \sqrt{2}; AB = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos \angle SAB = \frac{1+2-2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$\triangle XTY: XY^2 = XT^2 + TY^2 - 2XT \cdot TY \cdot \cos \angle XTY = XT^2 + TY^2 - 2XY \cdot TY \cdot \cos \angle SAB,$$

т.к. ~~то~~  $\cos \angle XTY > 0 \Rightarrow \cos \angle XTY = \cos \angle SAB$

$$\angle BAF = 120^\circ$$

$$\angle BAF = \angle DAF = 60^\circ$$

$TY \parallel AB \Rightarrow \angle BAY = \angle AYT = 60^\circ \Rightarrow \triangle AYT - \text{равноб.} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AT = AY = TY.$$

$$TF = b \Rightarrow AT = 1 - b; \quad XF = a, \quad SX = \sqrt{2} - a.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n+1 + n+21 = 2n+22$$

$$\div 3 \quad \div 3 \Rightarrow n \in \emptyset$$

$$2) a=n, b=n+4. \Rightarrow 1080 = 4 \cdot (2n+4 + 2(14n+21))$$

~~270~~  $270 = 16n + 46$

$135 = 8n + 23$

$8n = 112 \Rightarrow n = 14 \Rightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 18 \\ c = \end{cases}$

~~37~~ 
$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 7 \\ \hline 217 \end{array}$$

$217 + 21 = 238$

$238 - 31 = 207$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 3} \\ - 9 \quad 136 \\ \hline 18 \end{array}$$

$18 + 90 =$

$$\begin{array}{r} - 305 \\ - 42 \\ \hline p \quad 263 \end{array}$$

$q = 261$

$110 = 55 \cdot 2 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ \sqrt{4} \\ \hline 284 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ + 21 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 7 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ + 21 \\ \hline 119 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n + 1 + 7n + 21 = 8n + 22.$$

$$135 = 4n + 11$$

$$4n = 124$$

$$n = 31 \Rightarrow a = 31; b = 33; S = 238, p = S - a = 207 : 3 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}.$$

Противоречие.

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 4 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 14n + 4 + 42 = 16n + 46.$$

$$135 = 8n + 23$$

$$8n = 112$$

$$n = 14 \Rightarrow a = 14; b = 18; S = 119 \Rightarrow p = 105 : 5 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}$$

Противоречие

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(2n + 6 + 2(7n + 21)).$$

$$360 = 4(n + 3 + 7n + 21).$$

$$90 = 8n + 24$$

$$\div 4 : 4 : 4 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ Противоречие.}$$

$$4) a = n + 2; b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 3 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 24$$

$$\div 8 : 8 : 8 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ - Противоречие.}$$

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 8 + 14n + 42.$$

$$135 = n + 4 + 7n + 21$$

$$135 = 8n + 25 \Rightarrow 8n = 110 \Rightarrow n = \frac{55}{4} \notin \mathbb{P} \text{ - противоречие.}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 5 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 26 \Rightarrow 8n = 244 \Rightarrow n = 30.5 \text{ - противоречие.}$$

