МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 1080$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{9\pi}{14}$ или $3\sin\dfrac{3\pi}{14} - 4\cos\dfrac{3\pi}{7}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 4 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 Пусть прогрессия возрастающая и её последний член равен $132+2n$, т.е. всего в ней $n+1$ член. Тогда у мн-ка $n+1$ вершина, т.е. сумма его углов равна $180(n-1)$. Тогда $\frac{(132+132+2n)(n+1)}{2}=(132+n)(n+1)=180(n-1)=180n-180$; $132n+n^2+132+n=180n-180$;
$n^2-47n-48=0$. Заметим, что $n_1=-1$, значит $n_2=48$. Т.к. $n+1$ - кол-во вершин мн-ка $\Rightarrow n\in\mathbb{N}$. Для $n=48$ наибольший угол будет равен $132+2\cdot48=228$, но т.к. угол $>180°$, мн-к невыпуклый $\Rightarrow$ для возрастающей прогрессии таких многоугольников не существует.
Пусть прогрессия убывающая и её последний член равен $132-2n$, то есть всего в ней $n+1$ член и в мн-ке $n+1$ вершина. Тогда $\frac{(132+132-2n)(n+1)}{2}=(132-n)(n+1)=131n-n^2+132=180n-180$; $n^2+49n-312=0$.
$D=49\cdot49+312\cdot4=2401+1248=3649 \Rightarrow \sqrt{D}\notin\mathbb{Q}\Rightarrow n\notin\mathbb{N}\Rightarrow$ для убывающей прогрессии таких многоугольников не существует.
Ответ: таких мн-ков не существует.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!**

Задача 3. Пусть мн-во M это числа $n, n+1, \ldots, n+6$. Сумма всех чисел множества равна $7n + \frac{6\cdot 7}{2} = 7n+21$. Суммы шестерок это сумма всех чисел минус то число, которое не вошло в 6ку. Значит, суммы шестерок имеют вид $6n+15, 6n+16, 6n+17, 6n+18, 6n+19, 6n+20$ и $6n+21$. p и q — две из таких шестерок, очевидно не равные, т.к. в противном случае $p^2-q^2=0$. $p>q$, т.к. $p^2-q^2=1080$.

Пусть $p=6n+a$, $q=6n+b$, где a и b — 2 различных числа из мн-ва $V=\{15;16;17;18;19;20;21\}$. Тогда $p^2-q^2=(6n+a)^2-(6n+b)^2=(a-b)(12n+a+b)$, т.к. $p>q$, $a>b$. Число $a-b$ принимает натуральные значения от 1 до 6 включительно (т.к. это разность 2 чисел из V), а также $1080 \vdots (a-b)$.

Заметим, что $1080 = 2^3\cdot 3^3\cdot 5$, максимальная степень вхождения 2 в $(a-b)$ это 2 (если $a-b=4$), максимальная степень вхождения 3 в $(a-b)$ это 1 (если $a-b=3$ или $a-b=6$), значит, $(12n+a+b) \vdots 2$, $(12n+a+b) \vdots 9$ НОД$(9,2)=1 \Rightarrow (12n+a+b) \vdots 18 \Rightarrow (a+b) \vdots 3$, $(a+b) \vdots 2$, т.е. $(a+b) \vdots 6$

Число $a+b$ принимает натуральные значения от $15+16=31$ до $20+21=41$, в этом промежутке только 1 число $\vdots 6 \Rightarrow a+b=36$. 36 можно получить из этих чисел несколькими способами, а именно $36=21+15=20+16=19+17$. Рассмотрим эти три случая:

1) $a=19$, $b=17$ $\quad p^2-q^2=(a-b)(12n+a+b)=2\cdot(12n+36)=1080 \Rightarrow$
$12n+36=540$, $12n=504$, $n=42$. Проверим: $\Sigma(M)=7\cdot 42+21=21\cdot 15$,
$p=21\cdot 15-44$, $q=21\cdot 15-46$, $p^2-q^2=2(21\cdot 30-90)=2\cdot 18\cdot 30=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 2=1080$
$\Rightarrow M=\{42;43;45;46;47;48;44\}$

