



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Углы: $132; 132+1 \cdot 2; 132+2 \cdot 2; 132+3 \cdot 2; \dots; 132+k \cdot 2$
всего углов $k+1 \Rightarrow \sum(\text{углов}) = 180^\circ(k+1-2) = \frac{(132 + 132 + 2k) \cdot (k+1)}{2};$

$$180^\circ(k-1) = (132+k) \cdot (k+1); \quad 180k - 180 = 132k + 132 + k^2 + k;$$
$$k^2 - 47k + 312 = 0; \quad D = 47^2 - 4 \cdot 312 = 961 = 31^2;$$

$$k = \frac{47 \pm 31}{2}; \quad \begin{cases} k = 39 \\ k = 8 \end{cases}, \text{наибольшее} - k = 39.$$

Ответ: 39 вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(12) Уравнение $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$, \Leftrightarrow

$\Leftrightarrow x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln 75 + z \cdot \ln 125 - \ln 45 = 0$ задаёт точки $(x; y; z)$, принадлежащие некоторой плоскости α с нормалью

$\vec{n}_\alpha = (\ln 25; \ln 75; \ln 125)$. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ — ур-е ~~плоскости~~ ^{сферы} с центром в точке $(0; 0; 0)$, причём точки (x, y, z) должны принадлежать α . Минимальный радиус сферы реализуется, когда сфера касается плоскости, тогда $\vec{R} \perp \alpha$ и $\vec{R} = k \cdot \vec{n}_\alpha$, так $\vec{n}_\alpha \perp \alpha$.

$$\vec{R} = (k \cdot \ln 25; k \cdot \ln 75; k \cdot \ln 125), \quad R^2 = |\vec{R}|^2 = (k \cdot \ln 25)^2 + (k \cdot \ln 75)^2 + (k \cdot \ln 125)^2 = k^2 (\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125).$$

При этом, точка с коорг. $(k \cdot \ln 25; k \cdot \ln 75; k \cdot \ln 125) \in \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow k \cdot \ln^2 25 + k \cdot \ln^2 75 + k \cdot \ln^2 125 = k (\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125) = \ln 45;$$

$$k = \frac{\ln 45}{\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125} \Rightarrow |\vec{R}|^2 = \frac{\ln^2 45}{\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125} = (x^2 + y^2 + z^2)_{\min}.$$

$$\text{Ответ: } \min(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{\ln^2 45}{\ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 125}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 Пусть $M = \{x; x+1; x+2; x+3; x+4; x+5; x+6\}$ на примере p .

$\Sigma = 7x+21$; тогда p и q удовлетворяют: $p = 7x+21-a$, простое,

$a_1 \in M$. пусть $a_1 = x+t$, $t \in [0; 6]$, $t \in \mathbb{N}$.

$p = 7x+21 - x-t = 6x+21-t$ - простое, тогда t - четное, т.е.

если t - нечет $\Rightarrow 6x+21-t$ - чет \Rightarrow не простое.

$t \neq 6$, т.к. $6x+21-6 = (6x+15) \Leftrightarrow$ это делится на 3, не простое
 $t = 0, 2$ или 4 .

$$p^2 - q^2 = (7x+21-a_1)^2 - (7x+21-a_2)^2 = 1020 \quad (a_1, a_2 \in M)$$

$a_1 = x+t$; $a_2 = x+n$, ~~t и $n = 0, 2$ или 4~~ , пусть $t < n$. ($a_1 < a_2$)

$$p^2 - q^2 = (6x+21-t)^2 - (6x+21-n)^2 = (n-t)(12x+42-t-n) = 1020;$$

~~$(n; t) = (2; 0)$~~ $(n; t) = (2; 0)$: $12x+40 = 540$; $x = \frac{500}{12}$

2) $(n; t) = (4; 0)$: $12x+38 = 270$; $x = \frac{232}{12} = \frac{58}{3} \notin \mathbb{N}$. $\frac{125}{3} \notin \mathbb{N}$.

