МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2+y^2+z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2-q^2=792$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD:BC=1:2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2=13/2$, а $MZ\cdot MY=5$.

5. [5 баллов] Что больше: $5-4\sin\dfrac{3\pi}{14}$ или $4\cos\dfrac{\pi}{7}-5\sin\dfrac{\pi}{14}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 5 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть у многоугольника n вершин

Тогда, с одной стороны, $S=(n-2)\cdot 180$ – сумма углов многоугольника, выраженных в градусах (по теореме о сумме углов n-угольника)

А с другой стороны, $S=\frac{2\cdot 143+(n-1)\cdot 2}{2}\cdot n=$
$=143n+n^2-n$ – сумма арифметической прогрессии с первым членом 143 и разностью 2

$(n-2)\cdot 180=143n+n^2-n$

$180n-360=142n+n^2$

$n^2-38n+360=0$, $D=38^2-4\cdot 360=4$

$n=\frac{38\pm\sqrt{D}}{2}=\frac{38\pm 2}{2}=\left[\begin{array}{l}20\\18\end{array}\right.$

20 – больший корень, поэтому $n=20$ – ответ на вопрос задачи

Ответ: 20.

$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$

Представим это как ~~прямую~~ плоскость α в пространстве (оси — x, y, z)

В таком случае минимальное значение выражения $x^2+y^2+z^2$ достигается когда мы ищем расстояние от начала координат до этой плоскости

$x^2+y^2+z^2 = d^2$ по теореме Пифагора в пространстве и для некоторого d

То есть d — это расстояние от точки $(0;0;0)$ до плоскости α

$$d = \frac{\ln 6}{\sqrt{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}}, \quad d^2 = \frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$$

Это значение точно достигается для некоторых x_0, y_0, z_0, так как мы всегда можем опустить перпендикуляр из точки на плоскость

Ответ: $\dfrac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) $$\begin{cases} 101 = 6Q + 21 - k \Rightarrow k = 6Q - 80 \\ 97 = 8Q + 21 - d \Rightarrow d = 6Q - 74 \end{cases}$$

по тем же соображениям $k = 4$, $d = 4$

Однако $k \neq d$, поэтому этот случай невозможен

В таком случае

$M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

Ответ: $\{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Значит возможны случаи

1) $p = 199$
$q = 197$

2) $p = 101$
$q = 97$

~~3) $p = 31$~~
~~$q = 13$~~

У ~~Из~~ двух шестерок, выбранных из семи чисел всегда 5 общих чисел (в силу того, что $p - q \neq 0$)

Тогда $p - q = \cancel{\ell}^{k} - b$ для некоторых $\cancel{\ell}^{k}, b \in M$

Пусть ℓ - самый малый элемент $\in M$, тогда остальные числа представимы в виде
$\ell+1,\ \ell+2,\ \ell+3,\ \ell+4,\ \ell+5,\ \ell+6$

~~Значит разность между двумя элементами может быть равна 1, 2, 3, 4, 5, 6~~

~~Поэтому 3 случай невозможен~~

Тогда если $S = \frac{2\ell+6}{2} \cdot 7 = 7\ell + 21$ - сумма всех элементов

То $\begin{cases} p = S - (\ell + k) & \text{для некоторого } k \\ q = S - (\ell + d) & \text{для некоторого } d \end{cases}$ $k \neq d$

1) $\begin{cases} 199 = 7\ell + 21 - \ell - k \Rightarrow k = 6\ell - 178 \\ 197 = 7\ell + 21 - \ell - d \Rightarrow d = 6\ell - 176 \end{cases}$

среди чисел от 0 до 6 только $178 + 2 \vdots 6$,

поэтому
$k = 2,\ d = 4,\ \ell = 30$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Так как перед нами 7 последовательных натуральных чисел, то сумма чисел в каждой из шестерок $\geqslant 1+2+3+4+5+6=21$

То есть $p \geqslant 21$, $q \geqslant 21$, p, q - простые

$$p^2-q^2=792$$

$$(p-q)(p+q)=792=2^3\cdot 3^2\cdot 11$$

$p+q \geqslant 42$, а также $p-q < p+q$

1) $\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=396 \end{cases}$ $p=199$, $q=\cancel{201}\ 197$