2) $a=20$, $b=16$ $\quad p^2-q^2=(a-b)(12n+a+b)=4\cdot(12n+36)=1080 \Rightarrow 12n=270-36=234$
но $234 \not\vdots$ (не кратно) $12 \Rightarrow \nexists$ решений для этого случая нет

3) $a=21$, $b=15$ $\quad p^2-q^2=(a-b)(12n+36)=6(12n+36)=1080 \Rightarrow 12n=180-36=144$
$\Rightarrow n=12$. Проверим: $\Sigma(M)=7\cdot 12+21=7\cdot 15$, $p=7\cdot 15-12$, $q=7\cdot 15-18$;
$p^2-q^2=6(7\cdot 30-30)=6\cdot 6\cdot 30=2\cdot 3\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 2=1080 \Rightarrow$
$M=\{12;13;14;15;16;17;18\}$

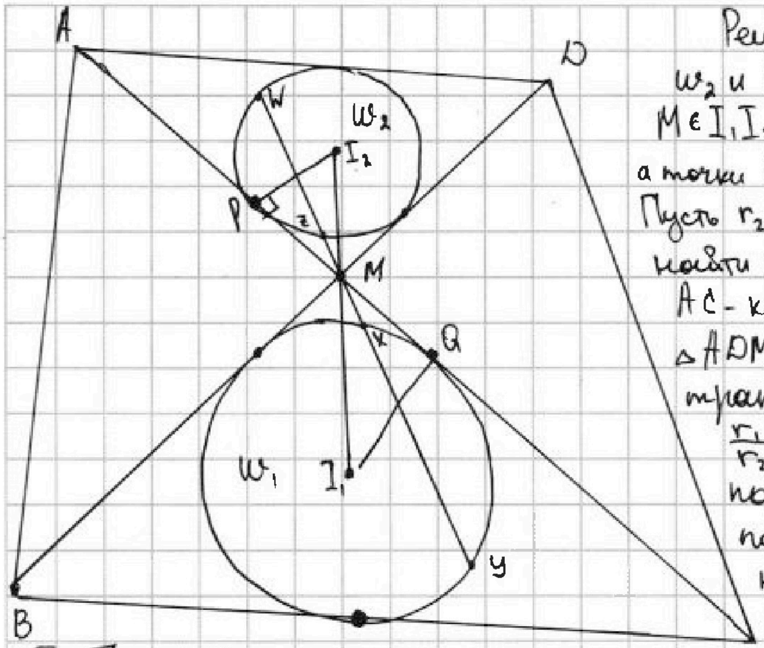
~~Ответ~~: $M=\{12;13;14;15;16;17;18\}$,
$M=\{42;43;44;45;46;47;48\}$, но также p и q должны быть простыми, но при $n=12$ $p \vdots 3$, $q \vdots 3 \Rightarrow$ этот случай не подходит, при $n=42$ p и q простые $\Rightarrow$

Ответ: $M=\{42;43;44;45;46;47;48\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



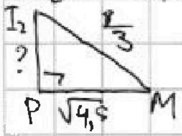
Решение. Пусть P - (·) касания w_2 и AC, Q - (·) касания w_1 и AC. $M \in I_1I_2$, т.к. углы $\angle AMD$ и $\angle BMC$ вертикальные, а точки I_1 и I_2 лежат на их биссектрисах. Пусть $r_2 = PI_2$, $r_1 = QI_1$, т.е. нужно найти r_1. $\angle I_2PM = \angle I_1QM = 90°$, т.к. AC - касательная к окружностям. $\triangle ADM \sim \triangle CMB$ по 2 углам (т.к. ABCD - трапеция), $k = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{1}$, т.к. это радиусы впис. окр. подобных $\triangle$. $\triangle PI_2M \sim \triangle QI_1M$ по 2 углам (прямые и пара вертикальных); $\frac{PI_2}{QI_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2I_2M = I_1M$, $2PM = MQ$.