$$135 = 4n + 13 \Rightarrow 4n = 122$$

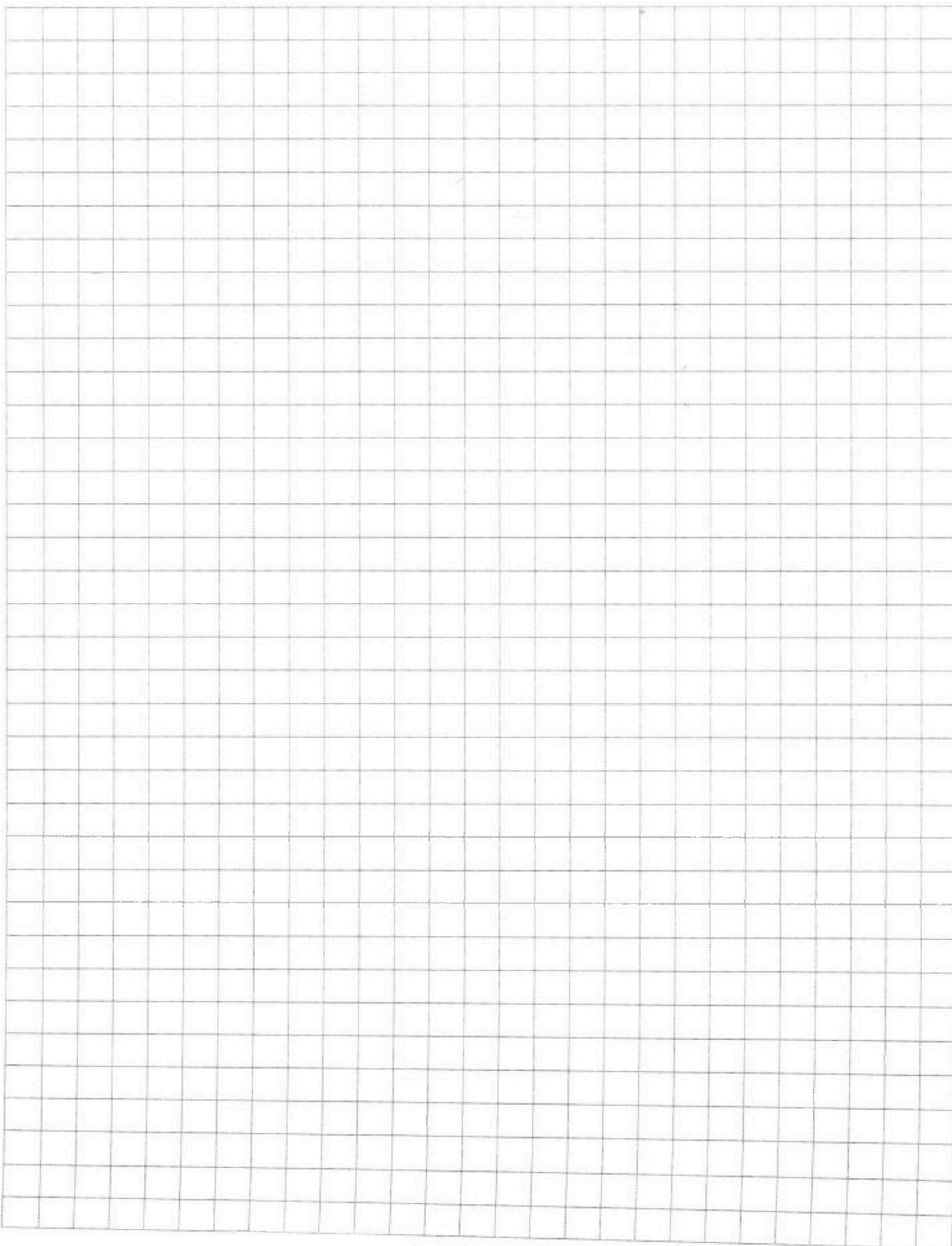


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$

$p = a+b$   
 $q = b+c$

$\rightarrow$  -общая часть  
 $\rightarrow$  ,  $p \neq q$   
 $a > c$

$(p+2)/(p+9) = 10/10$

$(a+c) / (a+c+2b)$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 $\in [1; 6]$   $(b + 2n + 21)$

$1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1$

$\sum_{i=1}^7 r_i = 7n + 21$

$p \neq q \Rightarrow$  нечетное  $\Rightarrow 6n + (k+1)$

$p > 2$

$- (n+1) = 6n + 20$

$7n + 21 = 6n + 19$

$\cdot 108$   $| 4 = 2^2$   
 $\cdot 8$   $| 2^3 = 2^3$   
 $\cdot 28$   
 $\cdot 28$   
 $\cdot 0$

$8 \cdot \begin{matrix} 5 \\ \times 27 \\ 8 \\ \hline 216 \\ 5 \\ \hline 1080 \end{matrix}$

~~арррррр~~

~~арррррр~~

~~арррррр~~

и не одной четности

и ~~рррр~~  $\in (n+2, n+4, n+6) \cdot a$

$a-c = \begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases}$

$a-c=2 \Rightarrow a+c+2b = \underline{540}$

1)  $n+2$  и  $n+4 \Rightarrow 2n+6+$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14}} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

