



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- × (1) [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- × (2) [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- × (3) [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
- × (4) [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
- (5) [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
- × (6) [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$a_0 = 143^\circ$$

$$d = 2 \text{ мм } (-2)$$

$$0^\circ < a_n < 180^\circ$$

н.ч. :  $a_{max}$  ?

Решение:

$$180 \cdot (n-2) = \frac{a_0 + a_n}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = \frac{143n + a_n(n-1)}{2}$$

$$180n - 360 = 143n + \frac{2(h^2 - n)}{2}$$

$$180n - 360 = 143n - h^2 + n$$

$$h^2 + 36h - 360 = 0$$

$$D = 1296 + 1440 = 2736$$

$$\sqrt{2736} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow d \neq (-2)$$

$$a_n = 143 + 2 \cdot (n-1)$$

$$a_{18} = 143 + 2 \cdot 17 = 177 \text{ мм}$$

$$180n - 360 = 143n + h^2 - h$$

$$h^2 - 38h + 360 = 0$$

$$D = 1444 - 1440 = 4$$

$$h_1 = \frac{38-2}{2} = 18 \quad h_2 = \frac{38+2}{2} = 20$$

$$a_{20} = 143 + 2 \cdot 19 = 181 > 180 \Rightarrow \text{не подходит}$$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$\frac{4x+3y+3z}{2} = 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{НОД}(3; 2) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{z}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{1}{3} \Rightarrow 2 \frac{4x+3y+3}{2} = 1$$

$$4x+3y+3 = 1$$

$$4x+3y = -2$$

$$x = \frac{-2+3y}{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4+12y+9y^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{4+12y+25y^2}{16} + 1$$

Выражение будет принимать наименьшее значение при наименьшем  $4+12y+25y^2$ , когда

значение которой находится в каждой вершине параболы.  $y_0 = -\frac{12}{2 \cdot 25} = -0,24$

$$x = \frac{-2 - 0,24 \cdot 3}{4} = -0,32$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0,1024 + 0,0576 + \frac{1}{9} = 1,16 \quad \text{Ответ: } 1,16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим элемент множества  $S$  и возмозможные значения суммы:

$a_0 = a_0$	$S_0 = 6a_0 + 15$
$a_1 = a_0 + 1$	$S_1 = 6a_0 + 16$
	$S_2 = 6a_0 + 17$
$a_2 = a_0 + 2$	$S_3 = 6a_0 + 18$
$a_3 = a_0 + 3$	$S_4 = 6a_0 + 19$
$a_4 = a_0 + 4$	$S_5 = 6a_0 + 20$
$a_5 = a_0 + 5$	$S_6 = 6a_0 + 21$
$a_6 = a_0 + 6$	$S_7 = 28$

Заметим, что от значения  $a$  зависят четность чисел, а потому мы можем выбрать пары

возможные  $p$  и  $q$ :

- |                              |                              |   |
|------------------------------|------------------------------|---|
| 1) $6a_0 + 17$ и $6a_0 + 15$ | 2) $6a_0 + 20$ и $6a_0 + 18$ | Обозначим второе число в каждой паре за $x$ , а в $q$ за $y$ ,<br>тогда:<br>$(6a+x)^2 - (6a+y)^2 = 492$<br>$x^2 + 12a(x-y) - y^2 = 492$ |
| 3) $6a_0 + 19$ и $6a_0 + 17$ | 4) $6a_0 + 20$ и $6a_0 + 16$ |   |
| 5) $6a_0 + 19$ и $6a_0 + 15$ | 6) $6a_0 + 18$ и $6a_0 + 16$ |   |

Подставив в уравнение каждый из 6 вариантов и подставив их, мы

обнаружим, что только  $a_0$  будет только при  $p = 6a_0 + 19$  и  $q = 6a_0 + 17$ ,

тогда мы можем найти  $a_0$ :  
 $17^2 + 12a_0 \cdot 2 - 15^2 = 492$   
 $24a_0 = 420$   
 $a_0 = 17 \Rightarrow a_1 = 18, a_2 = 19, a_3 = 20, a_4 = 21, a_5 = 22, a_6 = 23$

Ответ: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23.

