



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть кол-во вершин равно n , тогда, сумма \angle -ов равна $180^\circ(n-2)$ (легко доказывается, т.к. у Δ -ка 180° , добавляя вершину добавляем "треугольничек" \Rightarrow ещё к 180°). С другой стороны \angle -ы образуют ариф.

прогрессию с разницей 2, тогда сумма \angle -ов запишется как $132n \pm \frac{2 \cdot (n-1)n}{2}$. Приравняем:

$$180^\circ(n-2) = 132n \pm \frac{2 \cdot (n-1)n}{2}$$

$$1) 180n - 360 = 132n + n^2 - 2n;$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0;$$

$$n_1 + n_2 = 49 \Rightarrow \boxed{n_1 = 40}$$

$$\text{Итого: } n_1 \cdot n_2 = 360 \quad n_2 = 9$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ + 4 \\ \hline 364 \\ \begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 189 \\ \hline 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array} \end{array}$$

$$2) 180n - 360 = 132n - n^2 + 2n; \quad n_{1,2} = \frac{-47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 360}}{2}$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0; \quad = \frac{-47 \pm \sqrt{3649}}{2}$$

$$\left(62^2 = 3844 \quad 63^2 = 3969 \right) \quad 60^2 = 3600 \quad 61^2 = 3721$$

$$60^2 < 3649 < 3721 (61^2)$$

$$n_{1,2} \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ +62 \\ \hline 124 \\ +72 \\ \hline 3844 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ +63 \\ \hline 126 \\ +199 \\ \hline 324 \\ +369 \\ \hline 3569 \end{array} \quad \begin{array}{r} 61 \\ +61 \\ \hline 122 \\ +167 \\ \hline 289 \\ +366 \\ \hline 3721 \end{array}$$

Тогда больше из 40 и 9 - 40 .

Ответ: 40 вершин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3 $a \in \mathbb{N}$. $\sum_{k=1}^7 a_k = 7a + 21$ Δ $\frac{15}{3}$
 $\sum_{k=1}^7 a_k \leq -(a^2)$

a_1 - 1-ое число семейства; a_7 - 7-ое число семейства

$p^2 - q^2 = 1080$ $(p-q)(p+q) = 1080$

$(7a+21-a-i)^2 - (7a+21-a-j)^2 = 1080$

$(6a+11-i)^2 - (6a+21-j)^2 = 1080$

$(5a+1-i - 5a-2+1+j) / (4a+42-i-j) = 1080$

$(j-i) / (12a+42-i-j) = 1080$

$1080 \mid \frac{1}{360}$ $1080 \mid \frac{1}{54} = 3 \cdot 2$
 $\frac{1080}{360} = 3$
 $\frac{1080}{54} = 20$
 $3 \cdot 2 \cdot 5$

$\frac{1080}{30} = 36$
 $\frac{90}{18} = 5$
 $30 \text{ и } 36$

$0 < j-i \leq 7$ $\{2, 3, 5, 6\}$

$42 \cdot 7$
 $294 + 21$
 315
 -277
 38

$41 \cdot 7 + 21$
 287
 308
 -271
 37

$b \cdot d = 1080$

$p-q=30$
 $p+q=36$
 $2p=66$
 $p=33$
 $q=3$

$2 \cdot 5 \cdot 3$ \cup $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$a+b=x$ $\frac{270+7}{60}$
 $a-b=y$ $\frac{21}{60}$ $2+3$

$2a=x+y$ $1080 \mid 4$

$a = \frac{x+y}{2}$

$30 \cdot 36 = 1080$ 3 $p+q=40$ $10 \cdot 1080$
 $27 \cdot 40$ $p-q=27$ $108 \cdot 10$
 $18 \cdot 60$ $2p=67$ $2 \cdot 1080$
 $10 \cdot 108$ $p=33.5$ $p+q=108$
 $2p=148 \Rightarrow p=74$
 $69+39$

$\frac{1080}{180} = 6$
 $\frac{40}{40} = 1$
 $\frac{270}{45} = 6$
 $\frac{21}{15} = 1.4$
 $\frac{12}{12} = 1$

