



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 12

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника? \checkmark
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$. \checkmark
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$. \checkmark
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$? \checkmark
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

$$\begin{aligned}
 & \varrho - \rho = \\
 & \times \frac{28}{6} \quad 80+14= \quad \varrho + \rho = 625 \quad 24^2 \quad 56+56=112 \quad 210+9=219 \\
 & \overline{168} \quad = 94 \quad \text{или} \quad \overline{70+28=98} \quad \frac{210}{220} \quad 4 \cdot (220-1)= \\
 & \frac{24}{29} \quad \text{или} \quad \overline{\quad} \quad \overline{\quad} \quad = 4 \cdot 220 - 4 = \\
 & \quad 128-81= \quad \text{или} \quad \frac{1+7}{2} \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24 \\
 & \quad = 19+28=20+24=43
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ Сумма углов в выпуклом многоугольнике равна $(n-2) \cdot 180^\circ$, где n - кол-во вершин.

$$S_n(A\Pi) = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, d - \text{разность}$$
$$d = 2^\circ. \quad S_n = \frac{132^\circ + 132^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ}{2} \cdot n = (132^\circ + n-1) \cdot n$$

$$a_1 = 132^\circ (\text{но учли все})$$

$= 131n + n^2$; Сумма углов должна быть равна сумме АП, значит:

$$131n + n^2 = 180n - 360 \quad n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$\Delta = 49^2 - 4 \cdot 360 > 0, \text{ значит два решения.}$$

корня. Воспользуемся Т. Виета:

$$\begin{cases} n_1 \cdot n_2 = 360 \\ n_1 + n_2 = 49 \end{cases} \quad n_1 = 9$$

$$n_2 = 40$$

Значит наибольшее число вершин = 40.

Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

$$\boxed{2} \quad x \cdot \ln(5 \cdot 5) + y \cdot \ln(3 \cdot 5 \cdot 5) + z \cdot \ln(5 \cdot 5 \cdot 5) = \ln(3 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$(2x + 2y + 3z) \cdot \ln 5 + y \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

Т.к. уравнение в целых числах, то

$$y=2; \text{ значит } 2x+2y+3z=1$$

$$2x+3z=-3 \quad x=0 \quad z=-1 - \text{ решение.}$$

$$2x = -3 - 3z$$

$$2x = -3 \cdot (1+z)$$

$$x = \frac{-3(1+z)}{2}$$

Нам нужно минимизировать
функцию

$$x^2 + y^2 + z^2$$

Решение в целых числах $z=1; x=-3$

то есть нужно выбрать наименьшие по
модулю целые числа. $x=0 \quad z=-1$

подходит, как решение. Меньше не
могу подобрать пару $x=0; z=0$,

но она так же подходит, поэтому

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 4 + 1 = 5. -$$

— наименьшее.

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 1080 \quad (p-q)(p+q) = 1080$$

Сумма 6 подряд идущих четных чисел как минимум

$$\frac{1+7}{2} \cdot 6 = 6 \cdot 4 = 24, \text{ но это не}$$

$$p+q \geq 48$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{4)} \frac{I_1M}{I_2M} = \frac{1}{2} \quad I_1, I_2 = 8 \Rightarrow I_1M = \frac{16}{3}.$$

$$4) \frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2} \text{ i T.K. } \triangle AMQ \sim \triangle MB, MX$$

MZ — секущие, проведенные к окружности.

$$MZ = \frac{MX}{2} \quad MZ \cdot MY = 9 = \frac{MX}{2} \cdot MY = 9$$

$$MX \cdot MY = \frac{18}{1} = 18 \quad MQ^2 = MX \cdot MY = 18, \text{ T.K.}$$

MQ — касательная, а MY — секущая.

$$5) \text{ По T. Пиф.: } QI_1 = R_{w_1} = \sqrt{MI_1^2 - MQ^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{16^2}{9} - 18} = \sqrt{\frac{16^2 - 2 \cdot 9 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (16 \cdot 8 - 81)}{9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 44}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3} \quad \text{Ответ: } \frac{\sqrt{94}}{3}.$$