По Th о квадрате касательной $PM^2 = MZ \cdot MW$, $MQ^2 = MX \cdot MY = 4PM^2$

При гомотетии с коэф. $-\frac{1}{2}$ и центром в (·) M $\triangle BMC$ переходит в $\triangle DMA \Rightarrow$ (·) Y переходит в (·) W т.к. $M \in WY \Rightarrow$

$2MW = MY \Rightarrow PM^2 = MZ \cdot \frac{MY}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow PM = \sqrt{4{,}5}$

$I_2M + I_1M = 3I_2M = 8 \Rightarrow I_2M = \frac{8}{3}$. Рассмотрим прямоугольный $\triangle PI_2M$.



$I_2M = \frac{8}{3}$, $PM = \sqrt{4{,}5} \Rightarrow$ по Th Пифагора

$$PI_2 = \sqrt{\frac{64}{9} - \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{128-81}{18}} = \frac{\sqrt{47}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{23{,}5} \Rightarrow$$

$$QI_1 = 2PI_2 = \frac{2}{3}\sqrt{23{,}5} = r_1 = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{47 \cdot 4}{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{94}$$

Ответ: $\frac{2}{3}\sqrt{23{,}5} = \frac{1}{3}\sqrt{94}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. Пусть $\frac{3\pi}{14}=\alpha$. Заметим, что $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$ ($\frac{3\pi}{14}<\frac{\pi}{4}$, т.к. $12\pi<14\pi$)

Тогда мы сравниваем $5-4\sin 3\alpha$ и $3\sin\alpha-4\cos 2\alpha$, это тождественно сравнению $5-4\sin 3\alpha-3\sin\alpha+4\cos 2\alpha$ и 0. $\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$,

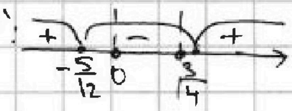
$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha \Rightarrow 5-4\sin 3\alpha-3\sin\alpha+4\cos 2\alpha=5-4(3\sin\alpha-4\sin^3\alpha)-3\sin\alpha+$
$+4(1-2\sin^2\alpha)=16\sin^3\alpha+5-12\sin\alpha-3\sin\alpha+4-8\sin^2\alpha=16\sin^3\alpha-8\sin^2\alpha-15\sin\alpha+9$

Из того, что $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$ следует, что $0<\sin\alpha<\frac{1}{\sqrt2}$, т.к. в I четверти синус монотонно возрастает. Пусть $\sin\alpha=t$. Если мы докажем, что $\forall\, t\in(0;\frac{1}{\sqrt2})$ значение выражения неотрицательно, то при $t=\sin\frac{3\pi}{14}$ также $16\sin^3\alpha-8\sin^2\alpha-15\sin\alpha+9>0$, т. е. $5-4\sin\frac{9\pi}{14}>3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}$.

Пусть $f(t)=16t^3-8t^2-15t+9$, д-м, что $\forall\, t\in(0;\frac{1}{\sqrt2})$ $f(t)>0$

Посмотрим, в каких точках $f(t)$ меняет характер монотонности и где достигается её min значение на отрезке $[0;\frac{1}{\sqrt2}]$. Ф-ция непрерывна и дифференцируема в каждой точке,

$f'(t)=48t^2-16t-15$ $f'=0$ при $48t^2-16t-15=0$, $D=256+60\cdot48=$
$=2^8+2^6\cdot45=64\cdot49 \Rightarrow \sqrt D=8\cdot7=56$ $t_{12}=\frac{16\pm56}{96}=\left[\begin{array}{l}\frac34\\ -\frac{5}{12}\end{array}\right.$ f':



$\frac{1}{\sqrt2}<\frac34$, т.к. $2\sqrt2<3$, $8<9$. $\Rightarrow$ на всём отрезке

$[0;\frac{1}{\sqrt2}]$ $f(t)\searrow$ $\Rightarrow$ min достигается ~~в~~ при $\sin\alpha=t=\frac{1}{\sqrt2}$

$f(\frac{1}{\sqrt2})=\frac{16}{2\sqrt2}-\frac{8\sqrt2}{2\sqrt2}-\frac{30}{2\sqrt2}+\frac{18\sqrt2}{2\sqrt2}=\frac{10\sqrt2-14}{2\sqrt2}=\frac{5\sqrt2-7}{\sqrt2}$ это число >0, т.к.

