МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 1080$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{9\pi}{14}$ или $3\sin\dfrac{3\pi}{14} - 4\cos\dfrac{3\pi}{7}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 4 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

Углы: 132; $132+1\cdot 2$; $132+2\cdot 2$; $132+3\cdot 2$; ...; $132+k\cdot 2$

всего углов $k+1 \Rightarrow \Sigma(\text{углов}) = 180^\circ(k+1-2) = \left(\frac{132^\circ + 132^\circ + 2k}{2}\right)\cdot(k+1)$;

$180^\circ(k-1) = (132^\circ + k)\cdot(k+1)$; $180k - 180 = 132k + 132 + k^2 + k$;

$k^2 - 47k + 312 = 0$; $D = 47^2 - 4\cdot 312 = 961 = 31^2$;

$k = \frac{47 \pm 31}{2}$; $\left[\begin{array}{l} k = 39 \\ k = 8 \end{array}\right.$, наибольшее – $k = 39$.

Ответ: 39 вершин

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2 Уравнение $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\cdot\ln 25 + y\cdot\ln 75 + z\cdot\ln 125 - \ln 45 = 0$ задаёт точки $(x;y;z)$, принадлежащие некоторой пл-ти α с нормалью $\vec{n_\alpha} = (\ln 25; \ln 75; \ln 125)$. $x^2+y^2+z^2=R^2$ - ур-е ~~сферы~~ сферы с центром в точке $(0;0;0)$, причём точки (x,y,z) должны принадлежать α. Наименьший радиус сферы реализуется, когда сфера касается плоскости, тогда $\vec{R}\perp\alpha$ и $\vec{R} = k\cdot\vec{n_\alpha}$, т.к. $\vec{n_\alpha}\perp\alpha$.

$\vec{R} = (k\cdot\ln 25; k\cdot\ln 75; k\cdot\ln 125)$, $\vec{R}^2 = |\vec{R}|^2 = (k\cdot\ln 25)^2 + (k\cdot\ln 75)^2 + (k\cdot\ln 125)^2 = k^2(\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125)$.

При этом, точка с коорд. $(k\cdot\ln 25; k\cdot\ln 75; k\cdot\ln 125)\in\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow k\cdot\ln^2 25 + k\cdot\ln^2 75 + k\cdot\ln^2 125 = k(\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125) = \ln 45$;

$$k = \frac{\ln 45}{\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125} \Rightarrow |\vec{R}|^2 = \frac{\ln^2 45}{\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125} = (x^2+y^2+z^2)_{min}.$$

Ответ: $\min(x^2+y^2+z^2) = \dfrac{\ln^2 45}{\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ■ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3 Пусть $M = \{x; x+1; x+2; x+3; x+4; x+5; x+6\}$ на примере p.

$\Sigma = 7x+21$; тогда p и q удовлетворяют: $p = 7x+21-a_1$, a_1 простое, $a_1 \in M$. пусть $a_1 = x+t$, $t \in [0;6]$, $t \in \mathbb{N}$.

$p = 7x+21-x-t = 6x+21-t$ - простое, тогда t - четное, т.е. если t - нечет $\Rightarrow 6x+21-t$ - чет $\Rightarrow$ не простое.

$t \neq 6$, т.к. $6x+21-6 = (6x+15) \Rightarrow$ это делится на 3, не простое

$t = 0, 2$ или 4.

$p^2-q^2 = (7x+21-a_1)^2-(7x+21-a_2)^2 = 1020$ $(a_1, a_2 \in M)$,

$a_1 = x+t$; $a_2 = x+n$, ~~...~~ t и $n = 0, 2$ или 4, пусть $t<n$. $(a_1<a_2)$

$p^2-q^2 = (6x+21-t)^2-(6x+21-n)^2 = (n-t)(12x+42-t-n) = 1080$;

~~...~~: 1) $(n;t) = (2;0)$: $12x+40 = 540$; $x = \frac{500}{12} = \frac{125}{3} \notin \mathbb{N}$.

2) $(n;t) = (4;0)$: $12x+38 = 270$; $x = \frac{232}{12} = \frac{58}{3} \notin \mathbb{N}$.