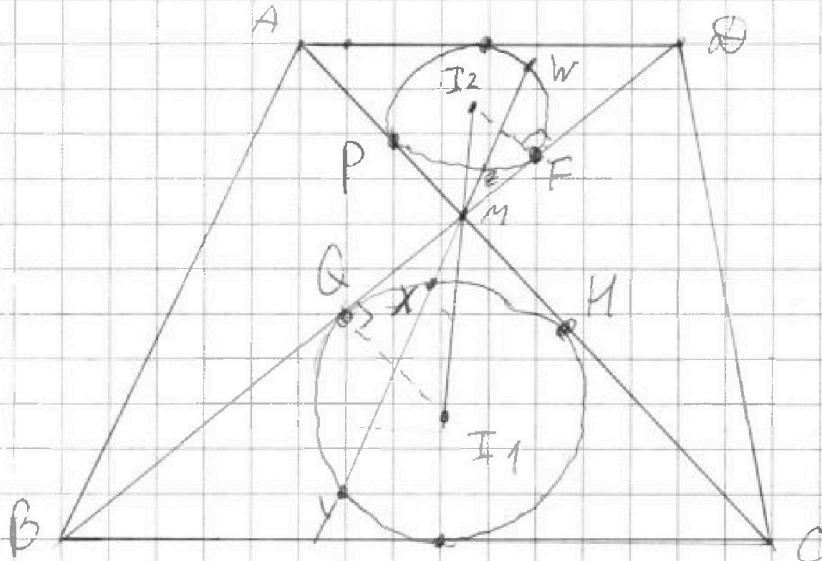


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Прямая $I_1 I_2$ проходит $\frac{2}{3}$ точку M , т.к.

две окружности W_1 и W_2 , касающиеся к окружностям BD и AC расположены симметрично относительно линии центров.

2) $\triangle MDA \sim \triangle MBC$ ($\angle AMD = \angle BMC$ вертик.;

$\angle MBC = \angle MAB$ $\angle MBC = \angle MDA$ как наимен. лев.) по 1-му признаку с. козвнческим $\frac{1}{2}$, т.к.

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}.$$

3) $\text{Т.к. } \triangle MDA \sim \triangle MBC \Rightarrow R_{W_2} : R_{W_1} = 1:2$

значит $\frac{I_2 F}{Q I_1} = \frac{1}{2}$, $\triangle M Q I_1 \sim M F I_2$

(причинал. и $\angle Q M I_1 = \angle I_2 M F$ вертик.);

$$\frac{I_2 F}{Q I_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{I_2 M}{M I_1} = \frac{1}{2}, \text{ треугольники подобны } k = \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(5)

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad V \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$\text{Пусть } \frac{3\pi}{14} = \alpha, \text{ тогда } \frac{9\pi}{14} = 3\alpha; \frac{3\pi}{4} = 2\alpha$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \quad V \quad 3 \sin \alpha - 4 \cos 2\alpha$$

$$5 - 4 \cdot (3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) = 3 \sin \alpha + 4 \cos 2\alpha \quad V 0$$

$$5 + 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha + 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) \quad V 0$$

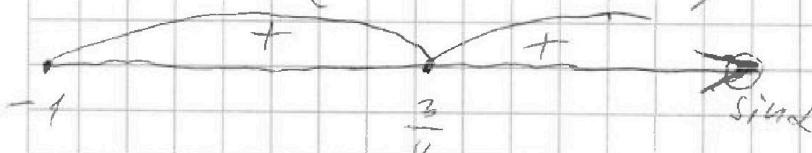
~~$$5 - 15 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha + 4 - 8 \sin^2 \alpha \quad V 0$$~~