$5\sqrt2-7>0$, т.к. $5\sqrt2>7$, т.к. $50>49$ $\Rightarrow$ при $t=\sin\frac{3\pi}{14}$, $\alpha=\frac{3\pi}{14}$

$f(t)>0 \Rightarrow 5-4\sin\frac{9\pi}{14}>3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}$

Ответ: $5-4\sin\frac{9\pi}{14}>3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Пусть $S_1, S_2, \dots S_8$ - точки в плоскости α, $S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}$ - точки не в плоскости α. Никакие 3 точки не лежат на 1 прямой, т.к. если лежат, то этой прямой и любой другой точкой задается плоскость $\Rightarrow$ это плоскость α, но утверждение про 4 точки и плоскость верно для любой из оставшихся точек $\Rightarrow$ все точки лежат в α, противоречие. Любой тетраэдр выпуклый, т.к. все его грани треугольники, т.е. выпуклые многоугольники. Посчитаем отдельно тетраэдры и отдельно пирамиды с n-угольником в основании, где $n \geq 4$. Если в основании лежит такой n-угольник, то основание лежит в α, т.к. в нём есть минимум 4 точки из $S_1, \dots, S_{12}$. Вершина не лежит в плоскости основания $\Rightarrow$ это S_9, S_{10}, S_{11} или S_{12}. Если основание выпуклое, то пирамида выпуклая, т.к. остальные грани треугольники. Т.к. в α точки лежат на окружности, для любого набора из 3 и более точек оттуда будет однозначно задаваться мн-к выпуклый с вершинами в этих точках, а для каждого такого мн-ка будет существовать 4 пирамиды, т.к. есть 4 возможности выбора вершины ($S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}$). Пирамид с основанием в плоскости α и не являющихся тетраэдрами $4 \cdot (C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8) = 4(70+56+28+8+1) = 163 \cdot 4 = 652$. Теперь ~~от~~ отдельно посчитаем тетраэдры, так как все пирамиды кроме них уже посчитаны. Тетраэдр определяется однозначно 4 вершинами $\Rightarrow$ нужно посчитать кол-во способов выбрать 4 точки, не лежащие в 1ой плоскости. Всего способов выбрать 4 точки C_{12}^4, способов выбрать 4 точки, лежащие в 1ой плоскости C_8^4, т.к. любой набор из 4х точек в плоскости α подходит, любой не такой набор не подходит по условию $\Rightarrow$ тетраэдров $C_{12}^4 - C_8^4 = 495 - 70 = 425 \Rightarrow$ всего пирамид $425 + 652 = 1077$

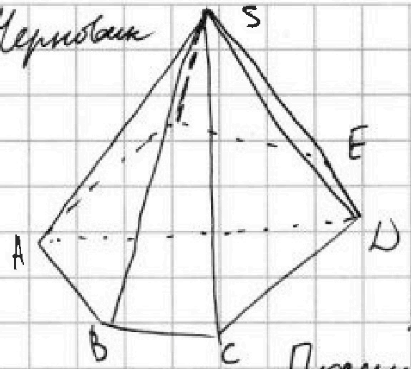
Ответ: 1077.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик



AD||BC||FE никакие 3 • не лежат на прямой

У выпуклой пирамиды в основании лежит выпуклый мн-к

Будем смотреть по вершине

!!! тетраэдры

Посчитаем не тетраэдры, а потом тетраэдры Либо основание $\subset \alpha$, либо тетраэдр. любой тетраэдр выпуклый. Если 4(·) не в 1 плоскости, то тетраэдр