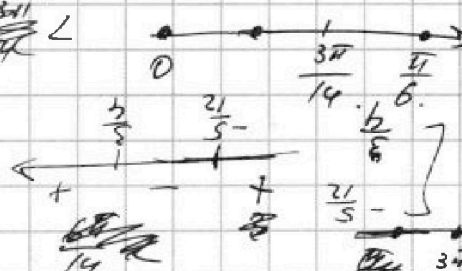
$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{2}} \quad 4 \sin \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} < 4 \sin \frac{3\pi}{14} < 4 = 4 \sin \frac{\pi}{2}$$

5

$$\textcircled{1} < 1 < \sin < 5 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14}$$



$$0 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3}{2}$$

$$0 < 4 \cos \frac{3\pi}{7} < 2$$

$$-2 < -4 \cos \frac{3\pi}{7} < 0$$

$$-2 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} = 4 \cos \frac{3\pi}{7} < \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{2} = 51 - x^2 + 139; -x^2 + 8x$$

$$5 - 4 \sin 3x \sqrt{3 \sin 3x} - 4 \cos 6x$$

$$5 - \sin 9x \sqrt{6 / \sin 6x \cdot \cos 3x} - 4 \cos 6x$$

$$5 + 4 / (\sin x - \sin 3x) \sqrt{3 \sin 3x}$$

$$5 - 8 \sin 4x \cos 5x \sqrt{3 \sin 3x}$$

$$8(1 - \sin 4x \cos 5x) \sqrt{3(1 - \sin 3x)}$$

$$8 - 7 = 1$$

$$\sin \frac{9\pi}{14} = \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} = \cos \frac{4\pi}{7}$$

$$\cos \frac{3\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7}$$

$$3 \sin^2 x - 4 \sin x$$

$$3 \sin^2 x - 4 \sin x$$

$$\frac{2}{7} - \frac{8}{6}$$

$$\frac{2}{7} \cdot 6 - \frac{8}{6} \cdot 3 = 12 - 4 = 8$$

$$\frac{2}{7} - \frac{8}{6} = \frac{8}{6} \cdot 4 - \frac{2}{7} \cdot 5 = 11 \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{7} = x$$

$$1 - \frac{2}{7} = x$$

$$3 \sin 3x = 4 \sin x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = S - a \leftarrow \text{т.е. число, а не буква}$$

$$q = S - b$$

$$(p - q) / (p + q) = 1080$$

$$(b - a) (2S - a - b) = 1080$$

$$\left. \begin{aligned} S &= 4n + 21 \\ S - a &= 2k + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 12 + \frac{1}{4} \\ b &= 4 + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ - 44 \\ \hline 271 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 21 \\ \hline 22 \\ \times 42 \\ \hline 294 \\ + 21 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$1) \left. \begin{aligned} a &= n + 2 \\ b &= n + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 540 = 2S - a - b = 74n + 42 - 2n - 6 = 12n + 36$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ - 48 \\ \hline 492 \\ : 12 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$45 = 4 + 3$$

$$n = 42$$

$$a = 44; b = 46$$

$$\Rightarrow S = 315; p = 271; q = 269$$

$$2) \left. \begin{aligned} a &= n + 2 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 270 = 14n + 42 - 2n - 8 = 12n + 34$$

$$3) \left. \begin{aligned} a &= n + 4 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\cos \cos - \sin \sin}{\cos \cos + \sin \sin} = \frac{\cos 16}{\sin 16} = 256$$

$$\times \frac{18}{2} = 30 + 24 = 54$$

$$540 = 14n + 42 - 2n - 10$$

$$540 = 12n - 32$$

$$:3 \quad :3 \quad :3$$

$$80 + 42 = 162$$

$$- 256$$

$$\hline 162$$

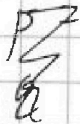
$$\hline 94$$

$$n = 42$$

$$\cos \frac{x+4}{2} - \cos \frac{x+4}{2} =$$

$$5 - 4 \cos \frac{2x}{4} \vee 3 \cos \frac{2x}{4} - 4 \cos \frac{3x}{4}$$

2



$$\frac{x}{4} = t$$

$$5 - 4 \cos x \vee 3 \cos 2x - 4 \cos 3x$$

$$5 \vee 4 (\cos x - \cos 3x) + 3 \cos 2x$$

$$5 \vee 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$

$$8 \sin^2 2x + 8 \sin^2 2x - 3 \sin^2 2x - 3 \cos^2 2x + 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \vee \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} = 5 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$\frac{3\pi}{14} - \frac{5\pi}{14} = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7} \quad \frac{4\pi}{14} = \frac{2\pi}{7} \quad \frac{10}{2}$$