3) $(n;t) = (4;2)$: $12x+36 = 540$; $x = \frac{504}{12} = \frac{126}{3} = 42 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ множ-во $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$.

Ответ: $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4 $\frac{64\cdot256}{81} - \frac{128}{9} r_1^2 + \frac{r_1^4}{4} = 81$; $64\cdot256 - 9\cdot128 r_1^2 + \frac{81 r_1^4}{4} = 81^2 = 6561$

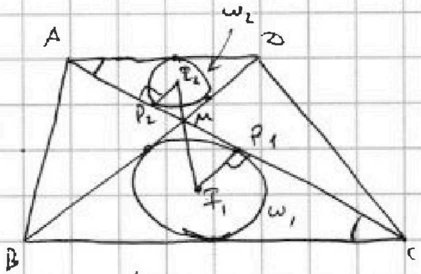
$\frac{81 r_1^4}{4} - 9\cdot128 r_1^2 + 9823 = 0$; $\frac{D}{4} = \left(\frac{9\cdot128}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}\cdot 9823 = \frac{531441}{4} = \left(\frac{729}{2}\right)^2$

$r_1^2 = \frac{\frac{9\cdot128}{2} \pm \frac{729}{2}}{\frac{81}{4}} = \frac{2(1152 \pm 729)}{81}$; $\left[\begin{array}{l} r_1^2 = \frac{2\cdot47\cdot9}{81} = \frac{94}{9}; \\ r_1^2 = \frac{2\cdot209\cdot9}{81} = \frac{418}{9}. \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3} \\ r_1 = \frac{\sqrt{418}}{3}, \end{array}\right.$ при этом $r_1 < MI_1 = \frac{16}{3} = \frac{\sqrt{256}}{3}$ $\Rightarrow$ подходит только $r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3}$.

Ответ: $r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3}$.

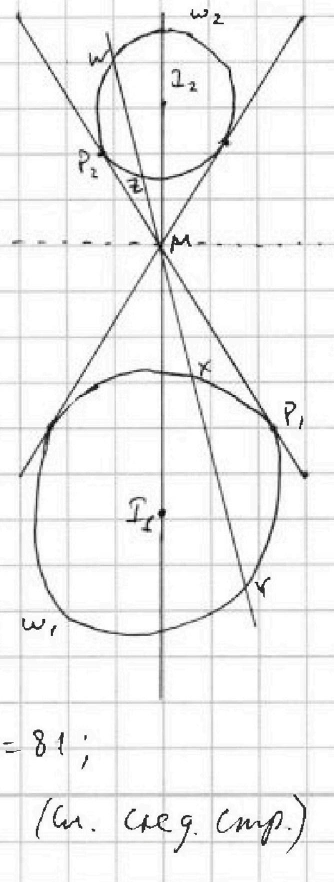
№4 Пусть ω_2 кас-ся AM в т. P_2, а ω_1 кас-я MC в т. P_1. MI_1 и MI_2 лежат на бис-сах углов BMC и DMA соотв-но, т.к. это вписан. окр-ти. Также $\triangle BMC \sim \triangle DMA$ ($\angle MCB = \angle MAD$ — накрест. лежащ. при $AD \parallel BC$ и сек. AC и $\angle BMC = \angle DMA$ (вертик.)) $\Rightarrow$



$\Rightarrow$ если $R(\omega_1) = r_1$, $R(\omega_2) = r_2$, то $\frac{r_1}{r_2} = \frac{BC}{AD} = 2$ (впис. окр. в подобных Δ-ках). Подобны также $\triangle MP_1I_1 \sim \triangle MP_2I_2$, т.к. $\angle P_1MI_1 = \angle P_2MI_2$ — вертик., $\angle MP_1I_1 = \angle MP_2I_2 = 90^\circ$, т.к. P_1 и P_2 — точки касания.

$$\frac{I_1P_1}{I_2P_2} \equiv \frac{r_1}{r_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = 2 \Rightarrow \frac{MI_1}{8-MI_1} = 2;\quad MI_1 = \frac{16}{3};\ MI_2 = \frac{8}{3}.$$

Рассмотрим вертикальные углы трапеции без сторон AD и BC. Картинка в нижней полуплоскости (содержащ. ω_1) получена поворотом картинки в верхней полуплоскости на 180° и увеличением в 2 раза, поэтому все отрезки снизу "подобны" "верхним" с коэф. 2 (соответствующие). В частности,



$\frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2$; $\Rightarrow MZ \cdot MY = MX \cdot MW = 9$.