2) $\begin{cases} p-q=3 \\ p+q=266 \end{cases}$ $p\notin\mathbb{Z}$, $q\notin\mathbb{Z}$

3) $\begin{cases} p-q=\cancel{6}\ 4 \\ p+q=198 \end{cases}$ $p=101$, $q=97$

4) $\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases}$ $p=69$, $q=63$

5) $\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases}$ $p\notin\mathbb{Z}$, $q\notin\mathbb{Z}$

6) $\begin{cases} p-q=9 \\ p+q=88 \end{cases}$ $p\notin\mathbb{Z}$, $q\notin\mathbb{Z}$

7) $\begin{cases} p-q=11 \\ p+q=72 \end{cases}$ $p\notin\mathbb{Z}$, $q\notin\mathbb{Z}$

8) $\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases}$ $p=39$, $q=27$

9) $\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=44 \end{cases}$ $p=31$, $q=13$

При дальнейшем увеличении $p-q$, $p+q<42$, поэтому такие случаи невозможны

В 9 случае $q<21$, в 8 случае q - не простое, в 4 случае q - не простое, поэтому все эти случаи не подходят

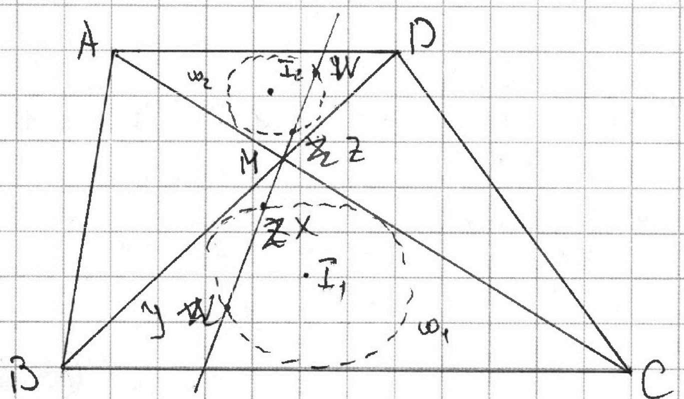
~~Если a - первое (самое малое) из множества, то~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



R — ?

(радиус окружности ω_1)

Решение

Будем обозначать $\deg_\omega A$ — степень точки A относительно окружности ω

$\triangle AMD \sim \triangle CMB$ по 2 углам ($\angle BMC = \angle DMA$, $\angle ADM = \angle CBM$ при $AD \parallel BC$ и BD секущей)

Тогда $MI_1 = 2MI_2$, поскольку $BC = 2AD$

Аналогично ~~$MZ = 2MX$~~ $MX = 2MZ$

Тогда $2^{-1} \cdot MX \cdot MY = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10 = \deg_{\omega_1} M$

~~Значит $MZ \cdot MW = \frac{MX}{2} \cdot \frac{MY}{2} = \frac{MX \cdot MY}{4} = \frac{5}{2} = \deg_{\omega_2} M$~~

Из того, что $I_1M = 2I_2M$ следует, что $I_1M = \frac{13}{3}$

Поэтому $\deg_{\omega_1} M = I_1M^2 - R^2 = 10$

$\left(\frac{13}{3}\right)^2 - R^2 = 10 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$\sin\frac{3\pi}{14}=3\sin\frac{\pi}{14}-4\sin^3\frac{\pi}{14}$ по формуле синуса тройного угла

$\cos\frac{\pi}{7}=1-2\sin^2\frac{\pi}{14}$ по формуле косинуса двойного угла

$5-4\left(3\sin\frac{\pi}{14}-4\sin^3\frac{\pi}{14}\right) \vee 4\left(1-2\sin^2\frac{\pi}{14}\right)-5\sin\frac{\pi}{14}$

$5-7\sin\frac{\pi}{14}+16\sin^3\frac{\pi}{14} \vee 4-8\sin^2\frac{\pi}{14}$

$16\sin^3\frac{\pi}{14}+8\sin^2\frac{\pi}{14}-7\sin\frac{\pi}{14}+1 \vee 0$

$\left(\sin\frac{\pi}{14}+1\right)\left(16\sin^2\frac{\pi}{14}-8\sin\frac{\pi}{14}+1\right)=16\sin^3\frac{\pi}{14}+8\sin^2\frac{\pi}{14}-7\sin\frac{\pi}{14}+1$, поэтому