$a_6 = 23$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

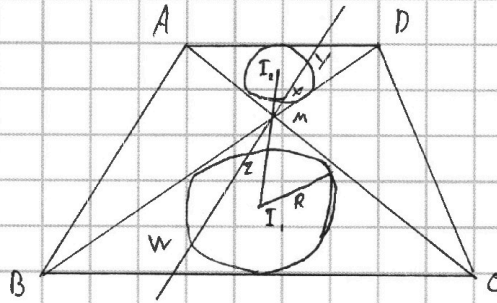
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  
 $AD:BC = 1:2$   
 $I_1 I_2 = 13/2$   
 $MZ \cdot MY = 5$   
 $k$ -мн:  
 $R = ?$

Решение:



$$\left. \begin{array}{l} \angle DAM = \angle MCB \text{ (накрест.)} \\ \angle CBM = \angle MDA \text{ (накрест.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADM \overset{\sim}{\cong} \triangle BMC \quad \left. \begin{array}{l} \\ AD:BC = 1:2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} k\text{-коэф. подобия: } 2 \\ \Rightarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} MI_1 - \text{секс. } \angle AMD \\ MI_2 - \text{секс. } \angle BMC \\ \angle AMD \text{ и } \angle BMC - \text{вертикальные} \end{array} \right\} \Rightarrow M \in I_2 I_1 \quad \left. \begin{array}{l} \triangle ADM \overset{\sim}{\cong} \triangle BMC, k=2 \\ \Rightarrow MI_1 = 2 MI_2 = \frac{13}{2} \cdot 2 = \frac{13}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADM \overset{\sim}{\cong} \triangle BMC, k=2 \\ \angle AMD \text{ и } \angle BMC - \text{верт.} \end{array} \right\} \Rightarrow MY \cdot 2 = MW \quad MZ \cdot MW = (MI_1 - R)(MI_1 + R)$$

$$2 MZ \cdot MY = (MI_1 - R)(MI_1 + R)$$

$$2 \cdot 5 = \left(\frac{13}{3}\right)^2 - R^2$$

$$R^2 = \frac{169 - 90}{9}$$

$$R = \frac{\sqrt{79}}{3} \quad \text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \stackrel{?}{=} 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad 5 - 4 \sin \left( \frac{3\pi}{14} + \frac{\pi}{14} \right) \stackrel{?}{=} 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \left( \frac{3\pi}{14} - \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 - 4 \left( \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{2\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{14} \right) \stackrel{?}{=} 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \left( \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14} - \cos \frac{2\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 \stackrel{?}{=} 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{7}, \cos \frac{\pi}{14} + 5 \cos \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{14} + 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \stackrel{?}{=} 4 \cos \frac{\pi}{7} + 9 \cos \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5 \stackrel{?}{=} \cos \frac{\pi}{7} \left( 4 + 9 \cos \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{14} \right) - \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$$

Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку никакие 4 из 5 точек вне плоскости  $L$  не лежат на одной плоскости, мы можем построить треугольные пирамиды, содержащие 2, 3 или 4 из этих точек, 7 пирамид с большим количеством точек в основании будут иметь равно одну из этих точек.

$$\frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3!} + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} + \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6!} + \frac{7!}{7!} \cdot 5 = 165 + 120 + 84 + 56 + 35 + (35 + 21 + 7 + 1) \cdot 5 = 460 + 320 = 780$$