$p-q=2$
 $p+q=540$
 $2p=542$
 $p=271$
 $q=269$

$p-q=3 \Rightarrow p=$
 $p+q=360$
 $2p=363$
 $p=181.5$
 $271+i = k$
 $269+i = k$

$p-q=4$ $p+q=270$ $2p=274$ $p=137$ $q=133$
 $p-q=6$ $p+q=180$ $2p=186$ $p=93$ $q=87$

$\begin{cases} 271+i = 6a+21 \\ 269+i = 6a+19 \end{cases}$ $\begin{cases} 271+a+i = 7a+21 \\ 269+a+i = 7a+19 \end{cases}$
 $2+i-i=0$
 $2+i-i=0$

$6a+15 = 271$ $6a+21 = 271$ $6a+k = 271$
 $6a = 256$ $6a = 250$ $6a = 250$

$41 \leq a \leq 42, \dots$ $\Rightarrow a = 41$

$(15, 21)$ $(42, 43)$ (44) (45) (46) (47) (48)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45;$$

Воспользуемся свойством логарифма:

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45;$$

При этом, ни ничего не выходя, то 25^x - показательная

функция \Rightarrow больше 0 для любых значений $75^y, 125^z > 0$

иногда больше нуля.

По свойству логарифма 0, сумма/разности логарифмов:

$$\ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0;$$

$$\begin{array}{r} \ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0 \\ \downarrow \\ \ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0 \\ \begin{array}{r} 2x+2y+3z \\ 5 \quad \cdot \quad 3 = 5 \cdot 3 \end{array} \end{array}$$

Т.к. x, y, z - целые (\mathbb{Z}), \Rightarrow
 $\left(\frac{2x+2y+3z}{5} = \frac{2-2}{3} \right)$ - очевидно,
 что для \mathbb{Z} чисел только сам
 степеней равен нулю

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=1 & \textcircled{1} \\ y=2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Подставим $\textcircled{2}$ в $\textcircled{1}$,

$$2x+4+3z=1;$$

$$2x+3z=-3;$$

$$x = \frac{-3-3z}{2} = -\frac{3}{2}(z+1)$$

Тогда $x^2 + y^2 + z^2$ имеет вид: $(-\frac{3}{2}(z+1))^2 + 2^2 + z^2$

и производную данного выражения: $(\frac{3}{2}z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{9}{4} + 4 + z^2)'$

$$= (\frac{3}{2}z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{9}{4})' = \frac{3}{2}z + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow z = -\frac{3}{3} = -1$$

Мы нашли вершину параболы, т.к.

значения симметричны относительно вершины \Rightarrow минимум
 в ближайшем к $-\frac{3}{3}$ целое значение, а именно в $z = -1$.

$$x = -\frac{3}{2}(z+1) = -\frac{3}{2}(-1+1) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 5.$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \quad p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow (p-q)(p+q) =$$

Поймем, что p и q могут отличаться не более, чем

на 6 (пример $(a, a+6)$), тогда пусть $p+q = x$, $p-q = y$,

$$\text{тогда } \begin{cases} p+q=x \\ p-q=y \end{cases} \Rightarrow p = \frac{x+y}{2}; q = \frac{x-y}{2} \rightarrow \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2} \leq 6;$$

$1 \leq y \leq 6$. Делители 1080 от 1 до 6: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

(Т.к. числа $\in \mathbb{N} \Rightarrow p-q$ и $p+q$ ^{и p, q} тоже натуральные)

Из условия y четные делители т.к. если x -неч., то y -чёт. $\Rightarrow x+y$ -нечёт., но $p = \frac{x+y}{2}$ (p -натуральное $\Rightarrow ; 2$)

$$1. \begin{cases} p+q=180 \\ p-q=6 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{186}{2} = 93; 3 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$2. \begin{cases} p+q=270 \\ p-q=4 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{274}{2} = 137; 2 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$3. \begin{cases} p+q=540 \\ p-q=2 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{542}{2} = 271; q = 269 \quad \text{оба простые}$$