$\left(\sin\frac{\pi}{14}+1\right)\left(16\sin^2\frac{\pi}{14}-8\sin\frac{\pi}{14}+1\right) \vee 0$

$\left(\sin\frac{\pi}{14}+1\right)\left(4\sin\frac{\pi}{14}-1\right)^2 \vee 0$, ~~$\sin\frac{\pi}{14}\neq\frac{1}{4}$~~ ~~$\sin\frac{\pi}{14}<1$, поэтому~~

~~Докажем, что $\sin\frac{\pi}{14}\neq\frac{1}{4}$~~

~~$\sin\frac{\pi}{6}=2\cdot\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1}{4}$~~

~~Пусть $\sin\frac{\pi}{14}=\frac{1}{4}$, тогда $\sin\frac{\pi}{14}=\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$~~

~~$\sin\frac{\pi}{12}<\sin\frac{\pi}{4}$ (так как $\frac{\pi}{12}<\frac{\pi}{4}$), поэтому $\cos\frac{\pi}{12}\neq\sin\frac{\pi}{12}$~~

~~Пусть $\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}$~~

~~$\left(\sin\frac{\pi}{14}+1\right)\left(4\sin\frac{\pi}{14}-1\right)^2>0$~~

~~Ответ: $5-4\sin\frac{3\pi}{14}>4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Ответ~~

$\sin\frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$ и $\sin\frac{\pi}{14} < 1$, поэтому

$(\sin\frac{\pi}{14}+1)(4\sin\frac{\pi}{14}-1)^2 > 0$

Ответ: $5 - 4\sin\frac{3\pi}{14} > 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

В основании выпуклой пирамиды могут находиться треугольники, четырехугольники, пятиугольники, шестиугольники и семиугольники (При большем количестве ~~все они не могут~~ вершины основания не будут находиться в плоскости α, так как она включает в себя только 7 точек, но при этом должны в ней быть по условию, так как 4 из них точно в ней лежат)

Значит возможны следующие ситуации:

1) В плоскости α выбирается 3; 4; 5; 6; 7 точек, лежащих в основании пирамиды и еще одна точка выбирается из 5, не лежащих в α

Таких способов:

$$(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) \cdot 5 =$$

$$= \left(\frac{7\cdot6\cdot5}{6} + \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{24} + \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}{120} + 7 + 1\right)\cdot 5 =$$

$$= (35 + 35 + 21 + 8)\cdot 5 = 99\cdot 5 = 495$$

В силу того, что каждая пирамиду однозначно задают точки, находящиеся в ней, а каждое основание - точки, находящиеся в нем (в силу выпуклости)

2) Из точек, не лежащих в α выбирается 3 (они однозначно задают основание) и из плоскости α выбирается любая из 7 ~~являющаяся~~

Таких способов:

$$C_5^3 \cdot 7 = \frac{5\cdot4\cdot3}{6}\cdot 7 = 70$$

Значит всего способов выбрать пирамиду $495 + 70 = 565$

Ответ: 565.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ $\qquad x^2+y^2+z^2 - ?$

$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3\cdot 2^3 = \ln 3 \cdot 2$

$4\ln(2)\cdot x + 3\ln(2)\cdot y + z(\ln 3 + 3\ln 2) = \ln 3 + \ln 2$

~~$x \cdot 4 \ln 2$~~

$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 3 + 3z \ln 2 =$
$= \ln 3 + \ln 2$

$(4x + 3y - 1)\ln 2 + 3z$

$(4x + 3y + 3z - 1)\ln 2 = (1 - 3z)\ln 3$

$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$ $\qquad (20+5)\cdot 3 =$
$= 60 + 15$

$16^x \cdot \cancel{2}\, 8^y \cdot 8^z \cdot 3^z = 2\cdot 3$

~~16^{x-1}~~ ~~$4z$~~

$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$

$2^{4x-1} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^{z-1} = 1$

$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1. $S_{углов} = \frac{\cancel{\pi}(n-2)}{2} \cdot 360^\circ$