$$5 + 4 \cos \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{9\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14} \cdot 2$$

$$5 \vee 8 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 8 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\frac{8}{14} \vee \frac{112}{14} > 8$$

$$5 - 2\sqrt{3} > 4 \cdot \frac{2}{5} = 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} > 2.8$$

$$\frac{8}{14} < \frac{112}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d=2, a_1=132, \quad 120 \cdot 8 = 720$$

$$\sum a_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(2a_1 + d) \cdot n}{2}$$

$$180 \cdot 4 = 720$$

$$6-2$$

сумма членов  $n$ -угольника =  $180(n-2)$

$$\frac{264+2 \cdot 266 \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$360n - 360 = 266n$$

$$260n + 100n - 720 = 266n$$

$$84n = 720$$

$$4 \cdot 21 = 360 \cdot 2$$

$$n = \frac{360}{44} \approx 8$$

2-е лчс

$$\ln 75 = \ln 25 + \ln 3$$

$$\ln 125 = \ln 25 + \ln 5$$

$x, y, z$  лчс

$$x^2 \ln 5 + y^2 \ln 5 + y \ln 3 + z^2 \ln 25 + z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$e^{x \ln 25} \cdot e^{y \ln 75} \cdot e^{z \ln 125} = e^{\ln 45}$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x+2y+2z} \cdot 3^y \cdot 5^z = 3^2 \cdot 5^1$$

$$\left. \begin{aligned} 2x+2y+2z &= 1 \\ y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x+4+3z=1$$

$$2x+3z=-3$$

$$\begin{matrix} (?) & :3 & :3 \end{matrix}$$

$$x:3$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \left(1 - \frac{2}{3}x\right)^2 = x^2 + 4 + 1 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x =$$

$$= x^2 + \frac{16}{9}x + 5$$

$y_{\min} = ?$

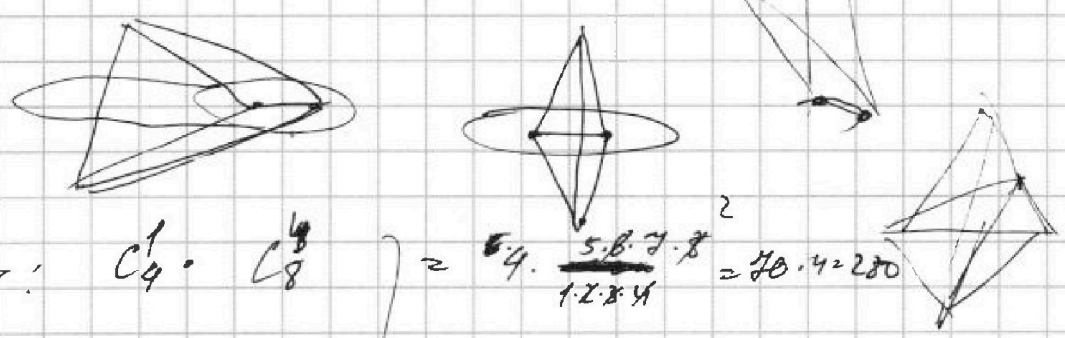
$$x_0 = \frac{-16}{9} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow -1 &\Rightarrow 6 - \frac{16}{9} = \frac{54-16}{9} = \frac{38}{9} \approx 4.2 \\ \rightarrow 0 &\Rightarrow 5 \\ \rightarrow -3 &\Rightarrow 14 - \frac{16}{9} \approx 13.1 \end{aligned}$$

$$14 + \frac{15}{9} \cdot 3$$

30  
 если из 4 точек:  $C_4^3 = 4 \Rightarrow 1 + 8 \cdot 4 = 33$   $\leftarrow$  3 особые точки  
 4 особых точки  
 $C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56 - 3 \text{ из оп.} \Rightarrow 33 + 216 = 249$   
 $56 \cdot 4 = 216$   
 1 особая + 3 оп.