3) $(n; t) = (4; 2)$: $12x+36 = 540$; $x = \frac{504}{12} = \frac{126}{3} = 42 \Rightarrow$

\Rightarrow исконое $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$.

Ответ: $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N4 \quad \frac{64 \cdot 256}{81} - \frac{128}{9} r_1^2 + \frac{r_1^4}{4} = 81, \quad 64 \cdot 256 - 9 \cdot 128 r_1^2 + 81 r_1^4 = 81^2 = 6561$$

$$\frac{81 r_1^4}{4} - 9 \cdot 128 r_1^2 + 5823 = 0; \quad \Delta = \left(\frac{9 \cdot 128}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} \cdot 9823 = \frac{531441}{4} = \left(\frac{729}{2}\right)^2$$

$$r_1^2 = \frac{\frac{9 \cdot 128}{2} \pm \frac{729}{2}}{\frac{81}{4}} = \frac{2(1152 \pm 729)}{81}; \quad \begin{cases} r_1^2 = \frac{2 \cdot 47 \cdot 9}{81} = \frac{94}{9}; \\ r_1^2 = \frac{2 \cdot 209 \cdot 9}{81} = \frac{418}{9}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3} \\ r_1 = \frac{\sqrt{418}}{3} \end{cases} \quad \text{или } r_1 < M I_1 = \frac{16}{3} = \frac{\sqrt{256}}{3} \Rightarrow \text{возможны только} \\ r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

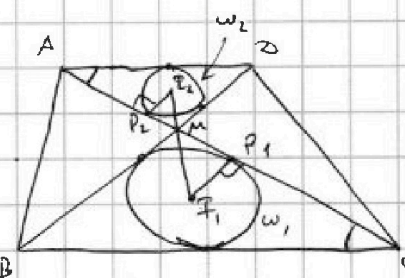
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть ω_2 кас-ся AM в $\tau. P_2$, а

ω_1 кас-ся MC в $\tau. P_1$, MI_1 и MI_2 лежат

на дис-сах углов $\angle BMC$ и $\angle BMA$ соотв-но,



т.к. это виссак. окр-ти. Также $\triangle BMC \sim \triangle BMA$ ($\angle MCB = \angle MAD$ -накрест.

лежащ. при $AM \parallel BC$ и сек. AC и $\angle BMC = \angle BMA$ (вертик.) \Rightarrow

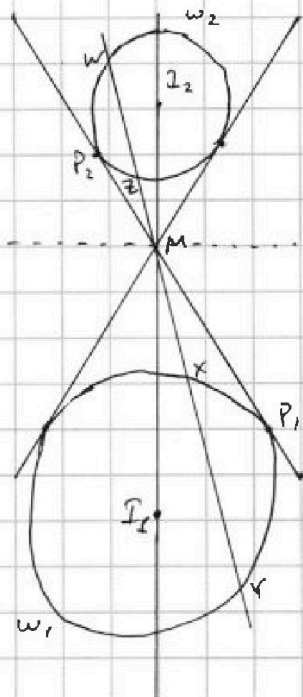
\Rightarrow если $R(\omega_1) = r_1$, $R(\omega_2) = r_2$, то $\frac{r_1}{r_2} = \frac{BC}{AB} = 2$ (висс. окр. φ

подобных \triangle -ках). Походки также $\triangle MP_1I_1 \sim \triangle MP_2I_2$, т.к. $\angle P_1MI_1 =$

$\angle P_2MI_2$ -вертик., $\angle MP_1I_1 = \angle MP_2I_2 = 90^\circ$, т.к. P_1 и P_2 - точки касанья.

$$\frac{I_1P_1}{I_2P_2} \equiv \frac{r_1}{r_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = 2 \Rightarrow \frac{MI_1}{MI_2} = 2; MI_1 = \frac{16}{3}; MI_2 = \frac{8}{3}$$