Ответ: 780

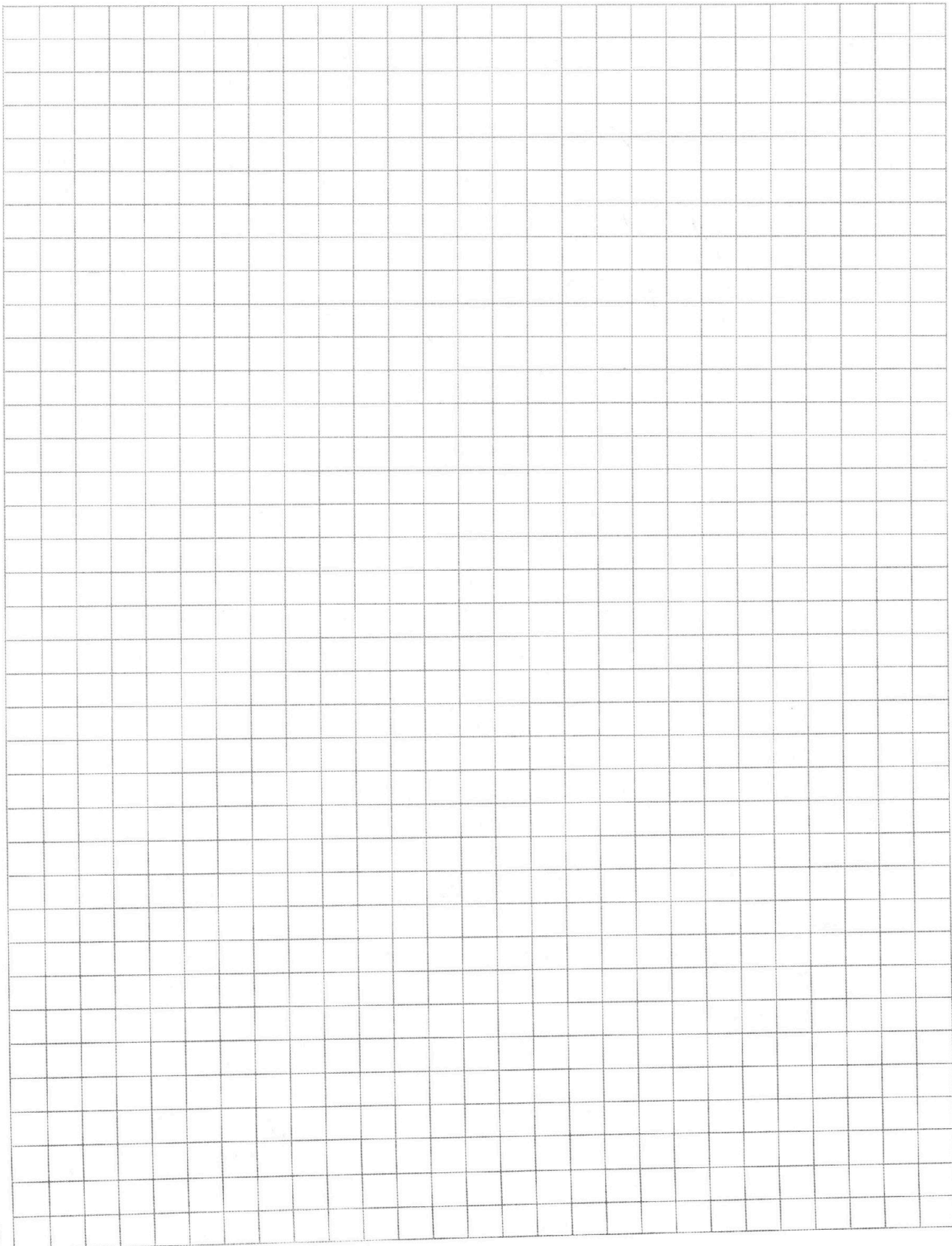


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

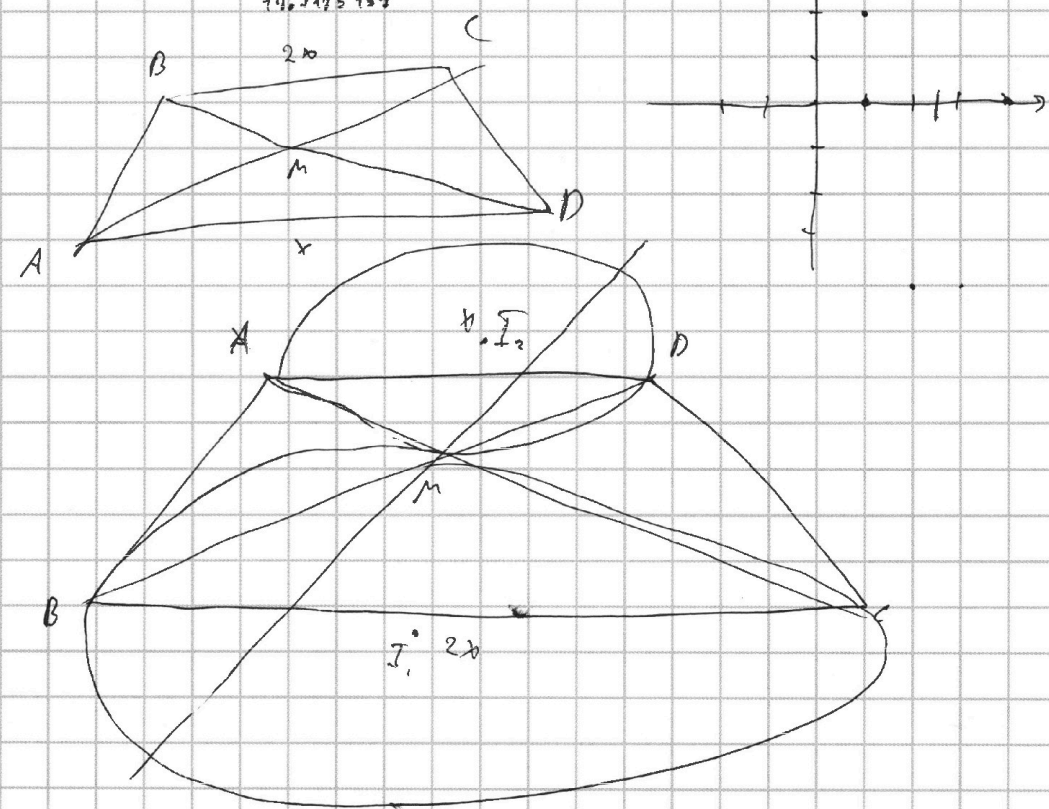
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$441 - 361 = 80$   
 $\frac{441}{8} - \frac{289}{8} = 152$   
 $\frac{292}{640}$   
 $\frac{324}{68}$   
 $\frac{352}{824}$   
 $\frac{441}{216}$   
 $\frac{492}{576} - \frac{216}{576}$   
 $\frac{528}{96}$   
 $756 = 24 \cdot 31.5$

$19/17$   
 $\frac{361}{289} - \frac{72}{72}$   
 $\frac{792}{420}$   
 $12 + 21 = 33$   
 $72 + 21 = 93$

$\frac{2}{5} \sin \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \cos \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \sin \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \cos \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \sin \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \cos \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \sin \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \cos \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \sin \frac{\pi}{4}$   
 $\frac{2}{5} \cos \frac{\pi}{4}$

$720 = 24 \cdot \alpha$   
 $\alpha = 30$   
 $2180 + 19 = 199$   
 $19 \cdot 17 = 184$



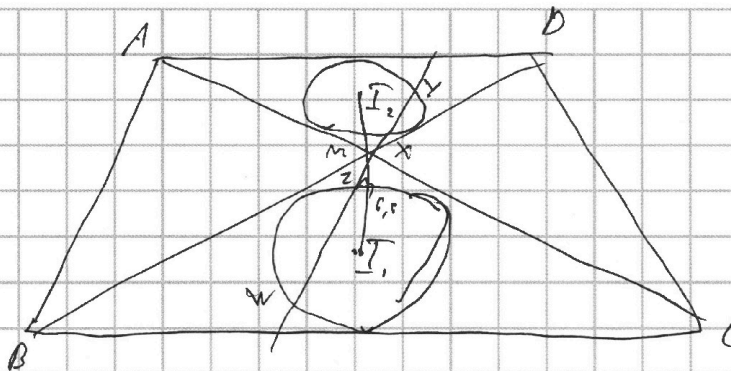


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{26 + 39}{18}$$

$$\frac{13}{2} = x + \frac{x}{2}$$

$$\frac{13}{2} \times \frac{2}{2}$$

$$x = \frac{13}{3}$$

$$\frac{13}{3} + \frac{13}{6} = \frac{39}{6}$$

$$\frac{13}{2}$$

$$I_1, I_2 = 13, 6, 5$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$\frac{13}{2}$$