~~$$16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 \quad V 0$$~~

$$(\sin \alpha + 1) (8 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha - \sin \alpha = -1 - \text{невесомый корень})$$

$$(\sin \alpha + 1) (16 \sin^2 \alpha - 24 \sin \alpha + 9) \quad V 0$$

$$(\sin \alpha + 1) (4 \sin \alpha - 3)^2 \quad V 0$$



$$\sin \alpha = \sin \frac{3\pi}{14}, \text{ т.е. } \sin \alpha > 0, \text{ т.к. } \frac{3\pi}{14} > 0$$

$$\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}, \text{ значит } \sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}, \text{ значит } (\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 3)^2 \geq 0,$$

$$\text{Значит } 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \text{ точки: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ (способ)}$$

$$4 \text{ точки: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5}{4} = 2 \cdot 7 \cdot 5 = 70 \text{ (способ)}$$

$$5 \text{ точек: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 8 \cdot 7 = 56$$

$$6 \text{ точек: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6!} - \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

$$7 \text{ точек: } 8 \text{ (способ)}$$

$$8 \text{ точек: } 1 \text{ способ} \quad \text{Итого для этого варианта}$$

$$4 \cdot (56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1) = 4 \cdot 219 = 876 \text{ (способ)}$$

(2): Одну точку на окр. можно выбирать

8 способами, а три точки все плоскости Δ

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = 4 \text{ (способ.)}$$

$$\text{Итого для этого варианта } 8 \cdot 4 = 32 \text{ (способ.)}$$

(3): Две точки на окр. выбираем

$$\frac{8 \cdot 7}{2!} = 7 \cdot 4 = 28 \text{ (способ.)}; \text{ где точки все}$$

$$\text{плоскости выбираем } \frac{4 \cdot 3}{2!} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Итого для этого варианта } 6 \cdot 28 = 168 \text{ (способ.)}$$

$$\text{Итог: } 876 + 32 + 168 = 876 + 200 =$$

$$= 1076 \quad \text{Ответ: 1076 способов.}$$



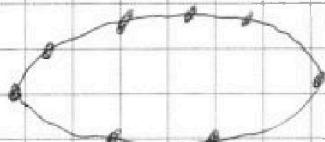
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6



Если ч токи лежат в плоскости, то это α ,
поэтому мы можем брать
одну точку из ч-х
(лежащих вне плоскости α), как
вершины пирамиды, а 3, 4, 5..8 точек
на окружности или (2) мы можем
брать 3 точки лежащих вне плоскости
 α , а одну взять на окружности.
(Пирамида задается п точками лежащими
в одной плоскости $n \geq 3$ и одной
точкой не лежащей в этой плоскости).
След (3) мы можем брать две точки
из ч-х не лежащих и две на окружности.
(1): Выбираем одну из точек, лежащих
вне α - ч точек. Выбираем 3, 4, 5..8
точек, лежащих на окружности



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

:17/25

$$\boxed{27} \quad x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(5 \cdot 9)$$

$$x \cdot \ln(25) + y \cdot (\ln 3 + \ln 25) + z \cdot (\ln 5 + \ln 25) = \ln 5 + \ln 9$$

$$x \cdot \ln 25 + z \cdot (\ln 5 + \ln 25) = \ln 5 + \ln 25 - y \cdot (\ln 3 + \ln 25)$$

$$x + y \cdot \log_{25}(3 \cdot 25) + z \cdot \log_{25}(5 \cdot 25) = \log_{25}(5 \cdot 9)$$

$$x + y \cdot \log_{25} 3 + z + z \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \log_5 3$$

$$x + y + \frac{3}{2}z - \frac{1}{2} = \log_5 3 - \frac{1}{2} \cdot y \cdot \log_5 3$$

$$= \log_5 3 \cdot \left(1 - \frac{y}{2}\right)$$

$$\frac{25 \cdot 3 \cdot 5}{125} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = 75 \ln(3 \cdot 5 \cdot 5)$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{3}$$

$$2x \ln 5 + y \ln(3 \cdot 5 \cdot 5) + 3z \ln 5 = \ln(3 \cdot 5 \cdot 5)$$

$$+ y \cdot (\ln 3 + 2 \ln 5) + 3 \cdot z \cdot \ln 5 = 2 \ln 3 + 2 \ln 5$$

$$2x \alpha + y \cdot (\beta + 2\alpha) + 3 \cdot z \cdot \alpha = 2\beta + \alpha$$

$$(2x + 2y + 3z) \alpha + (y) \cdot \beta = 2\beta + \alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1080 = 2 \cdot 540 = 4 \cdot 270 = 8 \cdot 135 = 8 \cdot 27 \cdot 5 = 24 \cdot 5 = 120$$