Пусть первое число a , тогда сумма чисел равна $7a+21$, но тогда минимальная сумма 6 чисел равна $6a+15$, максимальная равна $6a+21$, тогда $6a+15 < 271$ и

$$6a+21 > 269 \quad 1. \quad 6a+15 < 271 \Rightarrow a < \frac{256}{6} \quad 2. \quad 6a+21 > 269 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a > \frac{248}{6}$$

значит $94 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 42$, тогда

$$\text{Ответ: } M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$$

$$\begin{array}{r} 256/6 \\ 248/6 \\ \hline 24 \quad 42 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 248/6 \\ 237/6 \\ \hline 11 \quad 41 \\ \hline 6 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 5$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \quad \text{или} \quad 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

Пусть $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} = x \Rightarrow$ заменим в виде:

$$5 - 4 \sin 3x \quad \text{или} \quad 3 \sin x - 4 \cos 2x$$

$$\begin{aligned} \sin 3x &= \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x = \sin x(1 - 2\sin^2 x) + 2\sin x(1 - \sin^2 x) = \\ &= \sin x - 2\sin^3 x + 2\sin x - 2\sin^3 x = 3\sin x - 4\sin^3 x \\ \cos 2x &= 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}$$

Пусть $\sin x = y$, тогда перенесем в виде:


$$5 - 4(3y - 4y^3) \quad \text{или} \quad 3y - 4(1 - 2y^2)$$

Отнимем от 1-ого 2-ое, тогда:

$$f = 5 - 12y + 16y^3 - 3y + 4 - 8y^2 = 16y^3 - 15y - 8y^2 + 9$$

$$f' = 48y^2 - 16y - 15 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 15 \cdot 48}}{2 \cdot 48} = \frac{16 \pm 56}{96} \quad y_1 = \frac{-40}{96} = \frac{-5}{12} \quad y_2 = \frac{72}{96} = \frac{3}{4}$$

Тогда 

$$\neq f\left(\frac{3}{4}\right) = 16 \cdot \frac{27}{64} - 15 \cdot \frac{3}{4} - 8 \cdot \frac{9}{16} - 15 \cdot \frac{3}{4} + 9 = \frac{27}{4} - \frac{15}{4} - \frac{45}{4} + \frac{36}{4} = 0$$

Значит, что для $\sin x \in [0; 1]$ f -чл в минимуме (1) на отрезке принимает значение "0", но тогда

т.к. $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \neq \frac{3}{4}$ ($\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} < \sin \frac{\pi}{4}$ - монотонна на $(0; \frac{\pi}{2})$), но $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$, т.к. $\sqrt{2} \cdot 2 < 3$, $\sqrt{2} < 1,5$) и $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \in [0; 1]$

$\Rightarrow f > 0$ и значит, что левая часть больше, чем правая.

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} > 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $\{b\}$ уже гарантированно лежит в плоскости, то 4 оставшиеся вершины пирамиды содержатся $[3; 8]$ точек этой плоскости, кол-во пирамид:

$$\left(\frac{8!}{5!3!} + \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{3!5!} + \frac{8!}{2!6!} + \frac{8!}{1!7!} + \frac{8!}{8!1!} \right) \cdot 4$$

Т.к. про оставшиеся 4 вершины известно, что они не могут лежать в 1 плоскости \Rightarrow из этих

4х вершин есть 4 способа выбрать 3(с) - они точно образуют плоскость. Для каждой тройки точек из 4х точек есть 8 вершин пирамиды, тогда кол-во пирамид $4 \cdot 8 = 32$ $4 \cdot 8 + 1 = 33$ с четвертой вписанной с окружностью

Общее кол-во пирамид:

$$\left(\frac{56}{3 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 70}{4 \cdot 1 \cdot 2} + \frac{56}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{28}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} + 1 \right) + 33 = (56 \cdot 2 + 70 + 28 + 8 + 1) + 33 = 203 + 33 = 236$$

$$= 236 + 33 = 269$$

Ответ: 269

Ответ: 269.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{96}{16} \cdot \frac{4}{24} \cdot 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14}$$

$$\text{или } 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

$$3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7} = 5$$

$$\frac{3}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + \frac{4}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - \frac{4}{5} \cos \frac{3\sqrt{5}}{7} = 1$$

