



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника? ✓
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ . ✓
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ . ✓
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ? ✓
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках? ✓
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 6 \end{array}$$

$q - p =$

$$80 + 14 = q + p = 625 \Rightarrow 24^2$$

$$56 + 56 = 112 \quad 210 + 9 = 219$$

$$70 + 28 = 98 \quad \frac{98}{210}$$

$$4 \cdot (220 - 1) =$$

$$= 4 \cdot 220 - 4 =$$

$$= 880 - 4 = 876$$

$$\frac{1+7}{2} \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$128 - 81 =$$

$$= 19 + 28 = 20 + 24 = 44$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

17) Сумма углов в выпуклом многоугольнике равна  $(n-2) \cdot 180^\circ$ , где  $n$  - кол-во вершин.

$$S_n(AП) = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, \quad d - \text{разность}$$

$$d = 2^\circ \quad S_n = \frac{132^\circ + 132^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ}{2} \cdot n = (132^\circ + n) \cdot n$$

$$a_1 = 132^\circ \text{ (по условию)}$$

$= 131n + n^2$ ; Сумма углов должна быть равна сумме АП, значит:

$$131n + n^2 = 180n - 360 \quad n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 360 > 0, \text{ значит два действ.}$$

корня. Воспользуемся Т. Виета:

$$\begin{cases} n_1 \cdot n_2 = 360 \\ n_1 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = 49 \\ n_2 = 40 \end{cases}$$

Значит наибольшее число вершин = 40.

Ответ: 40.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2] x \cdot \ln(5 \cdot 5) + y \cdot \ln(3 \cdot 5 \cdot 5) + z \cdot \ln(5 \cdot 5 \cdot 5) = \ln(3 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$(2x + 2y + 3z) \cdot \ln 5 + y \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

Т.к. уравнение в целых числах, то

$$y = 2; \text{ значит } 2x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -3 \quad x = 0 \quad z = -1 \text{ — решение.}$$

$$2x = -3 - 3z$$

$$2x = -3 \cdot (1 + z)$$

$$x = \frac{-3(1+z)}{2}$$

Как нужно ~~минимизировать~~

минимизировать

$$x^2 + y^2 + z^2$$

Решения в целых числах  $z = 1; x = -3$

то есть нужно взять наименьшие по

модулю целые числа.  $x = 0 \quad z = -1$

подходит, как решение. Меньше по

модулю только пара  $x = 0; z = 0$ ,

но она как не подходит; поэтому

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 4 + 1 = 5 \text{ — наименьшее.}$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 1080 \quad (p - q)(p + q) = 1080$$

Сумма 6 подряд идущих мат.  
чисел как минимум

$$\frac{1+7}{2} \cdot 6 = 6 \cdot 4 = 24, \text{ поэтому}$$

$$p + q \geq 48$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \frac{I_1 M}{I_2 N} = \frac{1}{2} \quad I_1 I_2 = 8 \Rightarrow I_1 M = \frac{16}{3}$$

$$4) \frac{M Z}{M X} = \frac{1}{2} \quad \text{т.к. } \triangle A M Q \sim \triangle C M B, \quad M X \perp$$

$M Z$  — секущие проведенные к окружностям.

$$M Z = \frac{M X}{2} \quad M Z \cdot M Y = 9 = \frac{M X}{2} \cdot M Y = 9$$

$$M X \cdot M Y = \frac{18}{1} = 18 \quad M Q^2 = M X \cdot M Y = 18, \text{ т.к.}$$

$M Q$  — касательная, а  $M Y$  — секущая.

$$5) \text{ По Т. Пиф.: } Q I_1 = R \omega_1 = \sqrt{M I_1^2 - M Q^2}$$

$$= \sqrt{\frac{16^2}{9} - 18} = \sqrt{\frac{16^2 - 2 \cdot 9 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (16 \cdot 8 - 81)}{9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 44}{9}} = \frac{\sqrt{88}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{84}}{3}$$