По т. о касат. и секущ. (ω_2): $MP_2^2 = MZ \cdot MW$

аналогично, ω_1: $MP_1^2 = MX \cdot MY$.

Тогда: $MP_2^2 \cdot MP_1^2 = MX \cdot MY \cdot MZ \cdot MW = 9 \cdot 9 = 81$.

$MP_2^2 = MI_2^2 - P_2I_2^2 = MI_2^2 - r_2^2$; (Т. Пифагора в Δ MP_2I_2)

$MP_1^2 = MI_1^2 - r_1^2$ (аналогично);

$$(MI_2^2 - r_2^2)\cdot(MI_1^2 - r_1^2) = 81;\quad \left(\frac{64}{9} - \frac{r_1^2}{4}\right)\left(\frac{256}{9} - r_1^2\right) = 81;$$

$$\frac{64 \cdot 256}{81} - \frac{64}{9} r_1^2 - \frac{r_1^2}{4} \cdot \frac{256}{9} + \frac{r_1^4}{4} = 81;$$

(см. след. стр.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5 $5-4\sin\frac{9\pi}{14}$ VS $3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}$; если обозначить $\alpha=\frac{3\pi}{14}$, то $2\alpha=\frac{3\pi}{7}$; $3\alpha=\frac{9\pi}{14}$;

$5-4\sin 3\alpha$ VS $3\sin\alpha-4\cos 2\alpha$;

$5-4(3\sin\alpha-4\sin^3\alpha)$ VS $3\sin\alpha-4(1-2\sin^2\alpha)$; (*)

$5-12\sin\alpha+16\sin^3\alpha$ VS $3\sin\alpha-4+8\sin^2\alpha$; $16\sin^3\alpha-8\sin^2\alpha-15\sin\alpha+9$ VS 0

(знак нер-ва нигде не менялся). Обозначим $\sin\alpha=t$, $|t|\le 1$

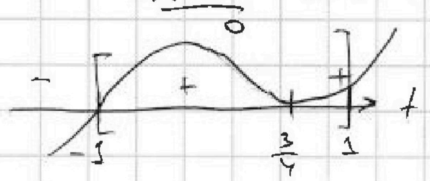
$16t^3-8t^2-15t+9=0$; $t=-1$ – корень $\left(16\cdot(-1)^3-8(-1)^2-15\cdot(-1)+9=-16-8+15+9=0\right)$

$$\begin{array}{r|l} -\;16t^3-8t^2-15t+9 & t+1 \\ 16t^3+16t^2 & \overline{16t^2-24t+9} \\ \hline -\;-24t^2-15t & \\ -24t^2-24t & \\ \hline -\;9t+9 & \\ 9t+9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$16t^2-24t+9=(4t)^2-2\cdot 4t\cdot 3+3^2=(4t-3)^2$.

$16t^3-8t^2-15t+9=(t+1)(4t-3)^2=(t+1)\cdot 16\cdot\left(t-\frac{3}{4}\right)^2$.

если не накладывать огранич-е на t, можно понять знаки ф-ции $f(t)=16t^3-8t^2-15t+9$:



$f(t)$ определена при $|t|\le 1$, но при этих значениях $f(t)\ge 0$. если $t=\frac{3}{4}$, то $f(t)=0$, во всех остальных случаях $f(t)>0$.

Предположим, $\sin\alpha=\frac{3}{4}=\sin\frac{3\pi}{14}$; на интервале $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ $\sin x$ монотонно возрастает. $\cancel{\frac{3}{4}>\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}>\sin\left(\frac{\frac{7\pi}{3}}{14}\right)>\sin}$

$\frac{3}{4}\overset{(1)}{>}\frac{1}{\sqrt{2}}=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\frac{7\pi}{2}}{14}\right)\overset{(2)}{>}\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)$, т.е. $\sin\frac{3\pi}{14}<\frac{3}{4}$ => предположе-е неверно => $\sin\frac{3\pi}{14}\ne\frac{3}{4}$, $t\ne\frac{3}{4}$ => $f(t)>0$. => (*) = „>".