Рассмотрим вертикальные углы трапеции без сторон AD и BC . Картичка в нижней полукруглости (содержащ. ω_2) поворачиваем картички в верхней полукруглости на 180° и увеличим в 2 раза, потому все отрезки ~~смы~~ "смы" подобны "верхним" с коэф. 2 (соответствующие). В частности,



$$\frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2; \Rightarrow MZ \cdot MY = MX \cdot MW = 9.$$

По т. о касат и секущ. (ω_2): $MP_2^2 = MZ \cdot MW$
аналогично, ω_1 : $MP_1^2 = MX \cdot MY$.

Тогда: $MP_2^2 + MP_1^2 = MX \cdot MY \cdot MZ \cdot MW = 9 \cdot 9 = 81$.

$MP_2^2 = MI_2^2 - P_2I_2^2 = MI_2^2 - r_2^2$; (т. Пифагора в $\triangle MP_2I_2$) ω_2

$MP_1^2 = MI_1^2 - r_1^2$ (аналогично);

$$(MI_2^2 - r_2^2) + (MI_1^2 - r_1^2) = 81; \left(\frac{64}{9} - \frac{r_1^2}{4}\right) + \left(\frac{256}{9} - r_1^2\right) = 81;$$

$$\frac{64+256}{81} - \frac{64}{9}r_1^2 - \frac{r_1^2 \cdot 256}{4 \cdot 9} + \frac{r_1^4}{4} = 81;$$

(см. след. стр.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(NS) $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ (VS) $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$; если обозначим $\alpha = \frac{3\pi}{14}$, то $2\alpha = \frac{3\pi}{7}$; $3\alpha = \frac{9\pi}{14}$;

$5 - 4 \sin 3\alpha$ (VS) $3 \sin \alpha - 4 \cos 2\alpha$;

$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha)$ (VS) $3 \sin \alpha - 4(1 - 2 \sin^2 \alpha)$;

$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha$ (VS) $3 \sin \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha$; $16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9$ (VS) 0

(зкак пер-ва нинге не менелел. обозначим $\sin \alpha = t$, $|t| \leq 1$)

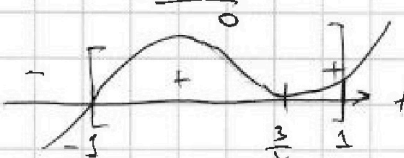
$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 = 0$; $t = -1$ - корень $(16 \cdot (-1)^3 - 8 \cdot (-1)^2 - 15 \cdot (-1) + 9 = -16 - 8 + 15 + 9 = 0)$

$\frac{16t^3 - 8t^2 - 15t + 9}{16t^3 + 16t} \Big| \frac{t+1}{16t^2 - 24t + 9} = (4t)^2 - 2 \cdot 4t \cdot 3 + 3^2 = (4t - 3)^2$.

$$\begin{array}{r} -24t^2 - 15t \\ -24t^2 - 24t \\ \hline 9t + 9 \\ -9t + 9 \\ \hline 18 \end{array}$$

$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 = (t+1)(4t-3)^2 = (t+1) \cdot 16 \cdot (t - \frac{3}{4})^2$.

если не накладывать ограничения на t , можно попытаться найти функцию $f(t) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9$:



$f(t)$ определена при $|t| \leq 1$, но при

этих значениях $f(t) \geq 0$. если $t = \frac{3}{4}$, то $f(t) = 0$, во всех остальных случаях $f(t) > 0$.