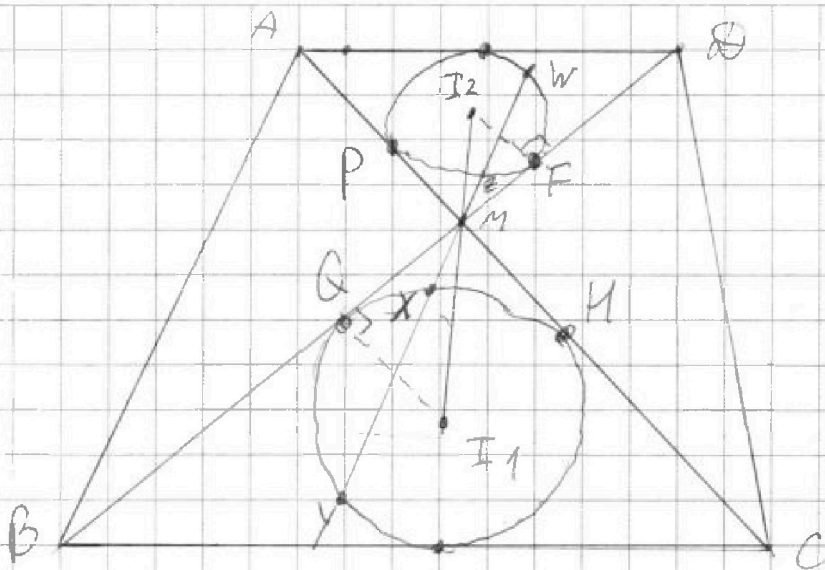


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Прямая  $I_1 I_2$  проходит ч/з точку  $M$ , т.к. две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ; касательные к окружностям  $BD$  и  $AC$  расположены симметрично линии центров.

2)  $\triangle MDA \sim \triangle MBC$  ( $\angle AMD = \angle BMC$  вертик.;  $\angle MAD = \angle MCB$   $\angle DBC = \angle BDA$  как накрест л.с.) по 1-му признаку с коэффициентом  $\frac{1}{2}$ , т.к.  $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ .

3) Т.к.  $\triangle MDA \sim \triangle MBC \Rightarrow R_{\omega_2} : R_{\omega_1} = 1:2$  заметим  $\frac{I_2 F}{Q I_1} = \frac{1}{2}$ .  $\triangle M Q I_1 \sim M F I_2$  (прямой и  $\angle Q M I_1 = \angle I_2 M F$  вертик.);  $\frac{I_2 F}{Q I_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{I_2 M}{M I_1} = \frac{1}{2}$ ; треугольники подобны с  $k = \frac{1}{2}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