$\sin\frac{\pi}{12} \cos\frac{\pi}{12} = \sin\frac{\pi}{14}$

$S_{\cancel{3}}$: $\{a_n\}$

$a, a+d, a+2d, \ldots, a+(n-1)d$

$D = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$d = 2^\circ$

$t^2 = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \end{array}\right.$

$a = 143^\circ$

$S = \frac{2a + (n-1)d}{2} \cdot n = \left(a + \frac{n-1}{2} \cdot d\right) \cdot n =$

$= \frac{n-2}{2} \cdot 360^\circ$

$2 - \sqrt{3} < \frac{1}{4}$

$4\sqrt{3} > 7$

$16 \cdot 3 > 49$

$\sqrt{3} > 2 - \frac{1}{4}$

$2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

$(143 + n - 1) \cdot n = \frac{(n-2)}{\cancel{2}} \cdot 2 \cdot 180^\circ$

$142n + n^2 = 180n - 360$

$n^2 - 38n + 360 = 0$

$D = 4$

$n = \frac{38 \pm 4}{2} = \left[\begin{array}{l} 21 \\ 17 \end{array}\right.$

~~$38 \cdot 38$, 304, 84, 1044~~

~~$360 \cdot 4 = 1440$~~

~~$38 \cdot 20$~~

$38 \cdot 38$: 304, 114, 1444

Ответ: 21

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} < \frac{1}{4}$

$t^2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\sqrt{2-\sqrt{3}} < \frac{1}{2}$

$t = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sin\frac{\pi}{14}$

$360 \div 14 = 25,\ldots$; -28, 80, -70, 100

$\cancel{\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\cos\frac{\pi}{14}}{4}}$

25,...

$\frac{1}{14} = \frac{1}{28} + \frac{1}{28}$

$2\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{14}$

$\sqrt{1-\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$2\cdot\sin\frac{\pi}{14} = \sin\frac{\pi}{6}$

$\cancel{2\sin}$

$\sin\frac{\pi}{4} = \cancel{\sin}\ 1-2\sin^2\frac{\pi}{14}$

$\frac{2\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{14}} = \sin\frac{\pi}{6}$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\sin\frac{\pi}{4} < \sin\frac{\pi}{6}$

$2\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$

$1-2\sin^2\frac{\pi}{14} < \frac{1}{2}$

$\cos\frac{\pi}{4} = 1-2\cos^2\frac{\pi}{14}$

$\frac{1}{2} < 2\sin^2\frac{\pi}{14}$

$\cancel{\cos\frac{\pi}{4} = 1-2\cdot\frac{15}{4^2} = 1-2\cdot\frac{15}{16} = -\frac{7}{8}}$

$\frac{1}{4} < \sin^2\frac{\pi}{14}$

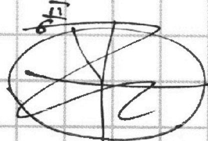
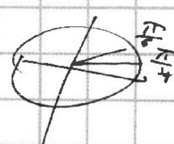
$\cos\frac{\pi}{4} = 2\cdot\cos^2\frac{\pi}{14} - 1 =$

$= \frac{2\cdot 15}{16} - 1 = \frac{7}{8}$

$\cos\frac{\pi}{6} =$

$97 \div 13$

$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

более  

$\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \le \frac{7}{\cancel{8}\,4}$

$\cos\frac{\pi}{6} > \cos\frac{\pi}{4}$

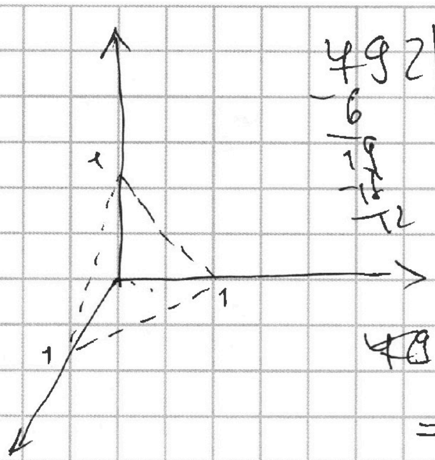
$4\sqrt{3} \le 7$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$492 \,|\, 2$, -6, 19, -18, 12