(1): $\frac{3}{4}>\frac{1}{\sqrt{2}}$, т.к. $3\sqrt{2}>4$, т.к. $18>16$; (2) $\frac{\frac{7\pi}{2}}{14}=\frac{3{,}5\pi}{14}>\frac{3\pi}{14}$ => $\sin\left(\frac{\frac{7\pi}{2}}{14}\right)>\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)$ в силу монотонности на $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ $\left(\frac{\pi}{4}\text{ и }\frac{3\pi}{14}\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\right)$.

т.к. знак нер-ва не менялся, получаем: $5-4\sin\frac{9\pi}{14}>3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}$.

Ответ: $5-4\sin\frac{9\pi}{14}$ – большее

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

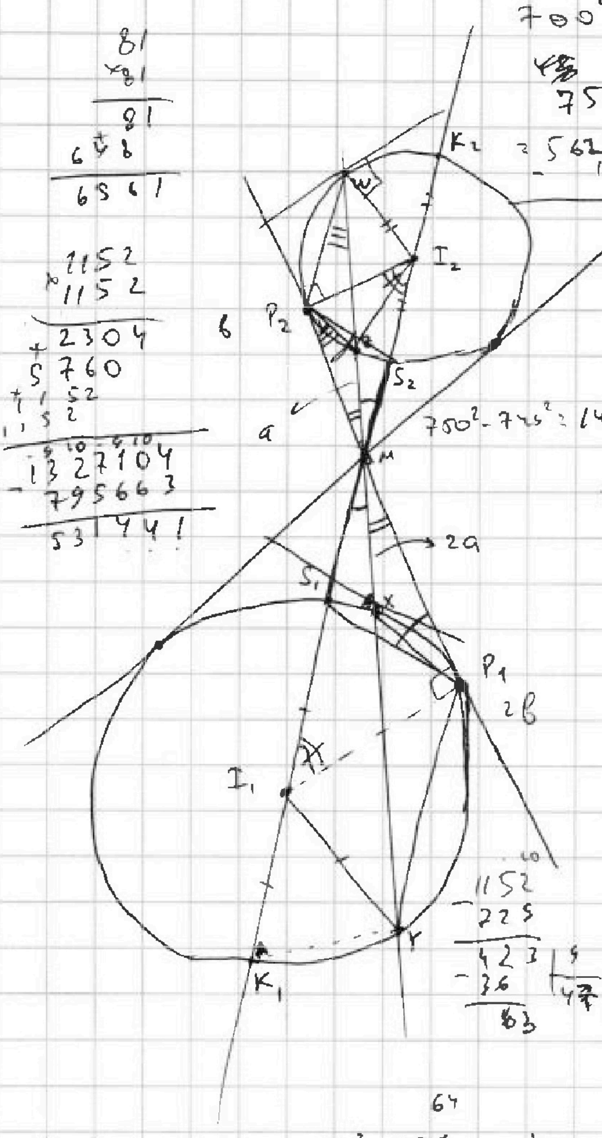
$700^2 = 490000$

$750^2 = 75^2 \cdot 100 = 562500$ $\quad MZ \cdot MY = 9$

$MZ \cdot (MX + XY) = 9$

$562500 - 1499$

$81 \times 81 = 6561$



$MP_1^2 = MX \cdot MY = MS_1 \cdot MK_1 =$

$= (MI_1 - r_1)\cdot(MI_1 + r_1) = MI_1^2 - r_1^2$

$MP_2^2 = MZ \cdot MW$

$750^2 - 745^2 = 1499$

$128 \times 9 = 1152$

$1152 \times 1152 = 1327104$; $\quad 1327104 - 795663 = 531441$

1152×729; $\quad 1881$; $\quad 209$

$\frac{MX}{MK_1} = \frac{MS_1}{MY}$; $\quad MS_1 \cdot MK_1 = MX \cdot MY$

$256 : 4 = 64$

$MP_2^2 =$

1152

$4 = \frac{MP_1^2}{MP_2^2} = \frac{MX \cdot MY}{MZ \cdot MW} = 4$