~~если из 5 точек~~  
 2 особые точки  $\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 168$   
 $3 \cdot C_4^1 = 6$   $\frac{8 \cdot 7}{2} = 4$   $120 + 48$



$C_4^1 \cdot C_8^4 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4 \cdot 70 = 280$   
 $C_4^2 \cdot C_8^5 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 32 \cdot 4 = 128$   
 $C_4^3 \cdot C_8^6 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 14 \cdot 4 = 56$   
 $C_4^4 \cdot C_8^7 = 4 \cdot 8 = 32$   
 $C_4^5 \cdot C_8^8 = 4 \cdot 1 = 4$

800 - 16 = 784

78 + 48 + 9 = 135  
 57  
 + 89  
 196

$x + 4z = 5$   
 $5x + 3y + 5z = 5$   
 $2x + 4y + 3z = 1$   
 $2x + 3z = -3$   
 $z = 1$   
 $5x + 3y + 5 = 5 \Rightarrow 5x + 3y = 0$   
 $2x + 4y + 3 = 1 \Rightarrow 2x + 4y = -2$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Логич QR-кода неопущена!



$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = n(n+1) + 132n$$

$$180(n-2) = -n^2 + 133n$$

$$n^2 - 133n + 180n + 560 = 0$$

$$n^2 - 49n - 360 = 0$$

$$49^2 + 360 \cdot 4$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 49^2 - 360 \cdot 4 = 31^2 \Rightarrow n =$$

$$\left[ \frac{49 \pm 31}{2} = \frac{80}{2} = 40 \right]$$

$$\frac{49 - 31}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ 1440 \\ \hline 3841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 329 \\ 188 \\ \hline 517 \end{array}$$

$$\underline{2204}$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$32 + 1 = 33$$

$$\begin{array}{r} 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array}$$

~~$$3649$$~~

$$\begin{array}{r} 30793 \\ - 1968 \\ \hline 32761 \\ + 188 \\ \hline 34641 \\ + 1440 \\ \hline 36081 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1968 \\ \times 18 \\ \hline 35424 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1440 \\ \times 121 \\ \hline 174240 \end{array}$$

$$0 = 181^2 - 492 \cdot 4$$

$$n^2 - 171n + 492 = 0$$

$$180n - 360 = 132 + n^2 - n$$

$$S = (n-2) \cdot 180$$

$$\frac{(264 + (n-1) \cdot 2)n}{2} = \frac{2}{2} \cdot \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_1 = a_1 + 0$$

$$d = 2$$

$$132 + 132 + 2n$$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядк QR-кода неопределяется!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
из

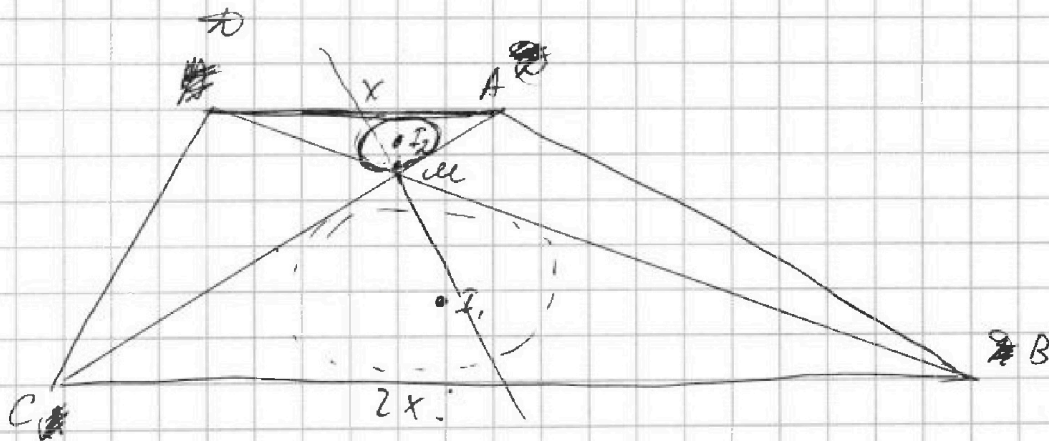
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n, n+1, \dots, n+6$ . - 7 чисел.