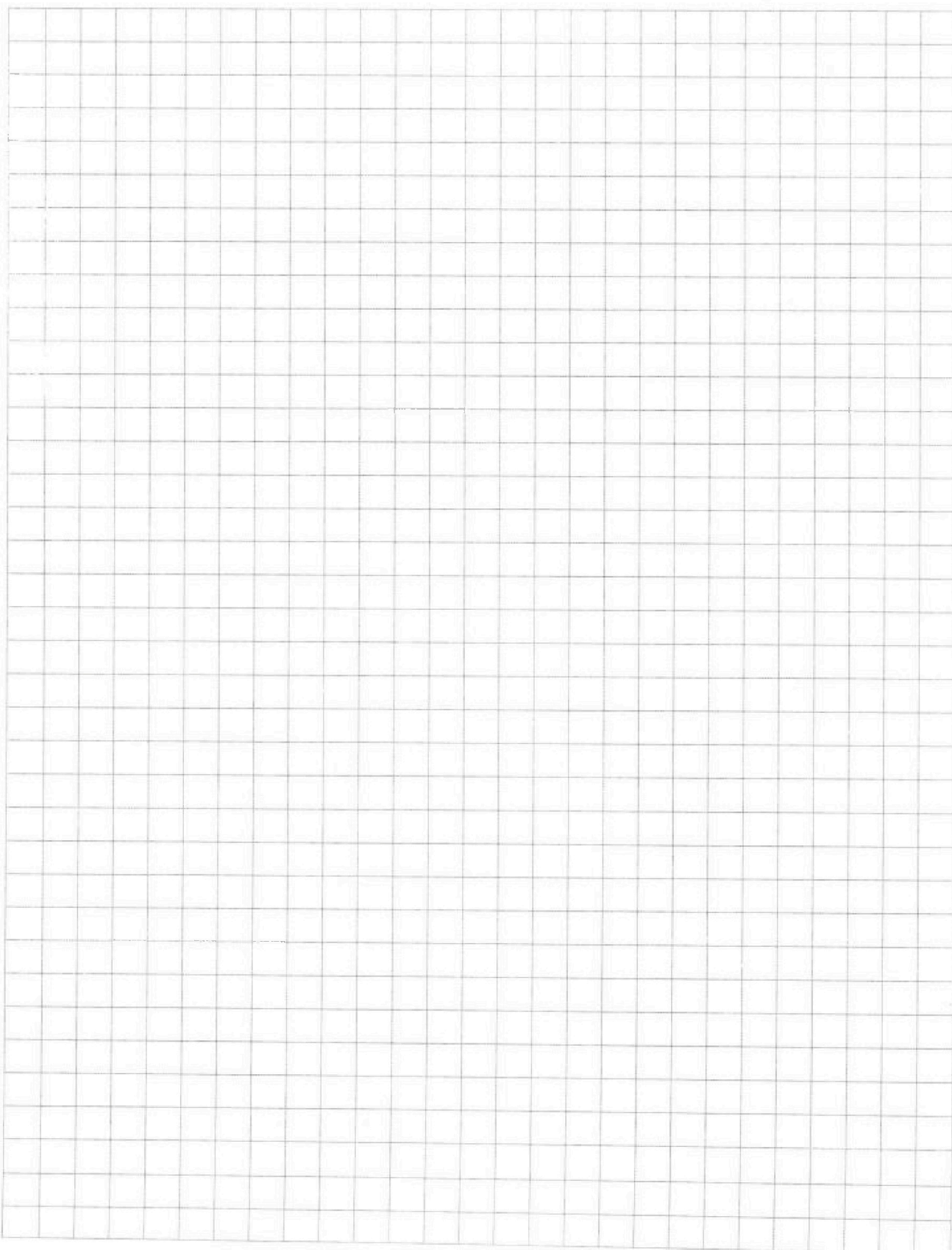
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

[5]  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$

Пусть  $\frac{3\pi}{14} = \alpha$ , тогда  $\frac{9\pi}{14} = 3\alpha$ ;  $\frac{3\pi}{4} = 2\alpha$

$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 3 \sin \alpha - 4 \cos 2\alpha$

$5 - 4 \cdot (3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) - 3 \sin \alpha + 4 \cos 2\alpha \vee 0$

$5 + 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha + 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) \vee 0$

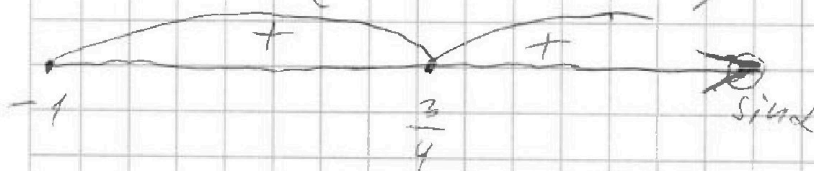
~~или~~  $5 - 15 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha + 4 - 8 \sin^2 \alpha \vee 0$

$16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 \vee 0$

$(\sin \alpha + 1)(8 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha + 9) \vee 0$  *очевидно все корни*

$(\sin \alpha + 1)(16 \sin^2 \alpha - 24 \sin \alpha + 9) \vee 0$

$(\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 3)^2 \geq 0$



$\sin \alpha = \sin \frac{3\pi}{14}$ , т.е.  $\sin \alpha > 0$ , т.к.  $\frac{3\pi}{14} > 0$

$\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$ , значит  $\sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$ , значит  $(\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 3)^2 > 0$ ,

значит  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$

Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \text{ точки: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ (способов)}$$

$$4 \text{ точки: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5}{4} = 2 \cdot 7 \cdot 5 = 70 \text{ (способ)}$$

$$5 \text{ точек: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 8 \cdot 7 = 56$$

$$6 \text{ точек: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

$$7 \text{ точек: } 8 \text{ (способ)}$$

$$8 \text{ точек: } 1 \text{ способ}$$

Итого для этого варианта

$$4 \cdot (56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1) = 4 \cdot 219 = 876 \text{ (способ)}$$