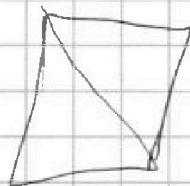
$$(P-q)(P+q) = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3$$

$$12 \cdot 10 = 120$$

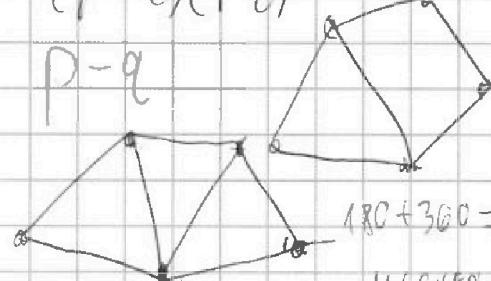
$$24 \cdot 5 = 120$$

$$24 \cdot 24 = 576$$

$$\text{B7} \quad \frac{(2n-1) \cdot 180^\circ}{2n}$$



$$P-q$$



$$1 \cdot 180 \cdot 1 \quad (3)$$

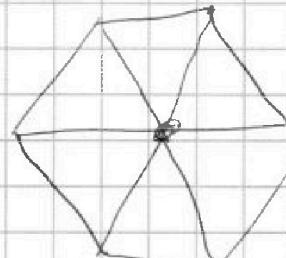
$$2(4)$$

$$4(6)$$

$$180 + 360 = 540^\circ, 120 \cdot 6 = 720^\circ$$

$$= 460480 = 540^\circ, 180 + 4 = 180 + 4$$

$$180^\circ \cdot n$$



$$360 =$$

$$- 60 \cdot 6 =$$

$$= 30 \cdot 12$$

$$= 20 \cdot 18$$

$$= 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6$$

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ$$

$$+ 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 - 2 :$$

$$S_n = \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$$

$$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 =$$

$$\frac{0_1 + 0_{n-1}}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{132 + 132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 =$$

$$5 \cdot 7 \cdot 9 =$$

$$= 14 \cdot 7 = 21$$

$$= \frac{(132 + (n-1) \cdot 2) \cdot n}{2} = 5 \cdot 12 \cdot 6 =$$

$$S_n = \frac{(5 + 2 \cdot 6) \cdot 3}{2} = 27$$

$$S_n = \frac{5 + 5 + 2 \cdot 2}{2} \cdot 3 = 30 \cdot 12$$

$$S_n = \left(132 + (n-1) \cdot \frac{2}{2} \right) \cdot n = (132 + n-1) \cdot n =$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$= (131-14) \cdot n =$$

$$= 131n + n^2 - (n-2) \cdot 180$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 = 0 \quad t = -1$$

$$-16 - 8 + 15 + 9 = -24 + 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 \\ - 16t^3 + 16t^2 \\ \hline = 24t^2 - 15t \\ - 24t^2 - 24t \\ \hline 9t + 9 \\ 9t + 9 \end{array}$$

$$t+1$$

$$t+1$$

$$16t^2 - 24t + 9$$

$$D = 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$$

$$90 + 54 =$$

$$= 144$$

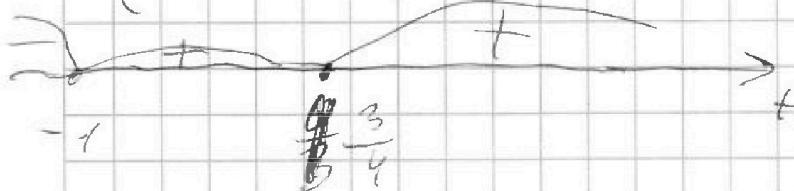
$$D = 144 - 32 \cdot \frac{9}{2} =$$

$$(16t^2 - 24t + 9)(t+1) = 0 \quad = 144 - 16 \cdot 9 =$$

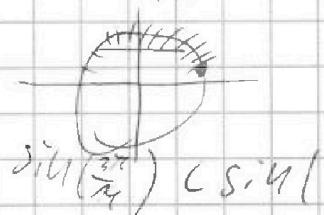
$$(8t^2 - 12t + \frac{9}{2})(t+1) = 0 \quad = 144 - 44$$