$\bar{1} + \bar{\bar{3}}$ считаем $\bar{\bar{2}} + \bar{\bar{2}}$ $\bar{\bar{3}} + \bar{\bar{1}}$ $\bar{\bar{4}}$

$- \text{не } \alpha$

$= \alpha$ $\bar{\bar{4}}$ не может быть

$\frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

$4 \cdot (\cancel{C_8^3} + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_7^8)$

$70 \quad 56 \quad 28 \quad 8 \quad 1$

37 9

$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3}$ $\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4}$

$C_{12}^4 - C_8^4$ $\frac{12!}{4!\,8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4} =$

Л+Н = все

$C_{12}^4 = C_8^4 + X$

70

107
56
163
×4
652

$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 70$

$- 99 \cdot 5 = 495$

425

257
168
425

$4 \cdot C_8^3 + C_4^2 \cdot C_8^2 + 1 + 8 \cdot 4$

56 168 33

224

140

$4 \quad \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

$\frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6}$

261
168
429

1
173
168
341

28
6
+168
84 8
2364

228
+68
33
9

4 · 64 +
168 + 1
257
168

0 4
1 3
2 2
3 1
4 0

$C_8^2 \cdot C_4^2 + C_8^1 \cdot C_4^3 + C_8^3 \cdot C_4^1 + C_4^4$

168 8·4 4·

$C_8^3 \cdot C_4^1 + 4 \cdot 56$

$C_8^2 \cdot C_4^2 = 168$

$C_8^1 \cdot C_4^3 = 8 \cdot 4$

$C_4^4 = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

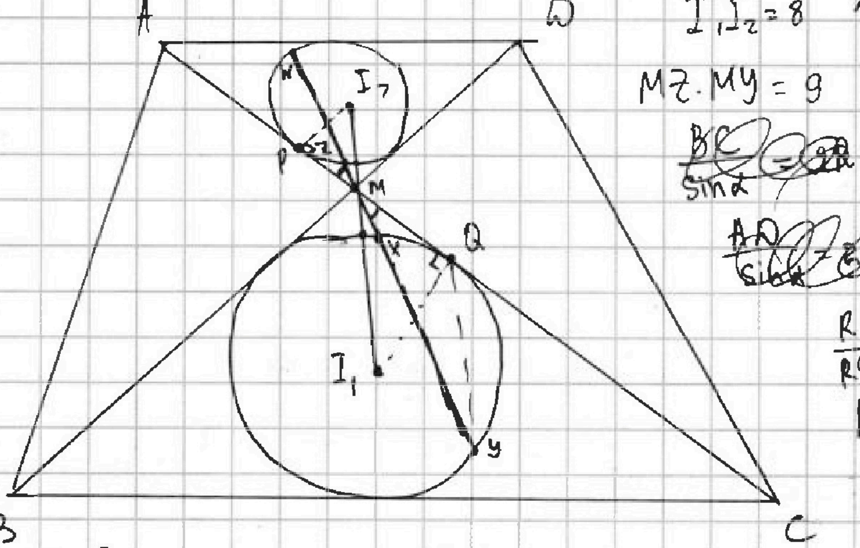
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик 7

? $2PM = MQ$ из подобия



$I_1 Y - ?$

$I_1 I_2 = 8$

$MZ \cdot MY = 9$

$2PM = MQ$

$R_1 = R_2$

$PM^2 = MW \cdot MZ \quad MQ^2 = MY \cdot MX \quad ?\ MY = 2MW$

$PM^2 = \frac{MY}{2} \cdot MZ = 4{,}5 \quad PM = \sqrt{4{,}5} \quad MQ = 2\sqrt{4{,}5}$

$I_2M + MI_1 = 8 \quad \cancel{\frac{PM}{2}} = 2 \quad I_2M \cdot 2 = MI_1$

$? \quad \frac{8}{3} \quad \sqrt{4{,}5} \quad \frac{64}{9} - \frac{9}{2} = \frac{128-81}{18} \quad 3MI_2 = 8 \quad MI_2 = \frac{8}{3}$