(2): одну точку на окр. можем выбрать 8 способами, а три точки вне плоскости 2

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = 4 \text{ (способ)}$$

$$\text{Итого для этого варианта } 8 \cdot 4 = 32 \text{ (способ)}$$

(3): Две точки на окр. выбираем

$$\frac{8 \cdot 7}{2!} = 7 \cdot 4 = 28 \text{ (способ)}; \text{ две точки вне}$$

$$\text{плоскости выбираем } \frac{4 \cdot 3}{2!} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Итого для этого варианта } 6 \cdot 28 = 168 \text{ (способ)}$$

$$\text{Итого: } 876 + 32 + 168 = 876 + 200 =$$

$$= 1076 \quad \text{Ответ: } 1076 \text{ способов.}$$



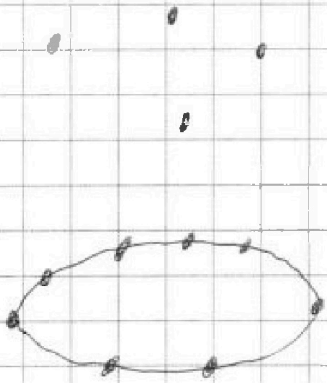
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6



Если 4 точки лежат  
в плоскости, то это  $L$ ;  
поэтому мы можем брать

одну точку из 4-х

(лежащих вне плоскости  $L$ ), как

вершину пирамиды, а 3, 4, 5... 8 точек  
на окружности мы можем

взять 3 точки лежащих вне плоскости  
 $L$ , и одну взять на окружности.

(Пирамида задается  $n$  точками лежащими  
в одной плоскости  $n \geq 3$  и одной  
точкой ~~на~~ не лежащей в этой плоскости).

Еще (3) мы можем взять две точки  
из 4-х не лежащих и две на окружности.

(1): Выберем одну из точек, лежащих  
вне  $L$  - 4 точки. Выберем 3, 4, 5... 8  
точек, лежащих на окружности



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

: ln 25

$$\boxed{2} \quad x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(5 \cdot 9)$$

$$x \cdot \ln(25) + y \cdot (\ln 3 + \ln 25) + z \cdot (\ln 5 + \ln 25) = \ln 5 + \ln 9$$

$$x \cdot \ln 25 + z \cdot (\ln 5 + \ln 25) = \ln 5 + \ln 25 - y \cdot (\ln 3 + \ln 25)$$

$$x + y \cdot \log_{25}(3 \cdot 25) + z \cdot \log_{25}(5 \cdot 25) = \log_{25}(5 \cdot 9)$$

$$x + y + y \cdot \log_{25} 3 + z + z \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \log_5 3$$

$$x + y + \frac{3}{2}z - \frac{1}{2} = \log_5 3 - \frac{1}{2} \cdot y \cdot \log_5 3$$

$$= \log_5 3 \cdot \left(1 - \frac{y}{2}\right)$$

$$\frac{25 \cdot 25}{125} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = 15 \ln(3 \cdot 5 \cdot 5)$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{3}$$

$$2x \ln 5 + y \ln(3 \cdot 5 \cdot 5) + 3z \ln 5 = \ln(3 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$+ y \cdot (\ln 3 + 2 \ln 5) + 3 \cdot z \cdot \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$2x \alpha + y \cdot (\beta + 2\alpha) + 3 \cdot z \cdot \alpha = 2\beta + \alpha$$

$$(2x + 2y + 3z) \alpha + (y) \cdot \beta = 2\beta + \alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

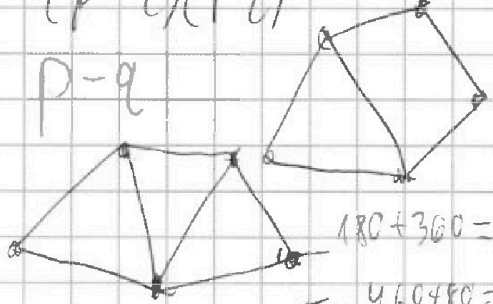
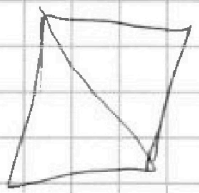
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$1080 = 2 \cdot 540 = 4 \cdot 270 = 8 \cdot 135 = 8 \cdot 27 \cdot 5 = 12 \cdot 10 = 120$   
 $24 \cdot 5 = 120$