$$3, 5$$

$$MZ = \frac{13}{3}$$

$$2R_1 = 2R_2 \cdot 2$$

$$MZ \cdot MW = 10$$

$$\left(\frac{13}{3} - R\right)\left(\frac{13}{3} + R\right) = 10$$

$$\begin{array}{r} 285 \\ + 24 \\ \hline 309 \\ + 30 \\ \hline 339 \\ + 21 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$54 \cdot 6 \cdot 5 = 320$$

$$280$$

$$4$$

$$\frac{169 - R^2}{9} = 10$$

$$2R^2 = 49$$

$$A_{11}^3$$

$$P_{11}^3$$

$$70 + 29 = 99$$

$$\frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3!} = 11 \cdot 3 \cdot 5 = 165 - 35 = 130$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} = 10 \cdot 3 \cdot 4 = 120 - 35 = 85$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} = 9 \cdot 4 = 36 - 35 = 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56 - 35 = 21$$

$$\frac{2 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 20 - 35$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!} = 35$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5!} = 21$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6!} = 1$$

$$7 = 1$$

$$99 \cdot 5 = 495$$

$$495 + 285 = 780$$

$$130 + 85 + 49 + 21 = 285$$

1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $a_1 + 1$   $a_1 + 2$   $a_1 + 3$   $a_1 + 4$   $a_1 + 5$   $a_1 + 6$

$6a_1 + 21$

$6a_1 + 30$

$6a_1 + 19$

$6a_1 + 19$

$6a_1 + 12$

$6a_1 + 16$

$6a_1 + 15$

$19/15$   $36 + 58 + 48a_1 = 206$

$5 + 4 + 24a_1 = 7892$

$24a_1 = 248$

$21/15$   $441 + 48a_1 + 289$

$21/15$   $441 + 225 + 22a_1 = 792$

$19/12$   $361 + 24a_1 + 289$

$50 + 24a_1 = 792$   $24a_1 = 142$

$(6a_1 + x)^2 - (6a_1 + y)^2 = 792$

$12a_1x + x^2 - 12a_1y - y^2 = 792$

$x^2 + 12a_1(x - y) + y^2 = 792$

$400 + 24a_1x - 324 = 792$

$24a_1x = 716$

$400 + 48a_1x - 256 = 792$

$48a_1x = 648$

$24a_1x = 324$

$24a_1x = 212$

$24a_1x = 126$

$361 + 24a_1x + 289$

$72a_1 = 126$

$24a_1 = 142$

Handwritten calculations and arithmetic are present throughout the page, including various subtraction and addition problems.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$180 \cdot (h-2) = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = \frac{2a_1 + 2 \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = a_1 n + n^2 - n$$

$$180n - 180 = 149n + n^2 - n$$

$$h^2 - 38n + 180 = 0$$

$$-n^2 - 36 + 180 = 0$$

$$D = 144n - 220 = 724$$

$$D = 1296 + 720 = 2016$$

$$90n - 90 = a_1 n + (h^2 - h)$$

$$90n - 90 = 149n + h^2 - h$$

$$n^2 + 52n + 90 = 0$$

$$D = 2604 - 360 = 2244$$

$$180n - 360 = a_1 n + (h^2 - h)$$

$$180n - 360 = 149n + h^2 - h$$

$$n^2 + 38n + 360 = 0$$

$$D = 14404 - 1440 = 12964$$

$$n_1 = \frac{-38 - 2}{2} = -20 \quad n_2 = \frac{-38 + 2}{2} = -20$$

$$90n - 90 = 149n - n^2 + n$$

$$D = -n^2 + 54n + 90 = 0$$

$$D = 2916 + 360 = 3276$$

$$180n - 360 = 149n - h^2 + h$$

$$h^2 + 36h - 360 = 0$$

$$D = 1296 + 1440 = 2736$$

$$\begin{array}{r} 1296 + 720 \\ 720 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 384 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 54 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 2916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 32 \\ \hline 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 56 \\ \hline 336 \\ 3136 \\ \hline 3136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 216 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 276 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ 1444 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181 - 1 \\ 143 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 224 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 180 \\ \hline 2272 \\ 5680 \\ \hline 50960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 144 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 59 \\ \times 59 \\ \hline 531 \\ 1081 \\ \hline 3481 \end{array}$$