$2\sqrt{47} \quad \frac{\ln 5}{\ln 3} = \log_3 5 \quad 128 - 81 = 47$

$4MZ \cdot MW = MX \cdot MY$

$x, y, z \in \mathbb{Z}$

$2x\ln 5 + 2y\ln 5 + y\ln 3 + 3z\ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5$

$\ln 5(2x + 2y + 3z - 1) = \ln 3\ (2 - y) \quad \log_3 5 = \frac{2-y}{2x+2y+3z-1}$

$2ax + 2ay + 3az - a = 2 - y$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик f' $+$ $\frac{1-\sqrt2}{8}$ $-$ 10 $\frac{1+\sqrt2}{8}$ $+$ $\frac{1}{\sqrt2}$ $\quad \frac{1+\sqrt2}{8}$ — т.л. min

$6\left(\frac{1+\sqrt2}{8}\right)^2 = \frac{6}{\cancel{16}}\cdot\frac{1+2+2\sqrt2}{64} = \frac{3+2\sqrt2}{\cancel{64}_{32}}\cdot\cancel{8}^3 = \frac{9+6\sqrt2}{32} = 6\sin^2\alpha$

$15\sin\alpha = \frac{15\cdot(1+\sqrt2)}{8} = \frac{60+60\sqrt2}{32}$ $\quad 9 = \frac{288}{32}$

$320 - 32 = 288$; $288 - 62 = 226$

$\frac{(3+2\sqrt2)(1+\sqrt2)}{64\cdot 8 = 2^9} = \frac{3+3\sqrt2+2\sqrt2+4}{\cancel{512}\,2^9} = \frac{5\sqrt2+7}{\cancel{512}\,2^9}\cdot\cancel{2^6}^4 = \frac{5\sqrt2+7}{32}$

$= \sin^3\alpha\cdot 16$ $\quad \frac{5\sqrt2+7}{32} - \frac{9+6\sqrt2}{32} - \frac{60+60\sqrt2}{32} + \frac{288}{32} \ ?\ 0$

$5\sqrt2+\underbrace{7-9}_{-2}-6\sqrt2-60-60\sqrt2+288 = -61\sqrt2-62+288$

$226 \quad 61\sqrt2 \quad \frac{226}{61} > 3$ $\quad 256 + 60\cdot48 =$

$15\sin^3\alpha - 15\sin\alpha + \sin^3\alpha + 8 - 8\sin^2\alpha + 1$ $\quad = 2^8 + 2^2\cdot15\cdot2^4\cdot3 =$

$15\sin(\sin^2-1) + 8(1-\sin^2) + \sin^3+1$ $\quad = 2^8+2^6\cdot45 =$

$-15\sin\cdot\cos^2 + 8\cos^2$ $\quad 48t^2-16t-15$ $\quad = 2^6(49) \Rightarrow 7\cdot8=56$

$f(x) = x^3-2$ $\quad 1\ 5\ 9\ 13$ $\quad 14\cdot\frac{4}{2}$ $\quad -\frac{40}{96}$ $\quad \frac{20}{48}$ $\quad \frac{16\pm56}{96}$ $\quad -\frac{40}{96}$ $\quad -\frac{5}{12}$

$f' = 3x^2$ $\quad f'=0$ при $x=0$ $\quad 2\cdot 28$ $\quad \frac{10}{24}$ $\quad 5$ $\quad \frac{72}{96}$ $\quad \frac{6}{8}=\frac34$

$+\ +$ $\quad 1\ 3\ 5$ $\quad \frac{1}{\sqrt2} < \frac34$ $\quad 190\ 6\ 21$

$\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^2 = \frac12 = \frac{\sqrt2}{2\sqrt2}$ $\quad \frac{2\sqrt2}{4} < \frac34$ $\quad \frac{(1+6)\cdot6}{2}$ $\quad n\frac{(a_1+a_n)}{2}$