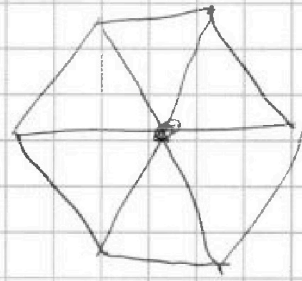
$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3$   
~~24~~

$\frac{(2n-1) \cdot 180^\circ}{2n}$   
~~2n~~



$180 \cdot 1$  (3)  
 $2$  (4)  
 $4$  (6)  
 $180 + 360 = 540$   
 $120 \cdot 6 = 720$   
 $= 180$  (4)

$180^\circ \cdot n$



$360 =$   
 $= 60 \cdot 6 =$   
 $= 30 \cdot 12 =$   
 $= 20 \cdot 18 =$   
 $= 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 =$   
 $= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 =$   
 $= 15 \cdot 24 =$   
 $= 5 \cdot 12 \cdot 2 =$   
 $= 5 \cdot 12 \cdot 6 =$

$180^\circ \cdot n - 360 = (n-2) \cdot 180^\circ$

$(n-2) \cdot 180^\circ$

$S_n = \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$

$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$S_n = \frac{132 + 132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$   
 $= \frac{264 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$

$5 \cdot 7 = 35$   
 $= 4 + 7 = 21$

$S_n = (5 + 2 \cdot 2) \cdot 3 =$   
 $= 27$

$S_n = \frac{5+5+2 \cdot 2}{2} \cdot 3 =$   
 $= \frac{14}{2} \cdot 3 = 5 \cdot 7 = 21$

$S_n = \left(132 + (n-1) \frac{2}{2}\right) \cdot n = (132 + n - 1) \cdot n =$

$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$

$= (131 + n) \cdot n =$   
 $= 131n + n^2 = (n-2) \cdot 180$

$n^2 - 49n + 360 = 0$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 = 0 \quad t = -1$$

$$-16 - 8 + 15 + 9 = -24 + 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 \\ 16t^3 + 16t^2 \\ \hline -24t^2 - 15t + 9 \\ -24t^2 - 24t \\ \hline 9t + 9 \\ 9t + 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} t + 1 \\ \hline 16t^2 - 24t + 9 \end{array}$$

$$9D + 54 = 144$$

$$D = 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$$

~~8=20~~

$$D = 144 - 32 \cdot \frac{9}{2} =$$

$$= 144 - 16 \cdot 9 =$$

$$= 144 - 144 = 0$$

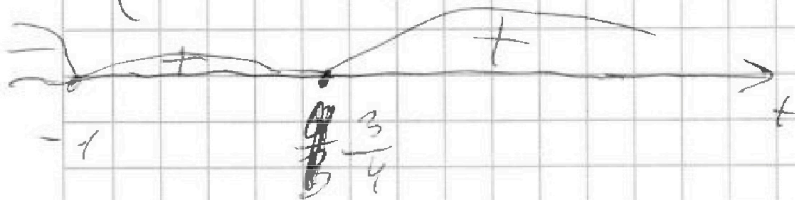
$$\sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$$

$$(16t^2 - 24t + 9)(t+1) = 0$$

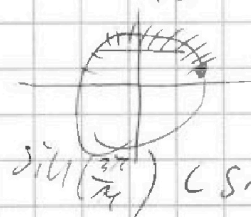
$$(8t^2 - 12t + \frac{9}{2})(t+1) = 0$$

$$(4t - 3)^2 (t+1) = 0$$

$$0 < t < 1$$



$$\sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$



$$\sin(\frac{3\pi}{14}) < \sin(\frac{\pi}{4})$$

$$\frac{6\pi}{28} < \frac{4\pi}{28}$$

$$\frac{17.2.3}{4 \cdot 2.3}$$

$$\frac{9\pi}{4 \cdot 2.3}$$

$$\frac{17.2}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{2.2}{2.2}$$

$$\frac{6\pi}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{14\pi}{4 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$\frac{17.2}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{14\pi}{4 \cdot 2 \cdot 2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