$396 \,|\, 2 = 198$, -2, 19, -18, 16

$492 = 4 \cdot 198 =$

$= 8 \cdot 99 =$

$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

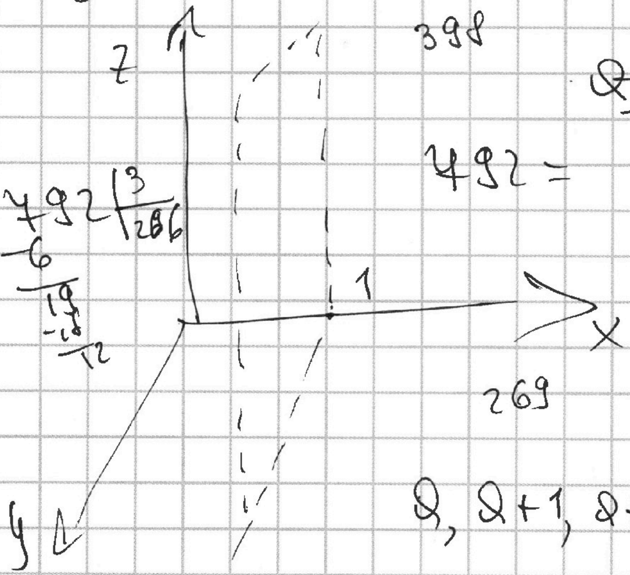
$ax + by + cz + d = 0$

$$\begin{cases} a + d = 0 & a = -d \\ b + d = 0 & b = -d \\ c + d = 0 & c = -d \end{cases}$$

$-dx - dy - dz + d = 0$

$x + y + z - 1 = 0$

$\cancel{p = ax_0 + by_0 + cz_0}$



398

$\cancel{ax + by + d = 0}$

$492 =$

$492 \,|\, 3 = 266$, -6, 19, -18, 12

269

$a + d = 0 \quad a = -d$

$a + b + d = 0$

$b = 0$

$a,\ a+1,\ a+2,\ \dots,\ a+6$

$p^2 - q^2 = 492 \quad , \quad p, q \in \mathbb{P}$

$p = 29,\ q = 7$

$1+2+3+4+5+6 =$

$= \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 21$

$23 \cdot 23$: 69, 46, 529

$29 \cdot 29$: 261, 58, 841

$841 - 492 = 49$

$202 \,|\, 2 = 101$

$101 - 4 = 97$

$138 \,|\, 2 = 69$, -12, 18

$492 \,|\, 6 = 132$, -6, 19, -18, 12

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

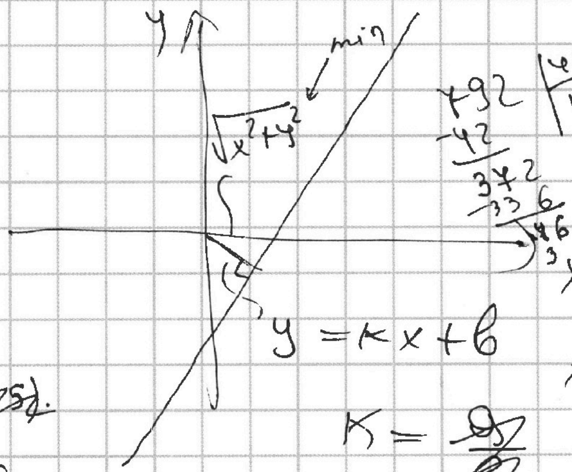
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $2^{4x+3y+3z-1} = \frac{1}{3^{z-1}}$

$\cancel{ax+by+cz=}$

$ax+by=c$ $\quad y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

$x^2+y^2-?$



$792 \,|\, 9$, -72, 72, 88

$792 \,|\, 18$, -72, 72, 44

$792 \,|\, 12$, -72, 72, 66

$\frac{2a+n-1}{2}\cdot n=$

$y=kx+b$, $\quad b=0$

$k=\frac{b}{a}$ $\quad 18\cdot 44$

$\cancel{\frac{a}{b}x=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}}$

$\cancel{2ax=c}$

$\cancel{x=\frac{c}{2a}}$ $\quad \cancel{y=-\frac{a}{b}}$

$\frac{b}{a}x=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

$x\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)=\frac{c}{b}$

$ax+by+cz\pm d=0$ $\quad x=\dots$

$792 \,|\, 11$, -77, 2, 7

Расстояние от точки до пл-ти

$d=\frac{ax_0+by_0+cz_0\pm d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