$$(4t - 3)^2(t+1) = 0 \quad 0 < t+1$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$$



$$\sin \frac{3\pi}{14} \approx \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$



$$\sin(\frac{3\pi}{14}) < \frac{3}{4}$$

$$\frac{6\pi}{28} \vee \frac{4\pi}{28}$$

$$\cancel{2.2.3} \quad \cancel{3.2}$$

$$\frac{9\pi}{28.3}$$

$$\cancel{3.2}$$

$$\frac{4.2}{4.2.2} \quad \frac{2.2}{2.2.2}$$

$$\cancel{6\pi} \quad \cancel{14\pi}$$

$$\cancel{4.2.2} \quad \cancel{7.2.2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$[5] \quad 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \text{Пусть } \frac{3x}{14} = \alpha, \frac{9\pi}{14} = 3\alpha, \frac{3\pi}{7} = 2\alpha$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 3 \sin 2 - 4 \cdot \cos 2\alpha \quad \sin \alpha > 0$$

$$4 \cdot \cos 2\alpha - 4 \cdot \sin 2\alpha \vee 3 \sin 2 - 5$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$4(\cos 2\alpha - \sin 2\alpha) =$$

$$= 4(-\sin \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) + (\sin \alpha - \cos \alpha)) = 4 \cdot 2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha - 3\alpha \right) = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2} \right) \quad \frac{\pi}{4} - \frac{5 \cdot 2\pi}{14 \cdot 2} = \frac{\pi}{4} - \frac{15\pi}{4 \cdot 4} =$$

$$\frac{\pi}{2} - 2\alpha + 3\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \quad = \frac{4\pi - 15\pi}{4 \cdot 4} = \frac{-8\pi}{4 \cdot 4} =$$

$$8 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) \quad \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4 \cdot 4} = \frac{10\pi}{4 \cdot 4} =$$

$$8 \cdot \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{5\pi}{14} \right) \vee 3 \cdot \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) = -\frac{5\pi}{4 \cdot 2}$$

$$8 \cdot 25 + 16 = 30 + 11 = 41 \quad 9 + 16 = 25$$

$$5 - 4(3 \sin 2 - 4 \sin^3 2) \vee 3 \sin 2 - 4 \cdot (1 - \sin^2 2) \sin 3\alpha = \sin(2 + 2\alpha) =$$

$$= \sin 2 \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha =$$

$$5 - 12 \sin 2 + 16 \sin^3 2 \vee 3 \sin 2 - 4 + 8 \sin^2 2 = \sin 2 \cdot (1 - 2 \sin^2 2) + 2 \sin 2 \cdot \cos 2 \cdot \frac{\cos 2}{\sin 2} =$$

$$5 - 15 \cdot \sin 2 + 16 \cdot \sin^3 2 + 4 - 8 \sin^2 2 \vee 0 = \sin 2 - 2 \sin^3 2 + 2 \cdot \sin 2 \cdot \cos^2 2$$

$$16 \sin^3 2 - 8 \sin^2 2 - 15 \sin 2 + 9 \vee 0 = \sin 2 - 2 \sin^3 2 + 2 \cdot \sin 2 \cdot (1 - \sin^2 2) =$$

$$= \sin 2 - 2 \sin^3 2 + 2 \sin 2 - 2 \sin^3 2 =$$

$$= 3 \sin 2 - 4 \sin^3 2$$



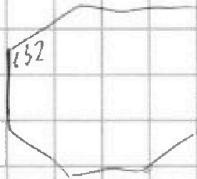
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11



реш.

$$(1) \quad x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(45) \mid -\ln 45$$

$$x \cdot \ln \frac{9 \cdot 5}{4 \cdot 5} + y \cdot \ln \frac{3 \cdot 8 \cdot 5}{5 \cdot 9} + z \cdot \ln \frac{5 \cdot 5 \cdot 8}{9 \cdot 8} = 0$$

$$x \cdot \ln \frac{5}{9} + y \cdot \ln \frac{5}{3} + z \cdot \ln \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 3} = 0$$

$$-x \cdot \ln \frac{9}{5} - y \cdot \ln \frac{3}{5} + z \cdot \ln \frac{25}{9} = 0$$