[5]  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  Пусть  $\frac{3\pi}{14} = \alpha$ ,  $\frac{9\pi}{14} = 3\alpha$ ,  $\frac{3\pi}{7} = 2\alpha$

$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 3 \sin \alpha - 4 \cdot \cos 2\alpha \quad \sin \alpha > 0$

$4 \cdot \cos 2\alpha - 4 \cdot \sin \alpha \vee 3 \sin \alpha - 5$

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$

$4(\cos 2\alpha - \sin 3\alpha) =$

$= 4(\sin(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) + \sin(\alpha - 3\alpha)) = 4 \cdot 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{5\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})$

$(\frac{\pi}{2} - 2\alpha + 3\alpha) = (\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2})$

$\frac{\pi}{4} - \frac{5 \cdot 2\pi}{14 \cdot 2} = \frac{\pi}{4} - \frac{15\pi}{7 \cdot 4} =$

$\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha + 3\alpha}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$

$= \frac{7\pi - 15\pi}{7 \cdot 4} = \frac{-8\pi}{7 \cdot 4} =$

$= \frac{-2\pi}{7}$

$8 \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})$

$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{7 \cdot 4} = \frac{10\pi}{7 \cdot 4} =$

$8 \cdot \sin(-\frac{2\pi}{7}) \cdot \cos(\frac{5\pi}{14}) \vee 3 \cdot \sin(\frac{3\pi}{14})$

$= \frac{5\pi}{7 \cdot 2}$

$8 \cdot 25 + 16 = 30 + 11 = 41$

$9 + 16 = 25$

$5 - 4(3 \cdot \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) \vee 3 \sin \alpha - 4(1 - \sin^2 \alpha) \quad (\sin 3\alpha = \sin(\alpha + 2\alpha) =$

$= \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha =$

$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha \vee 3 \sin \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha$

$= \sin \alpha \cdot (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha =$

$5 - 15 \cdot \sin \alpha + 16 \cdot \sin^3 \alpha + 4 - 8 \sin^2 \alpha \vee 0 = \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

$= \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha)$

$16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 \vee 0 = \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha =$

$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$





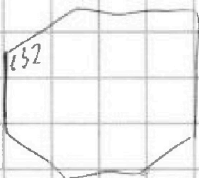
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12



2020

$$x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(45) \quad | : \ln 45$$

$$x \cdot \ln \frac{5 \cdot 5}{9 \cdot 5} + y \cdot \ln \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 9} + z \cdot \ln \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{9 \cdot 5} = 0$$

$$x \cdot \ln \frac{5}{9} + y \cdot \ln \frac{5}{3} + z \cdot \ln \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 3} = 0$$

$$-x \cdot \ln \frac{9}{5} - y \cdot \ln \frac{3}{5} + z \cdot \ln \frac{25}{9} = 0$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow x \ln 9 \\ & -x \cdot \ln \frac{9}{5} + y \cdot \ln \frac{5}{3} + z \cdot z \cdot \ln \frac{5}{3} = 0 \end{aligned}$$

$$\ln \frac{5}{3} \cdot (y + 2z) = x \cdot \ln \frac{9}{5} \quad \begin{matrix} \ln 9 \\ \ln 5 \end{matrix}$$

$$y + 2z = x \cdot \frac{\ln \frac{9}{5}}{\ln \frac{5}{3}} \quad \begin{matrix} 5 \cdot 5; & 3 \cdot 5 \cdot 5; & 5 \cdot 5 \cdot 5; \\ & & 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{matrix}$$

$$y + 2z = x \cdot \log_{\frac{5}{3}} \frac{9}{5}$$

$$x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(45) \quad | : \ln(45)$$

$$x \cdot \log_{45} 25 + y \cdot \log_{45} (3 \cdot 25) + z \cdot \log_{45} (5 \cdot 25) = 1$$

$$\log_{5 \cdot 5} 25 \cdot 5$$

$$| : \log_{45} 45$$

$$x \cdot \log_{25} 25 + y \cdot \log_{25} (3 \cdot 25) + z \cdot \log_{25} (5 \cdot 25) = \log_{25} 45$$

$$x + y \cdot (\log_{25} 3 + 1) + z \cdot (\log_{25} 5 + 1) = \log_{25} 45 \quad | : \log_{25} 45$$

$$x \cdot \log_{3 \cdot 25} 25 + y + z \cdot \log_{3 \cdot 25} (5 \cdot 25) = \log_{3 \cdot 25} (9 \cdot 5)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