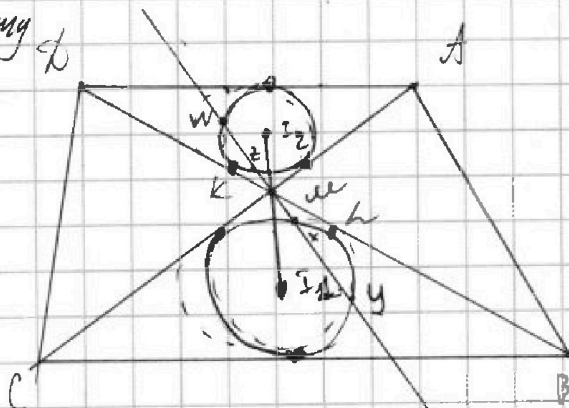
$$\sum_{b=0}^6 n_{b0} = p.$$

Пусть это  $a, b$  и  $c$   
 можно в 1, можно в обе, можно в 2

$$(a+b)^2 - (b+c)^2 = 1080.$$



$$\begin{aligned}
 ME &= \frac{1}{2} MX = \frac{1}{2} MX = 2M^2 \\
 ML^2 &= MX \cdot MY = 2M^2 \cdot MY \\
 ML &= 3\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2AD &= BC. \\
 ME \cdot MY &= 9. \\
 I_1, I_2 &= 8. \\
 R_1 &= ? \\
 ML &= 2MK. \\
 ML^2 &= MX \cdot MY \\
 MK^2 &= ME \cdot MW
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4ME \cdot MW &= MX \cdot MY \\
 KM^2 + r^2 &= I_2 M^2 \\
 MI_1^2 + 4KM^2 + r^2 &= I_1 M^2 = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2I_2 M &= I_1 M \Rightarrow \\
 \Rightarrow I_2 M &= \frac{8}{3}; I_1 M = \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

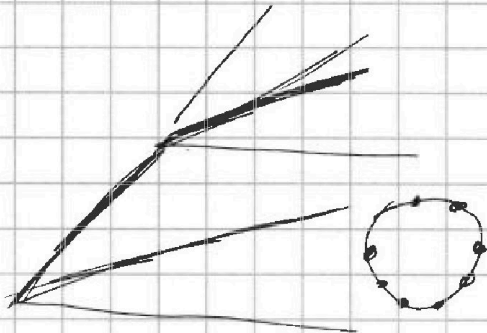


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

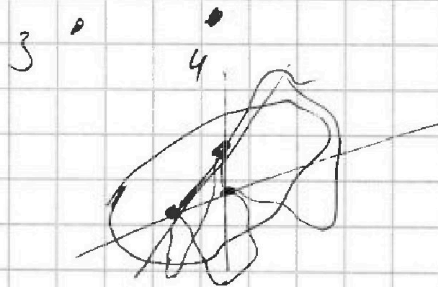
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. 2.



123

123 }  
124 } 4 стр.  
129 }  
234 }  
134 }  
234 }  
134 }

C3  
C4  
C5  
C6  
C7  
C8  
C9  
C10  
C11  
C12  
C13  
C14  
C15  
C16  
C17  
C18  
C19  
C20  
C21  
C22  
C23  
C24  
C25  
C26  
C27  
C28  
C29  
C30  
C31  
C32  
C33  
C34  
C35  
C36  
C37  
C38  
C39  
C40  
C41  
C42  
C43  
C44  
C45  
C46  
C47  
C48  
C49  
C50  
C51  
C52  
C53  
C54  
C55  
C56  
C57  
C58  
C59  
C60  
C61  
C62  
C63  
C64  
C65  
C66  
C67  
C68  
C69  
C70  
C71  
C72  
C73  
C74  
C75  
C76  
C77  
C78  
C79  
C80  
C81  
C82  
C83  
C84  
C85  
C86  
C87  
C88  
C89  
C90  
C91  
C92  
C93  
C94  
C95  
C96  
C97  
C98  
C99  
C100

$$\begin{array}{r} 269 \\ 94 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ 12 \\ \hline 284 \\ 482 \\ \hline 796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 308 \\ 44 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 121 \\ \hline 163 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 369 \\ 341 \\ \hline 710 \\ 44 \\ \hline 754 \end{array}$$

$$116.6 = \frac{116.6 \cdot 2}{2} = \frac{233.2}{2} = 116.6$$