Предположим, $\sin \alpha = \frac{3}{4} = \sin \frac{3\pi}{14}$; на интервале $[0; \frac{\pi}{2}]$ $\sin x$ монотонно возрастает. $\frac{3}{4} > \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} > \sin \frac{7\pi}{14} > \sin \frac{3\pi}{14}$

$\frac{3}{4} > \frac{1}{2} = \sin(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{7\pi}{14}) > \sin(\frac{3\pi}{14})$, т.е. $\sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3}{4} \Rightarrow$ предположение

неверно $\Rightarrow \sin \frac{3\pi}{14} \neq \frac{3}{4}$, $t \neq \frac{3}{4} \Rightarrow f(t) > 0 \Rightarrow$ (*) = " $>$ ".

(1): $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$, т.к. $3\sqrt{2} > 4$, т.к. $18 > 16$; (2) $\frac{7\pi}{14} = \frac{3,5\pi}{14} > \frac{3\pi}{14} \Rightarrow \sin(\frac{7\pi}{14}) > \sin(\frac{3\pi}{14})$

в силу монотонности на $[0; \frac{\pi}{2}]$ ($\frac{\pi}{4}$ и $\frac{3\pi}{14} \in [0; \frac{\pi}{2}]$). т.к. знак пер-ва не мешал, получаем: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$.

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ - больше

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$700^2 = 490000$$

$$750^2 = 75^2 \cdot 100 = MZ \cdot MY = 9$$

$$MZ = (MX + XY) = 9$$

$$K_2 = 5625 \cdot 00$$

$$MP_1^2 = MX \cdot MY = MS_1 \cdot MK_1 =$$

$$= (MI_1 - r_1) \cdot (MI_1 + r_1) = MI_1^2 - r_1^2$$

$$MP_2^2 = MZ \cdot MW$$

$$750^2 - 700^2 = 1499$$

или

$$\frac{MX}{MK_1} = \frac{MS_1}{MY}; \quad MS_1 \cdot MK_1 = MX \cdot MY$$

$$MP_1^2 =$$

$$4 = \frac{MP_1^2}{MP_2^2} = \frac{MX \cdot MY}{MZ \cdot MW} = 4$$

$$MX = 2MZ$$

$$MY = 2MW$$

$$4 \cdot \frac{MX \cdot MW}{2} = 2MZ \cdot \frac{MY}{2} = MZ \cdot MY = 9$$

$$4 \cdot \frac{MX \cdot MY}{MZ \cdot MW} = 4 \cdot MZ = \frac{MX \cdot MY}{MW}$$

$$4 \cdot \frac{9}{MY} = \frac{MX \cdot MY}{MW}$$

$$\frac{4 \cdot 9}{MY^2} = \frac{MX}{MW}$$

$$\frac{24}{MY^2} = \frac{MX}{MW}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 81 \\ \hline 648 \\ 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1152 \\ \times 1152 \\ \hline 2304 \\ 5760 \\ 11520 \\ \hline 1327104 \\ - 795663 \\ \hline 531441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1152 \\ \times 779 \\ \hline 188112 \\ 73 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 14 \\ \hline 3584 \\ 24 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$1152$$

$$\begin{array}{r} 5823 \\ \times 81 \\ \hline 46584 \\ 5823 \\ \hline 795663 \end{array}$$

$$\frac{64 \cdot 256}{81} - \frac{64r_1^2}{9} - \frac{r_1^2 \cdot 256}{2 \cdot 9} + \frac{r_1^4}{4} = 81$$

$$64 \cdot 256 - 9 \cdot 64r_1^2 - 9 \cdot 64r_1^2 + 81r_1^4 = 81^2$$

$$\frac{22}{256} = 2^3 \cdot 2^2 = 2$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ + 1536 \\ \hline 2560 \\ - 1010 \\ \hline 1550 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16384 \\ - 6561 \\ \hline 9823 \end{array}$$

$$9823$$

$$\begin{array}{r} 781 \\ \times 241 \\ \hline 15481 \\ 241 \\ \hline 18764 \\ + 781 \\ \hline 189081 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 576 \\ + 24 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9823 \\ \times 81 \\ \hline 78584 \\ 9823 \\ \hline 795663 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