$$\frac{3}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + \frac{4}{5}$$

$$\sin^2(x+2x) = \sin^2 x \cos^2 2x + \sin^2 2x \cos^2 x = \sin^2 x (1 - \sin^2 2x) + \sin^2 2x (1 - \sin^2 x) = \sin^2 x - 2 \sin^2 x \sin^2 2x + \sin^2 2x - 2 \sin^2 x \sin^2 2x = \sin^2 x + \sin^2 2x - 4 \sin^2 x \sin^2 2x$$

$$5 - 4 \sin^2 2x \text{ или } 3 \sin^2 x - 4(1 - 2 \sin^2 x)$$

$$5 - 4(3x - 4x^2) \text{ или } 3x - 4(1 - 2x^2)$$

$$5 - 12x + 16x^2 \text{ или } 3x - 4 + 8x^2$$

$$16x^3 - 8x^2 - 15x + 9 = 0$$

$$f' = 48x^2 - 16x - 15 = 0; \quad x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 48 \cdot 15}}{2 \cdot 48} = \frac{16 \pm 56}{96}$$

$$x_1 = \frac{72}{96} = \frac{3}{4}; \quad x_2 = \frac{-40}{96}$$

$$16 \cdot \left(\frac{40}{96}\right)^3 - 8 \cdot \left(\frac{40}{96}\right)^2 + 15 \cdot \frac{40}{96} + 9 > 0$$

$$16 \cdot \frac{1}{8} - 8 \cdot \frac{1}{4} + 15 \cdot \frac{1}{2} + 9 = 2 - 2 + 7.5 + 9 = 16.72$$

$$16 \cdot \left(\frac{72}{96}\right)^3 - 8 \cdot \left(\frac{72}{96}\right)^2 - 15 \cdot \frac{72}{96} + 9 = 16 \cdot \frac{27}{8} - 8 \cdot \frac{9}{4} - 15 \cdot \frac{3}{4} + 9 = 27 - 18 - 11.25 + 9 = 6.75$$

$$16 \cdot \frac{27}{8} - 8 \cdot \frac{9}{4} - 15 \cdot \frac{3}{4} + 9 = 27 - 18 - 11.25 + 9 = 6.75$$



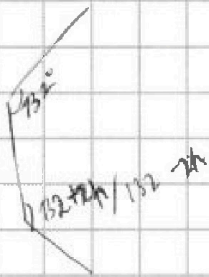
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

114



$$\begin{aligned} 9 - 110 \\ 4 - 110 \cdot 2 \\ 5 - 110 \cdot 3 \end{aligned}$$



$$\sum_{k=1}^n 2k = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

$$180(h-2) = 132h + h^2 - h$$

$$180h - 360 = 132h + h^2 - h$$

$$1) \quad 18 + h - 360 = 132h + h^2 - h$$

$$h^2 - 49h + 360 = 0;$$

$$h_1 + h_2 = 49 \Rightarrow \boxed{h_1 = 40} \quad h_2 = 9$$

$$2) \quad 180h - 360 = 132h - h^2 + h$$

$$h^2 - 47h - 360 = 0;$$

$$h_{1,2} = \frac{47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 360}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 63 \quad 1 \\ \times 63 \\ \hline 189 \\ 396 \\ \hline 3969 \end{array}$$



$$\vec{a} = \frac{1}{2} \{x, y, z\}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2} \{ \ln 25, \ln 75, \ln 125 \}$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 32$$

$$\ln_{45} 25^x + \ln_{45} 75^y + \ln_{45} 125^z = \ln_{45} 45$$

$$\ln_{45} \frac{25^x + 75^y + 125^z}{45} = 0;$$

$$\frac{25^x + 75^y + 125^z}{45} = 1;$$

$$\frac{5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^z \cdot 5^{3z}}{5 \cdot 3^2} = 1;$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^z = 5 \cdot 3^2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$2x + 4 + 3z = 1;$$

$$2x + 3z = -3$$

$$x = \frac{-3z-3}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow 1 + 4 + 0 = 5$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(-\frac{3}{2}(z+1) \right)^2 + 4 + z^2 \right) = \left(\frac{9}{4}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{9}{4} + 4 + z^2 \right) \\ & = \left(\frac{13}{4}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{25}{4} \right) = \frac{13}{2}z + \frac{9}{2} = 0, \Rightarrow z = -\frac{9}{13} \end{aligned}$$

Handwritten calculations on the right side of the page, including a vertical multiplication of 1329 by 27 and other arithmetic steps.