9

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 54 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 2916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 260 \\ \times 260 \\ \hline 1560 \\ 5200 \\ \hline 67600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1296 \\ 1440 \\ \hline 2736 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

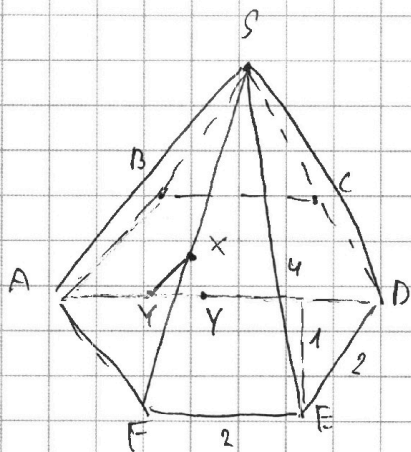
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sinh \frac{R}{4} < \frac{1}{2}$$

$$\sinh \frac{2R}{11} \cdot \cos \frac{R}{11} - \cos \frac{2R}{11} \cdot \sinh \frac{R}{11}$$



$$\sinh \frac{3R}{14} = \sinh \frac{R}{14} \cdot \cos \frac{R}{14} + \sinh \frac{R}{14} \cdot \cos \frac{R}{14}$$

$$\cos \frac{2R}{14} = \frac{\cos \frac{R}{14}}{\sinh \frac{R}{14}} - \frac{\cos \frac{R}{14}}{\sinh \frac{R}{14}} = 1 - 2 \sinh^2 \frac{R}{14}$$

$$5 - 4 \sinh \frac{2R}{14}$$

$$4 - 8 \sinh \frac{2R}{14} = 5 \sinh \frac{2R}{14}$$

$$4 = \sinh \frac{2R}{14}$$

5

$$4 \cos \frac{R}{4} - 10 \cos \frac{2R}{4} \cdot \sinh \frac{R}{14}$$

$$4 \sinh \frac{2R}{14} < \sinh \frac{R}{4} \Rightarrow < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 \cos \frac{R}{4} (2 - 5 \sinh \frac{R}{14})$$

$$4 \cos \frac{R}{4} - \sinh \frac{R}{4} \cdot \cos \frac{R}{4} + 9 \cos \frac{2R}{4} \cdot \sinh \frac{R}{14} = 5 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$\cos \frac{R}{4} (4 - 9 \cos \frac{R}{4} \cdot \sinh \frac{R}{14})$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$2x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$16 \cdot \frac{x}{8} \cdot \frac{y}{24} = 6$$

$$x + y + z = 6$$

$$4x + 3y + z = 2$$

$$4x + 3y + z = 2$$

$$4x + 3y + z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$x = \frac{-2 - 3y}{4}$$

$$\frac{4 + 12y + 9y^2}{16} + y + 1$$

$$\frac{4 + 12y + 25y^2}{16} + 1$$

$$25y^2 + 12y + 4$$

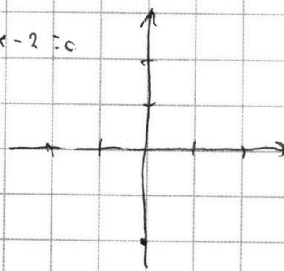
$$y = \frac{-12}{50} = -0,24$$

$$4x - 0,72 = -2$$

$$4x = -1,28$$

$$x = -0,32$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (0,32)^2 + (-0,24)^2 + 2 \cdot 0,1024 + 0,0528 \cdot 1 = 1,16$$



$$\begin{array}{r} 0,32 \\ \times 0,32 \\ \hline 0,1024 \\ 0,24 \\ \hline 0,1024 \\ 0,1024 \\ \hline 0,1600 \end{array}$$