$MX = 2MZ$

$MY = 2MW$

$1152 - 225 = 423$; $\quad 423 - 36$

$MX \cdot MW = 2MZ \cdot \frac{MY}{2} = MZ \cdot MY = 9.$

$4 = \frac{MX \cdot MY}{MZ \cdot MW}$, $\quad 4 \cdot MZ = \frac{MX \cdot MY}{MW}$,

$4 \cdot \frac{9}{MY} = \frac{MX \cdot MY}{MW}$,

$\frac{4 \cdot 9}{MY^2} = \frac{MX}{MW}$

$\frac{64 \cdot 256}{81} - \frac{64}{9} r_1^2 - r_1^2 \frac{256}{4 \cdot 9} + \frac{r_1^4}{4} = 81$;

$64 \cdot 256 - 9 \cdot 64 r_1^2 - 9 \cdot 64 r_1^2 + \frac{81 r_1^4}{4} = 81^2$

$256 \cdot 64 = 2^8 \cdot 2^6 = 2^{14}$

$256 \times 64 = 16384$; $\quad 16384 - 6561 = 9823$

$741 \times 741 = 549081$

$24 \times 16 = 384$

$9823 \times 81 = 795663$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 739 \\ \times 739 \\ \hline 6651 \\ +2217 \\ 5173 \\ \hline 546121 \end{array}$$

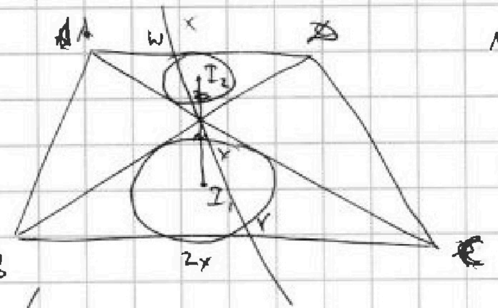
128

$$\begin{array}{r} 729 \\ \times 729 \\ \hline 6561 \\ +1458 \\ 5103 \\ \hline 531441 \end{array}$$

$I_1I_2 = 8$;

$MZ\cdot MY = 9$

$$\begin{array}{r} 731 \\ \times 731 \\ \hline 731 \\ +2193 \\ 5117 \\ \hline 534361 \end{array}$$



$MP_2^2\cdot MP_1^2 = MZ\cdot MW\cdot MX\cdot MY$

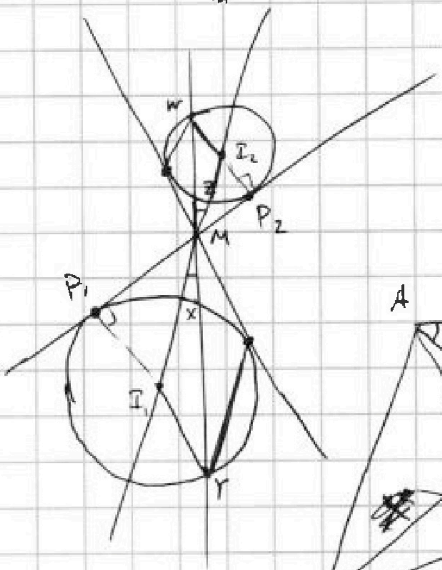
$MP_2^2\cdot MP_1^2 = 9\cdot MW\cdot MX$

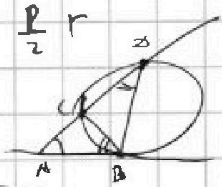
$(MI_2^2-r_2^2)(MI_1^2-r_1^2) = 9\cdot MW\cdot MX$