$\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^3 = \frac{1}{2\sqrt2}$ $\quad \frac{1}{\sqrt2} = \frac{2}{2\sqrt2}$ $\quad \frac{6\cdot3}{2} = 9$

$10\sqrt2 > 14$

$\frac{16}{2\sqrt2} - \frac{8\sqrt2}{2\sqrt2} - \frac{30}{2\sqrt2} + \frac{9\cdot2\sqrt2}{2\sqrt2} = \frac{10\sqrt2-14}{2\sqrt2} \ ?\ 0$ $\quad 5\sqrt2 > 7$

пр ↗ и пр. ↘ кол-во членов прогрессии = 50 > 49

Пусть ↘ ⇒ = кол-во углов

Пусть 1 угол 132, последний $132-2n$ ⇒ $n+1$ угол ⇒ $n\in\mathbb{N}$

сумма $180(n-1)$ $\quad \frac{(132-2n+132)(n+1)}{2} = 180(n-1)$

$\frac{132\cdot2-2n}{2} = 132-n$ $\quad (132-n)(n+1) = 180n-180$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик $132n+132-n^2-n=180n-180$

$n^2+180n-131n-180-132$

$n^2+49n-312=0$

$60\cdot 60=3600$

$61\cdot 61 \Rightarrow 3649$ ↯

$61\cdot 61=3721$

$180+132=312$; $49\cdot 49=2401$; $312\cdot 4=1248$; $2401+1248=3649$

$\Rightarrow$ 1 посл 132 $132+2n$ $n+1$ член

сумма углов $180(n-1)$

$180-133=47$

$$\frac{(132+132+2n)(n+1)}{2}=180(n-1)$$

$(132+n)(n+1)=132n+132+n^2+n=133n+n^2+132=180n-180$

$n^2-47n-48=0$ $n_1=-1$ $n_2=48$ $\Rightarrow$ 49 углов ↯

$132+48\cdot 2=132+96=228$

$\times 49$

$343\cdot 7=2401$

$$\frac{(132+132-2n)(n+1)}{2}=(132-n)(n+1)=180(n-1)$$

$2401+1248=3649$

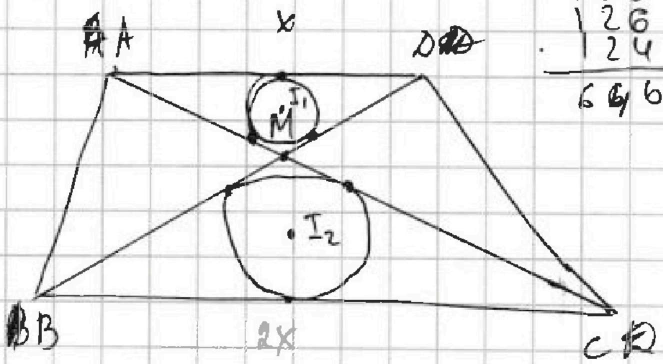
$132n-n^2+132-n=131n-n^2+132=180n-180$

2 4 6 8 2 0 8 132 130 128

$n^2+180n-180-131n-132$

$n^2+49n-312$

$132+130+128+126+124=640$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик $a_1=132$ сумма углов $(180°)(n-2)$ $\min(x^2+y^2+z^2)-?$ $504 | 12$, 42 $132+96=228$

$x\ln 5\cdot 5 + y\ln 5\cdot 5\cdot 3 + z\ln 5\cdot 5\cdot 5 = \ln 5\cdot 3\cdot 3$

$x\ln 5 + x\ln 5 + y\ln 5 + y\ln 5 + y\ln 3 + z\ln 5 + z\ln 5 + z\ln 5 = \ln 5 + \ln 3 + \ln 3$

$\ln 5(2x+2y+3z-1)=\ln 3(2-y)$ $36\cdot 30=1080$

$\frac{\ln 3}{\ln 5}$ $\log_e 5\cdot\log_5 3=\log_e 3 \Rightarrow \frac{\ln 3}{\ln 5}=\log_3 5$