238
739
6651
+2217
5173

546121
731
x 731

731
+2193
5117

534361

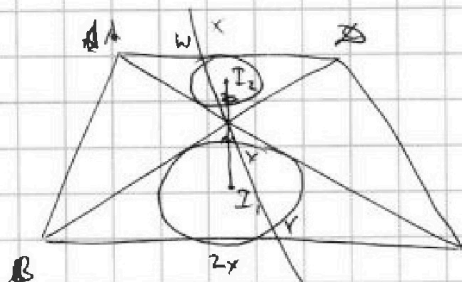
128

729
x 729

6561
+4581
5103

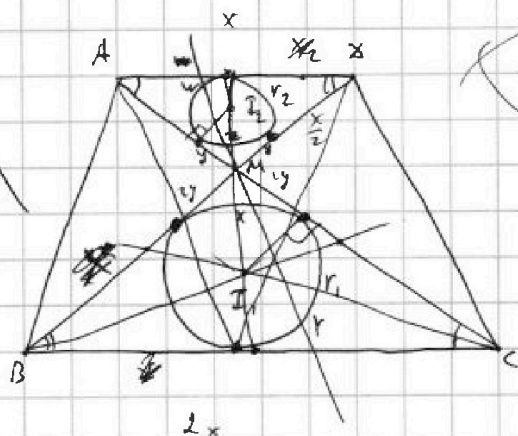
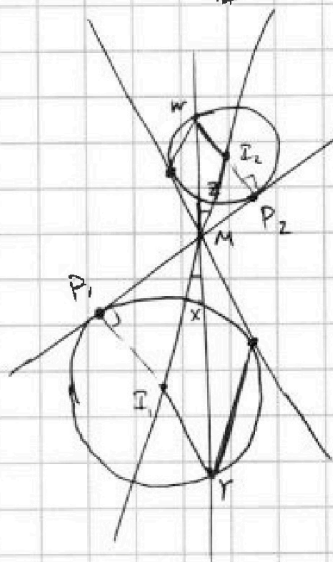
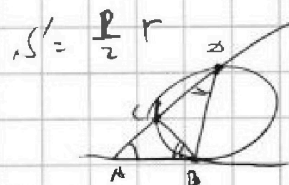
531441

$I_1 I_2 = 8;$
 $MP_2 \cdot MP_1 = 9$



$MP_2^2 \cdot MP_1^2 = MW \cdot MX \cdot MY$
 $MP_2^2 \cdot MP_1^2 = 9 \cdot MW \cdot MX$
 $(MI_2^2 - r_2^2)(MI_1^2 - r_1^2) = 9 \cdot MW \cdot MX$

$MP_2^2 = MZ \cdot MW$
 $MP_1^2 = MX \cdot MY$



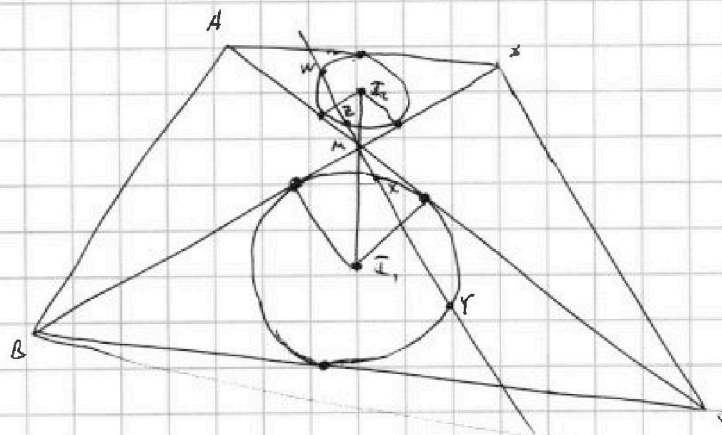
$\frac{r_1}{r_2} = \frac{z}{1}$, $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{BD}$
Sinc-ebl: $AB^2 = AC \cdot AD$