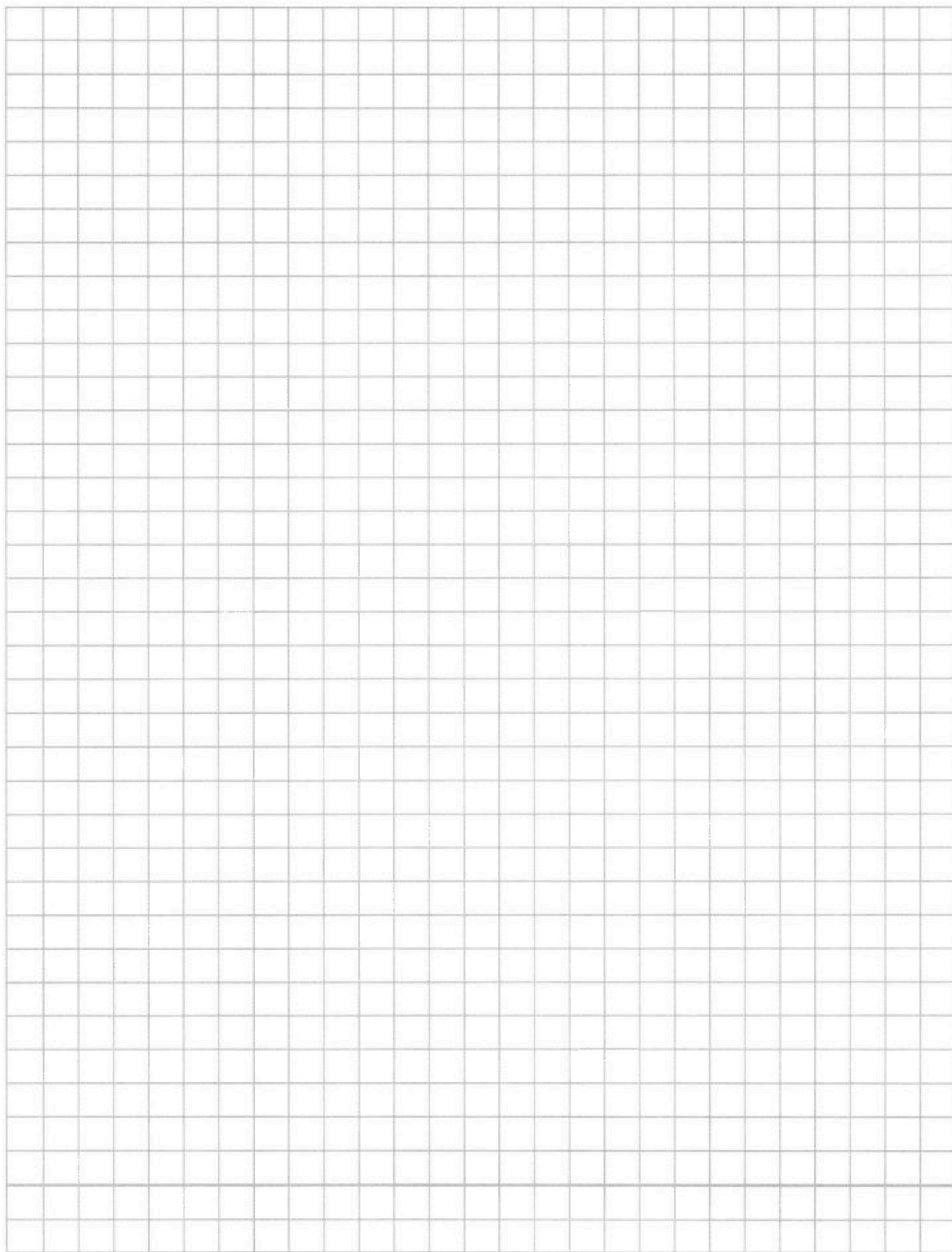


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