$3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3$ $12\cdot 6$ $1080:12\cdot 6$

$\log_3 5=\frac{2x+2y+3z-1}{2-y}$ $p\not\equiv q$ 7

$M=\{n;\dots;n+6\}$ $(p-q)(p+q)=1080=2\cdot 2\cdot 5\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3$

$a,b=\{21;15;16;\dots;21\}$

сумма $M=7n+21$ $M:7$ ми убираем 1 число

$\min\Sigma$ $6n+15$ разница м/у p и q не больше 6

$\max\Sigma$ $6n+21$

какие ещё: $7n+21-n-1=6n+20$ $6n+19$ $6n+18$ $6n+17$ $6n+16$

$\max p^2-q^2=(6n+21-6n-15)(12n+36)=6\cdot 12(n+3)=2\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2$ $171-66=105$

12 13 14 15 16 17 18 $n=12$

~~$\frac{12+18}{2}$~~ $\frac{18\cdot 19}{2}-\frac{11\cdot 12}{2}=9\cdot 19-11\cdot 6=171-66=105$

sin 6 1 четверти

$105-12=93$ $105-18=87$ $93^2-87^2=180\cdot 6=1080$ $\frac{3\pi}{14}<\frac{\pi}{4}$

$(6n+a)^2-(6n+b)^2=(a-b)\cdot(12n+a+b)$ $12<14$

$a-b$ – число от 1 до 6 $1080:a-b \Rightarrow 1,2,3,4,6$

$a+b:6$ $a+b:12$ $\min a+b$ 31 $\max 41 \Rightarrow a+b=36$ 20 16, 19 17, 21 15

$n+2$ $234 | 12$, 12, 114 $1080 | 4$, 270, -36, $234 | 12$ $\frac{\pi}{4}$ $1080 | 6$, 180 $\frac{1\pm\sqrt{2}}{8}$

$\frac{12\pm 12\sqrt{2}}{96}=$

всп. аргумент???

$21\cdot 15-21\cdot 2-2=21\cdot 13-2$ $144+60\cdot 48$ $18\pi>14\pi$

$5-4\sin\frac{3}{2}\cdot\frac{3\pi}{7}$ $\times\frac{60}{48}$ $\frac{48}{2880}$ $3\sin\frac{1}{2}\cdot\frac{3\pi}{7}-4\cos\frac{3\pi}{7}$ $\frac{t}{2}=k$

$\alpha=\frac{3\pi}{14}>\frac{\pi}{6}$

$5-4\sin\frac{3t}{2}$ $6\cdot 6\cdot 8=?$ $12\sqrt{2}$ $3\sin\frac{t}{2}-4\cos t$ $2-1{,}5-4{,}5+9$

$5-4\sin 3\alpha$ $3\sin\alpha-4\cos 2\alpha$ $-2-1{,}5+7{,}5+9$

$\cos 2\alpha=\cos^2-\sin^2+\sin^2-\sin^2=1-2\sin^2\alpha$ $\sin\alpha\in(0;\frac{1}{\sqrt{2}})$

$\sin 3\alpha=\sin(2\alpha+\alpha)=\sin 2\alpha\cos\alpha+\sin\alpha\cos 2\alpha=2\sin\alpha\cos^2\alpha+\sin\alpha(1-2\sin^2\alpha)=$

$=2\sin(1-\sin^2)+\sin-2\sin^3=2\sin-2\sin^3+\sin-2\sin^3=3\sin-4\sin^3$

$5-4(3\sin\alpha-4\sin^3\alpha)=5-12\sin\alpha+16\sin^3\alpha$ $\forall t\in[-1;+1]$ $f>0$

$3\sin\alpha-4(1-2\sin^2\alpha)=3\sin\alpha-4+8\sin^2\alpha$ $\frac{1+\sqrt{2}}{8}<\frac{2\sqrt{2}}{8}$

$16\sin^3\alpha-6\sin^2\alpha-15\sin\alpha+9\ ?\ 0$ $48t^2-12t-15$