решение

$$-x \cdot \ln \frac{9}{5} + y \cdot \ln \frac{5}{3} + 2z \cdot \ln \frac{5}{3} = 0$$

$$\ln \frac{9}{5}$$

$$\ln \frac{5}{3} \cdot (y + 2z) = x \cdot \ln \frac{9}{5}$$

$$\log \frac{5}{3}$$

$$y + 2z = x \cdot \frac{\ln \frac{9}{5}}{\ln \frac{5}{3}} \quad | \cdot 5 \cdot 5; \quad 3 \cdot 5 \cdot 5; \quad 5 \cdot 5 \cdot 5;$$

$$3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$y + 2z = x \cdot \log \frac{9}{5}$$

$$x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(45) \mid : \ln(45)$$

$$x \cdot \log_{45} 25 + y \cdot \log_{45}(3 \cdot 25) + z \cdot \log_{45}(5 \cdot 25) = 1$$

$$\log_{45} 25$$

$$1 \cdot \log_{45} 25$$

$$x \cdot \log_{25} 25 + y \cdot \log_{25}(3 \cdot 25) + z \cdot \log_{25}(5 \cdot 25) = \log_{25} 45$$

$$x + y \cdot (\log_{25} 3 + 1) + z \cdot (\log_{25} 5 + 1) = 1 \mid : \log_{25} 45$$

$$x \cdot \log_{3 \cdot 25} 25 + y + z \cdot \log_{3 \cdot 25}(5 \cdot 25) = \log_{3 \cdot 25} 45$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

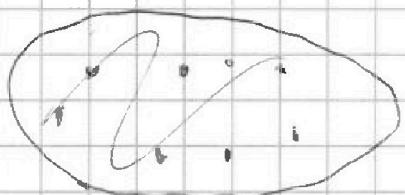
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



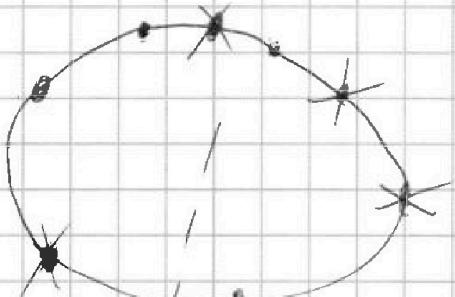
4 - Точки в разе чётких.

сторгу:

$$3; 4; 5; 6; 7; 8$$



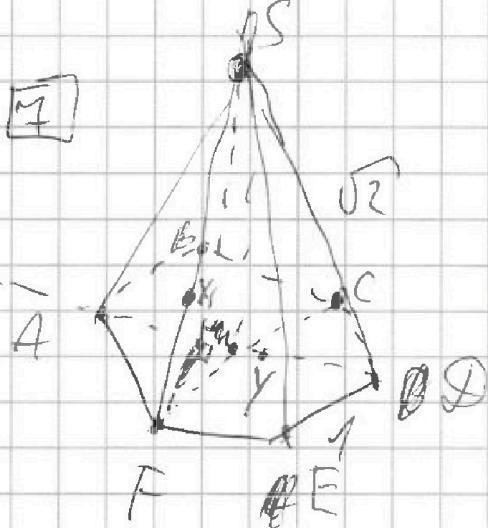
$$3: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$$



$$4: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!}$$

$$5: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8 \cdot 7}{1} = 8 \cdot 7$$

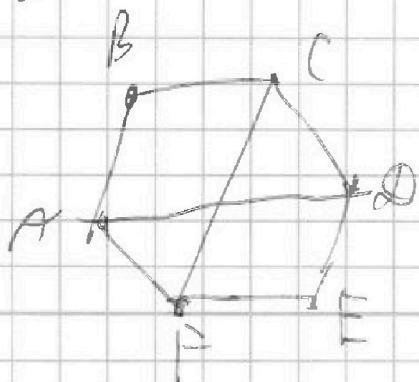
$$6:$$



min XY - ?