$MP_2^2 = MZ\cdot MW$

$MP_1^2 = MX\cdot MY$

$S' = \frac{P}{2}r$





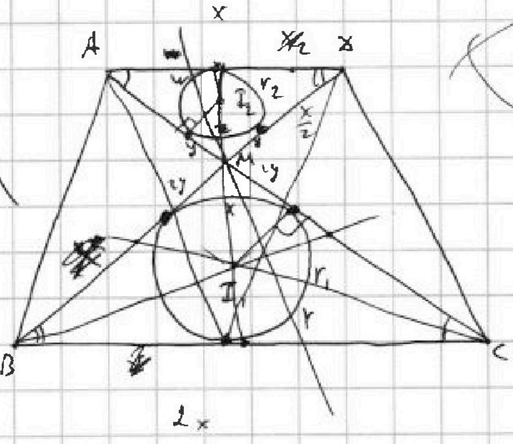
$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{1}$, $\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AB} = \frac{BC}{BD}$

$AB^2 = AC\cdot AD$.

бис-сы:

$\cancel{\frac{MI_2+r_2}{MI_1+r_1} = \frac{1}{2}}$

$\cancel{\frac{(8-MI_1)+\frac{r_1}{2}}{MI_1+r_1} = \frac{1}{2}}$

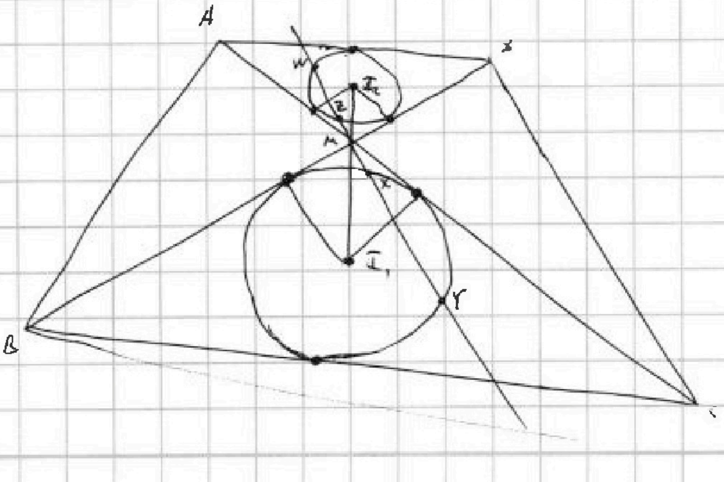


$\cancel{16-2MI_1+r_1 = MI_1+r_1}$

$16 = 3MI_1$

$MI_1 = \frac{16}{3}$

$\cancel{MI_2 = 8-\frac{16}{3} = \frac{8}{3}}$



$\frac{I_1M}{MI_2} = \frac{2}{1} = \frac{MI_1}{8-MI_1} = \frac{2}{1}$,

$MI_1 = 16-2MI_1$

$MI_1 = \frac{16}{3}$

$MI_2 = \frac{8}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ■ 6 ☐ 7 ☐

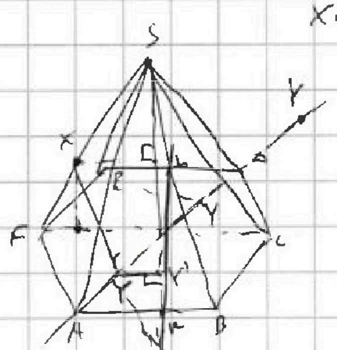
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$X \in (SF)$

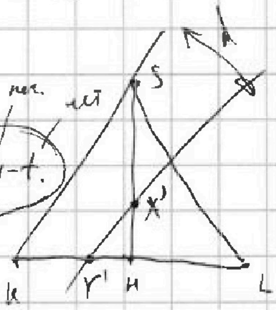
~~t = ..., 6, 8~~

$t = 0, 2, 4, 6$



$XY \parallel (SAB)$

$\min(XY) = ?$



$p = 7x + 21 - (x+t) = 6x + 21 - t$

p, q – прост.