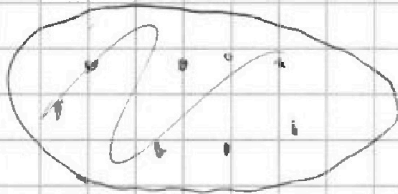
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4 - точки в разн. плоск.

сверху:

3, 4, 5, 6, 7, 8



$$3: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$$

$$4: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!}$$

$$5: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{1} = 8 \cdot 7$$

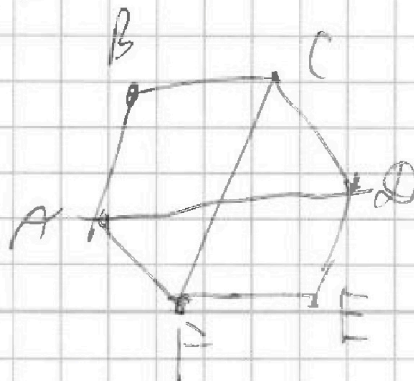
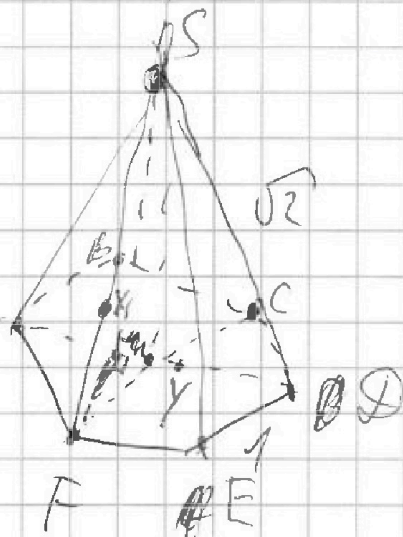
6:

7

min XY - ?

~~$\rho(SF \wedge AB)$~~  - ?

XY || SAB



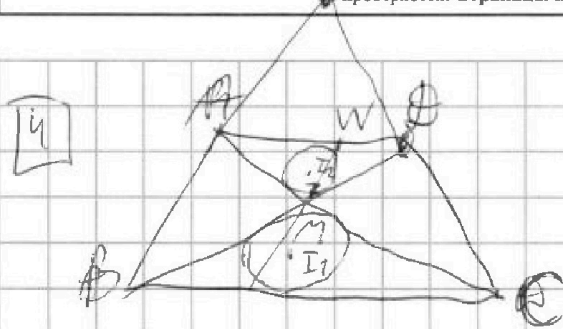


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

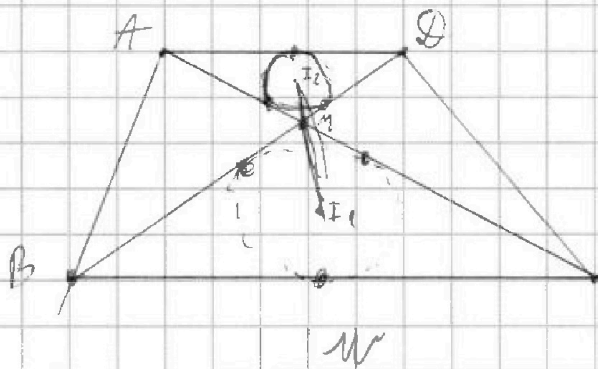
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