~~P(SFAB) = ?~~

XY || SAB



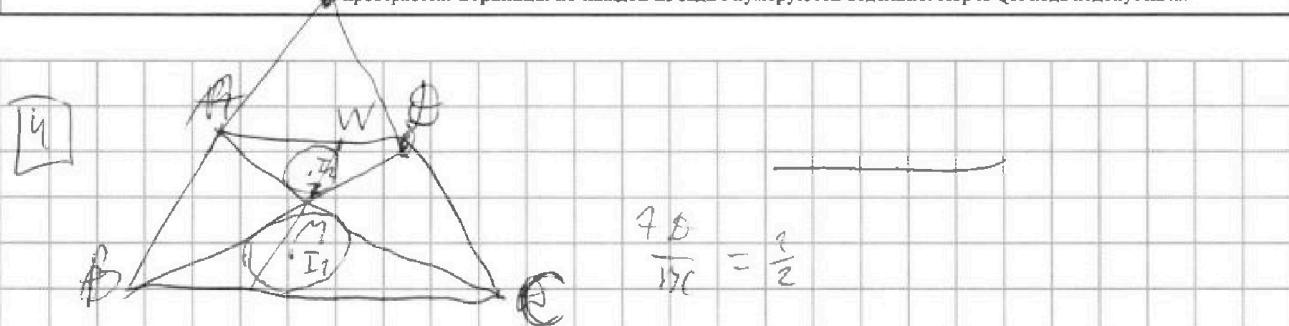


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

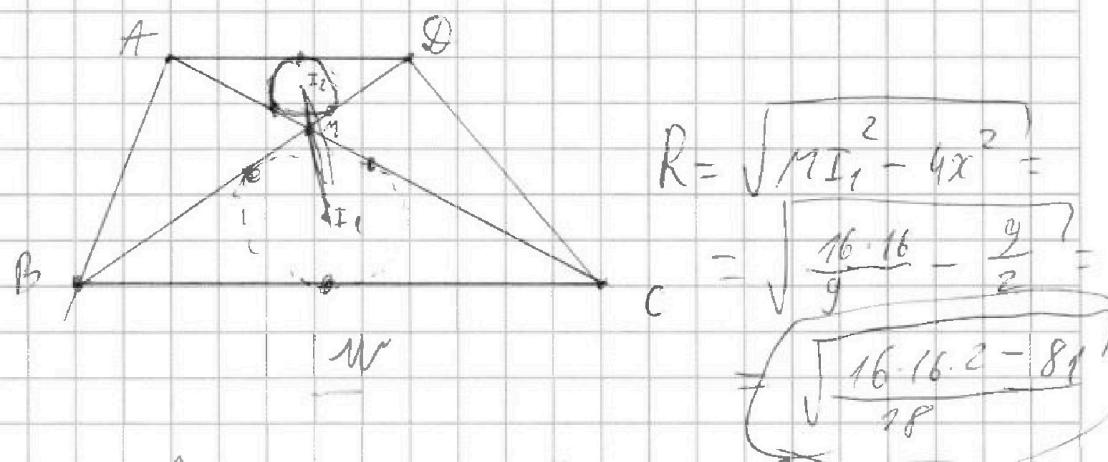
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