$x,\ x+1,\ x+2,\ \ldots,\ x+6.$ $\Sigma = \frac{x+x+6}{2}\cdot 7 = 7(x+3)$

$p = 7(x+3) - a_1$; $a_1 < a_2$, т.к. $p^2 - q^2 = 1020$

$q = 7(x+3) - a_2$ $\quad (7(x+3) - a_1)^2 - (7(x+3) - a_2)^2 = 1020$;

$-14a_1(x+3) + 14a_2(x+3) + a_1^2 - a_2^2 = 1020$;

$a_2 - a_1 = \Delta$

$a_1 + a_2 = 2a_1 + \Delta.$ $\quad 14(x+3)(a_2 - a_1) + (a_1 + a_2)(a_1 - a_2) = 1020$

$\Delta(14x + 42 - (2a_1 + \Delta)) = 1020.$ $\underbrace{(a_2 - a_1)}_{\geq 1}(14(x+3) - a_1 - a_2) = 1020$;

$-(a_1 + a_2)$

$a_1 + a_2 \leq 2x + 11.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$132, 134, \ldots, 132+2\cdot k$. $\Sigma = \frac{(132+2k)+132}{2}\cdot(k+1) = 120(\cancel{k-1})$

$+0 \quad +1\cdot 2 \quad +2\cdot 2$

$1 \quad 2 \quad 3 \quad (k+1)$

$x^2+y^2+z^2=12^2$,

$17 \times 47 = 329 + 188 = 2209$; $180 - 133 = 47$; $312 \times 4 = 1248$

$2209 - 1248 = 961 = 31^2$

$180(n-2)$

$30^2+60+1=961$

$Ax+By+Cz+D=0$;

$\sin 3\alpha = \sin(\alpha+2\alpha) = \sin\alpha\cos 2\alpha + \cos\alpha\sin 2\alpha = \sin\alpha(1-2\sin^2\alpha) + 2\cos^2\alpha\cdot\sin\alpha = \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\min(x^2+y^2+z^2) = ?$

$x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$.

$x\ln 25 + y\ln 25 + y\ln 3 + z\cdot\ln 25 + z\cdot\ln 5 = \ln 9 + \ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5$.

$\ln 25(x+y+z) + y\ln 3 + z\ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5$.

$\vec{n}(\ln 25, \ln 75, \ln 125)$, $x=y=z$.

$Ax+By+Cz+D=0$,

$\frac{3\pi}{14}=\alpha$; $\frac{3\pi}{7}=2\alpha$; $\frac{9\pi}{14}=3\alpha$.

$S(x_0; y_0; z_0) \in \alpha$

$f'(t) = 48t^2 - 16t - 15 = 0$;

$48\cdot\frac{9}{16} - 16\cdot\frac{3}{4} - 15 = 27 - 12 - 15 = 0$.

$\vec{R} = (x_0; y_0; z_0)$.

$5 - 4\sin\frac{9\pi}{14}$ VS $3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}$

$5 - 4\sin 3\alpha$ VS $3\sin\alpha - 4\cos 2\alpha$;

$5 - 4(3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha)$ V $3\sin\alpha - 4(1-2\sin^2\alpha)$

$-4\cos\frac{3\pi}{7} = -4\left(1-2\sin^2\frac{3\pi}{14}\right) = -4+8\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)$. $5 - 12\sin\alpha + 16\sin^3\alpha$ VS $3\sin\alpha - 4 + 8\sin^2\alpha$

$5 - 4\sin\frac{9\pi}{14}$ VS $3\sin\frac{3\pi}{14} - 4 + 8\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)$. 9 VS

~~9 VS $16\sin^3\alpha$~~

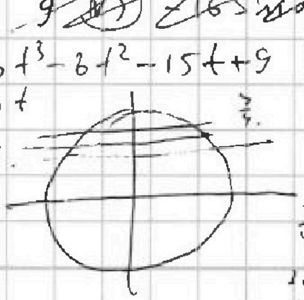
$16\sin^3\alpha - 8\sin^2\alpha - 15\sin\alpha + 9$ V 0;

$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9$ | $t+1$, $16t^2$

$16t$

$\sin 3\alpha = \sin\alpha\cos 2\alpha + \cos\alpha\sin 2\alpha = \sin\alpha(1-2\sin^2\alpha) + \cos\alpha\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin\alpha - 2\sin^3\alpha + 2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$.

$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$.



$\frac{3}{4}$ VS $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$3\sqrt{2}$ VS 4

$18 > 16$.

$\frac{3}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3.5\pi}{14}\right) > \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)$.