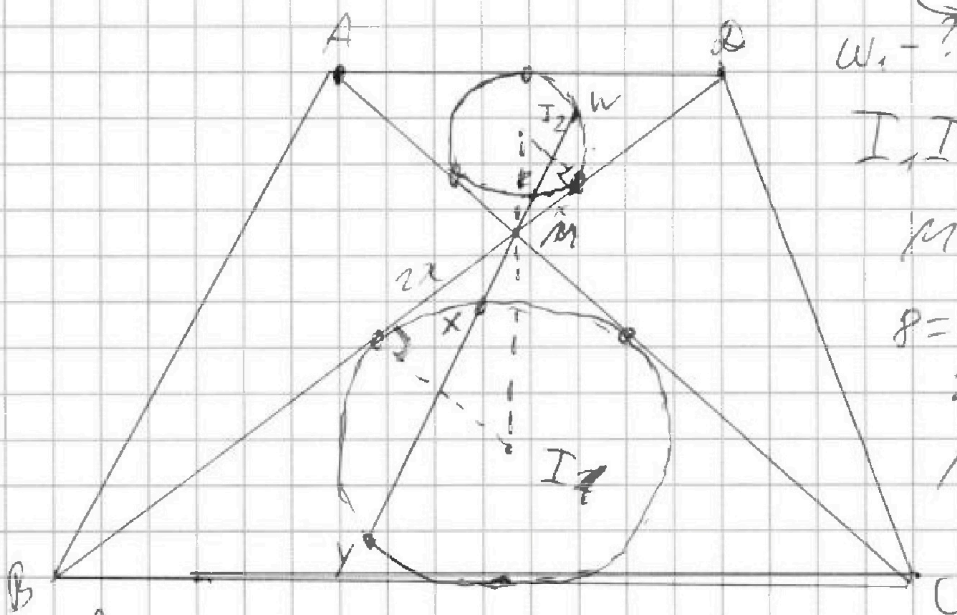
$$\frac{4B}{17C} = \frac{3}{2}$$



$$R = \sqrt{MI_1^2 - 4x^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 16}{9} - \frac{9}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 16 \cdot 2 - 81}{18}}$$



$W_1 = ?$

$$I_1 I_2 = p$$

$$MZ \cdot MY = 9$$

$$p = 3x$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$MI_1 = \frac{2 \cdot 8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$MZ = \frac{9}{MY}$$

$$\begin{cases} MX \cdot MY = 2x \\ MZ \cdot MW = x \end{cases}$$

$W_1$

$$MZ = 2MX$$

$$\begin{cases} MY \cdot MX = 2x \\ \frac{9}{MY} \cdot MW = x \end{cases}$$

$$2MX \cdot MY = 9$$

$$4x^2 = MX \cdot MY = \frac{9}{2} \Rightarrow \cancel{2x^2}$$

$$x^2 = \frac{9}{8} \quad x = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \cancel{W_1}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_4 = (132 - (n-1) \frac{2}{2}) \cdot n = (132 - n + 1) \cdot n =$$

$$= (133 - n) \cdot n = 133n - n^2$$

$$(n-2) \cdot 180 = 133n - n^2$$

$$-n^2 + 133n = 360n - 180n - 360$$

$$0 = n^2 + 49n - 360 = 0$$

$$n < 4$$

$$n < 4$$

$$360 = 60 \cdot 6 =$$

$$= 30 \cdot 12 \quad 12 \cdot 5 \cdot 6 =$$

$$90 \cdot 2 = 42 \cdot 5$$

$$180 \cdot 2$$

$$120 \cdot 3$$

$$44 \cdot 1$$

$$60 \cdot 6$$

$$= 30 \cdot 3 \cdot 4 = 90 \cdot 4$$

$$(132 + (n-1)) \cdot n = 180n - 360$$

$$(131 + n) \cdot n$$

$$81 + 450$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 - 4 \cdot 60 \cdot 6 =$$

$$= 49 \cdot 49 - 24 \cdot 60$$

$$6 \cdot 60 = 6 \cdot 2 \cdot 30 =$$

$$= 12 \cdot 30 =$$

$$= 24 \cdot 15 =$$

$$= 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$= 18 \cdot 20 =$$

$$= 9 \cdot 40$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 196 \\ \hline \end{array}$$

$$2401$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ + 1440 \\ \hline 3841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 240 \\ \hline 6 \\ 000 \\ 144 \\ \hline 1920 \end{array}$$

$$7440$$

$$132 - 40 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