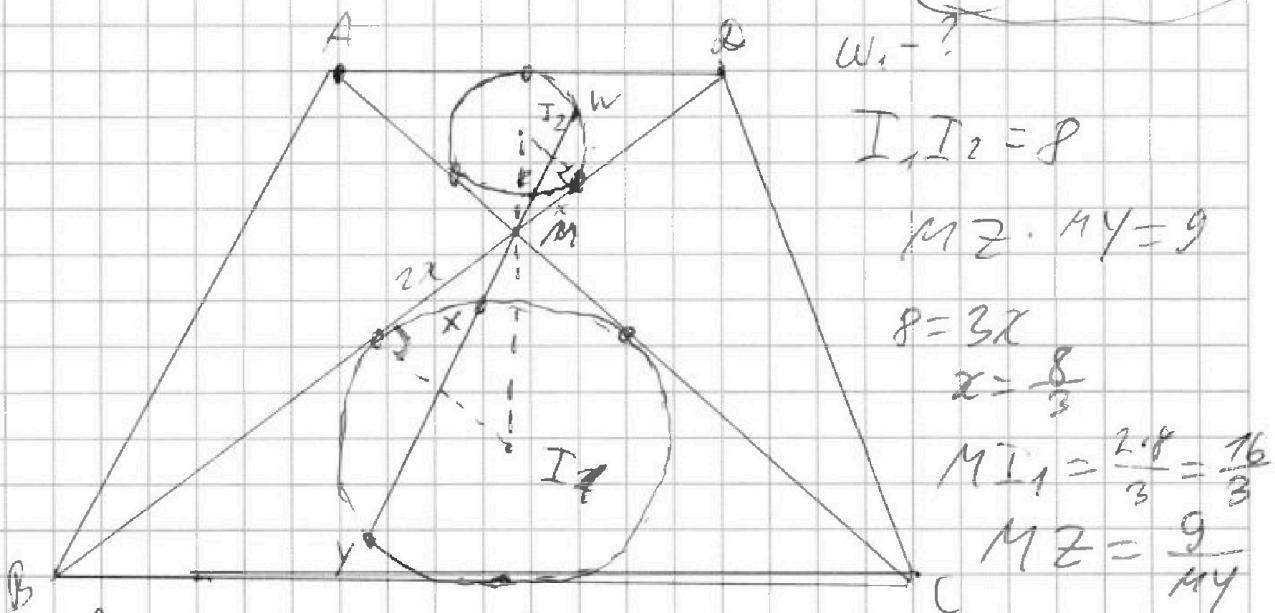
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$$



$$R = \sqrt{MI_1^2 - 4x^2} = \\ = \sqrt{\frac{16 \cdot 16}{9} - \frac{9}{2}} = \\ \boxed{\sqrt{\frac{16 \cdot 16 \cdot 2 - 81}{18}}}$$



$$Mx \cdot My = 2x \quad w_1$$

$$Mz \cdot Mw = x$$

$$My \cdot Mx = 2x$$

$$\frac{9}{My} \cdot Mw = x$$

$$I_1, I_2 = 8$$

$$Mz \cdot My = 9$$

$$8 = 3x$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$MI_1 = \frac{2 \cdot 8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$Mz = \frac{9}{My}$$

$$Mz = 2Mx$$

$$2Mx \cdot My = 9$$

$$4x^2 = My \cdot Mz = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$x^2 = \frac{9}{8} \quad x = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{1} \quad S_4 = (132 - (n-1) \cdot \frac{2}{2}) \cdot n = (132 - n+1) \cdot n = \\ = (133-n) \cdot n = 133n - n^2$$

$$(n-2) \cdot 180 = 133n - n^2$$

$$-n^2 + 133n = 360n - 180n - 360 \\ \boxed{n^2 + 49n - 360 = 0}$$

~~4x9~~
~~n < 7~~

$$(132 + (n-1)) \cdot n = 180n - 360 \\ (132 + n) \cdot 4 = 81 + 450$$

$$360 = 60 \cdot 6 = \\ = 30 \cdot 12 = 12 \cdot 6 =$$

$$90 \cdot 2 = 72 \cdot 5$$

$$180 \cdot 2$$

$$720 \cdot 3$$

$$45 \cdot 1$$

$$60 \cdot 6$$

$$= 30 \cdot 3 \cdot 4 = 90 \cdot 4$$

$$\text{Быстро } \boxed{2} = 7 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 4 - 4 \cdot 60 \cdot 6 = \\ = 49 \cdot 49 - 24 \cdot 60$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 240 \\ \times 6 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$6 \cdot 60 = 6 \cdot 2 \cdot 30 = \\ = 12 \cdot 30 = \\ = 24 \cdot 15 = \\ = 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = \\ = 18 \cdot 20 =$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ \hline 2401 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \times 00 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ + 1440 \\ \hline 3841 \end{array}$$

9.40

$$132 - 40 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!