62

$d^2=\frac{(ax_0+by_0+cz_0)^2}{a^2+b^2+c^2}=\frac{\ln^2 6}{\ln^2 16+\ln^2 8+\ln^2 24}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x+y+z=3$

$r^2 = x^2+y^2+z^2 \geq 3$

$\frac{\ln 6}{\ln 16^2}$

$d = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^1) \cdot 5$

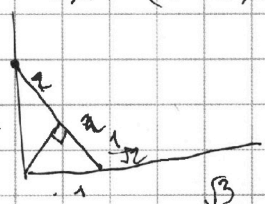
$C_5^3 \cdot 7$

$\cancel{x^2+y^2+z^2=3}$

$\cancel{x^2 + (x-1)^2 +}$

$\frac{99}{5}$

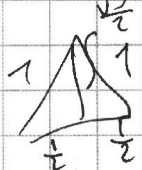
$\frac{49}{5}$



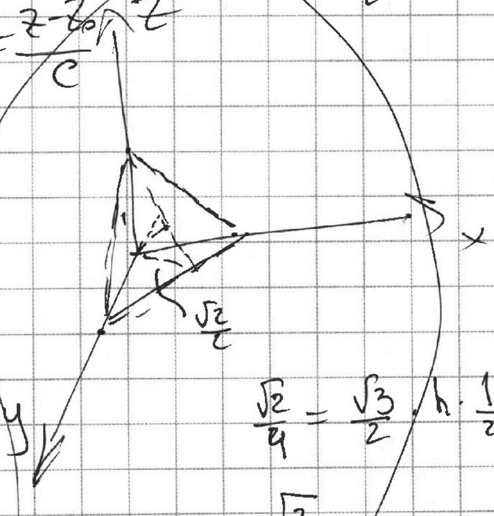
$\alpha: ax+by+cz+d=0$

$\vec{n}\{a;b;c\}$

$d = \frac{\sqrt{2}}{2}$

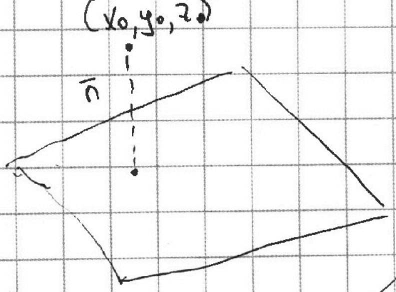


$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$



$d = \frac{\cancel{ax_0+by_0+cz_0+}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

(x_0,y_0,z_0)



$\frac{c}{a}(x-x_0) + z_0 =$

$\frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \frac{1}{2}$

$h = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$

$y = \frac{b}{a}(x-x_0)+y_0$

$z = \frac{c}{a}(x-x_0)+z_0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что $\sin\frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$

$\cancel{\sin\frac{\pi}{4} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{}}$

Из 6 элементов

$199 - 21 = 178$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$

$\cancel{a_1}, a_2, \cancel{a_3}, \cancel{a_4}, \cancel{a_5}, \cancel{a_6}$ 1, 2, 3, 4, 5, 6

$\cancel{a_1}, \cancel{a_3}, a_4, \cancel{a_5}, \cancel{a_6}, a_7$ $6a - 178 = 2$

$a = 30$

$p - q = a - 6$

$\cancel{p \neq q}$: $a, a+1, a+2, \ldots, a+6$

$S = \frac{2a+6}{2} \cdot 7 = (a+3) \cdot 7 = 7a + 21$

$101 - 21 = 80$ $97 - 21 = 76$

$7a + 21 - (a + k) = 199$

$6a + 21 - k = 199$

$k = 21 - 199 + 6a = 6a - 178$

$6a - 178 = a$

$197 = 6a + 21 - d$

$6 \cdot 13 = 78$ $7a + 6 = 84$

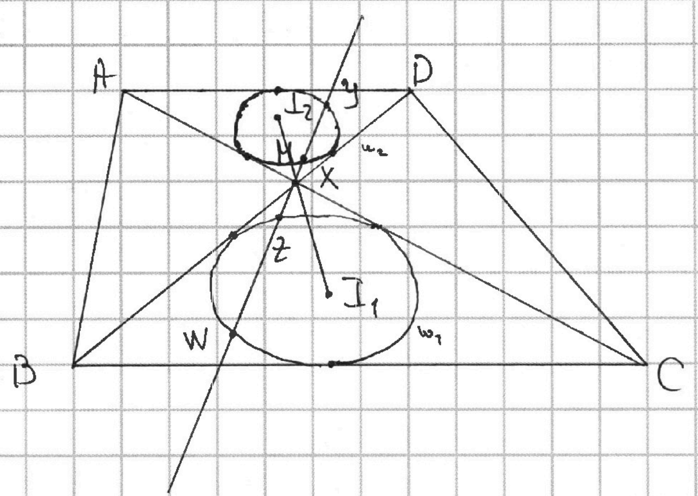
$d =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$I_1I_2 = \frac{13}{2}$

$MZ \cdot MY = 5$

R_{ω_1} - ?

$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$

$I_1M = 2I_2M \qquad MZ = 2MX, \qquad 3I_2M = \frac{13}{2}$

$I_2M = \frac{13}{6}$

$I_1M = \frac{13}{3}$

$2MX \cdot MY = 5$

$MX \cdot MY = \frac{5}{2} \qquad MZ \cdot MW = 10$

$d^2 - R^2 = 10$

$\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10 = R^2$

$\frac{169}{9} - 10 = R^2$

$\frac{169 - 90}{9} = R^2$

$\frac{79}{9} = R^2 \qquad R = \frac{\sqrt{79}}{3}$

$C_5^3 \cdot 7 + C_7^3 \cdot 5 = \frac{5\cdot4\cdot3}{6}\cdot 7 + \frac{7\cdot6\cdot5}{6}\cdot 5 =$

$= 5\cdot2\cdot7 + 7\cdot25$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14} > 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$$

$t =$

$$\sin(3\alpha) = \sin 2\alpha\cos\alpha + \cos 2\alpha\cdot\sin\alpha =$$

$$= 2\sin\alpha\cos^2\alpha + (1-2\sin^2\alpha)\cdot\sin\alpha =$$

$$= 2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha) + \sin\alpha - 2\sin^3\alpha =$$

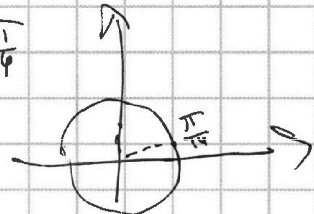
$$= 2\sin\alpha - 2\sin^3\alpha + \ldots = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14} = 5 - 4\left(3\sin\frac{\pi}{14} - 4\sin^3\frac{\pi}{14}\right) =$$

$$= 5 - 12\sin\frac{\pi}{14} + 16\sin^3\frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12\sin\frac{\pi}{14} + 16\sin^3\frac{\pi}{14} \vee 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$$

$$5 - 7\sin\frac{\pi}{14} \vee 4\cos\frac{\pi}{7} - 16\sin^3\frac{\pi}{14}$$



$$\cos\frac{\pi}{7} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{14}$$

1 $\cancel{5} - 7\sin\frac{\pi}{14} \vee \cancel{4} - 8\sin^2\frac{\pi}{14} - 16\sin^3\frac{\pi}{14}$

$$16\sin^3\frac{\pi}{14} + 8\sin^2\frac{\pi}{14} - 7\sin\frac{\pi}{14} + 1 \vee 0$$

$$\left(\sin\frac{\pi}{14} + 1\right)\left(16\sin^2\frac{\pi}{14} - 8\sin\frac{\pi}{14} + 1\right) \vee 0$$

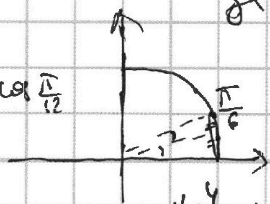
$$\left(\sin\frac{\pi}{14} + 1\right)\left(4\sin\frac{\pi}{14} - 1\right)^2 \vee 0$$

>0 $\quad$ >0

$\sin\frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{4} = \sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}$

$\cancel{\sin^2\frac{\pi}{12}} = \sin\frac{\pi}{6} = 2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$



$$\frac{1}{4} = t\cdot\sqrt{1-t^2}$$

$$\frac{1}{16} = t^2(1-t^2)$$

$$t^4 - t^2 + \frac{1}{16} = 0$$