$\frac{MI_2 + r_2}{MI_1 + r_1} = \frac{1}{2}$
 $\frac{(b - MI_1) + \frac{r_1}{2}}{MI_1 + r_1} = \frac{1}{2}$

$16 - 2MI_1 + r_1 = MI_1 + r_1$
 $16 = 3MI_1$
 $MI_1 = \frac{16}{3}$
 $MI_2 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$

$\frac{MI_1}{MI_2} = \frac{z}{1} = \frac{MI_1}{b - MI_1} = \frac{z}{1}$
 $MI_1 = 16 - 2MI_2$
 $MI_1 = \frac{16}{3}$

$MI_2 = \frac{8}{3}$



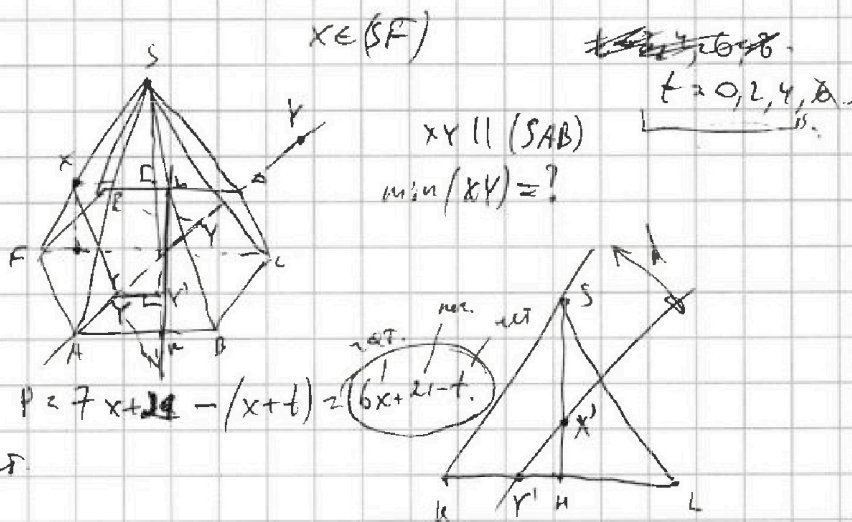


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x, x+1, x+2, \dots, x+6. \quad \Sigma = \frac{x+x+6}{2} \cdot 7 = 7(x+3)$$

$$p = 7(x+3) - a_1; \quad a_1 < a_2, \quad \therefore p^2 - q^2 = 1020 > 0$$

$$q = 7(x+3) - a_2 \quad (7(x+3) - a_1)^2 - (7(x+3) - a_2)^2 = 1020;$$

$$-14a_1(x+3) + 14a_2(x+3) + a_1^2 - a_2^2 = 1020;$$

$$a_2 - a_1 = \Delta$$

$$a_1 + a_2 = 2a_1 + \Delta$$

$$14(x+3)(a_2 - a_1) + (a_1 + a_2)(a_1 - a_2) = 1020$$

$$\Delta(14x + 42 - (2a_1 + \Delta)) = 1020. \quad \underbrace{(a_2 - a_1)}_{\geq 1} \underbrace{(14(x+3) - a_1 - a_2)}_{-(a_1 + a_2)} = 1020;$$

$$a_1 + a_2 \leq 2x + 11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$132, 134, \dots, 132 + 2 \cdot k$$

$$\Sigma = \frac{(132 + 2k) + 132}{2} \cdot (k+1) = \frac{20(k+1)}{2}$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad (k+1)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 12^2$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 42 \\ \hline 329 \\ 708 \\ \hline 714 \\ 1248 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 312 \\ \hline 133 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$180(k-2)$$

$$3a^2 + 6a + c = 561$$

$$Ax + By + Cz + D = 0;$$

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin(\alpha + 2\alpha) = \sin \alpha \cos 2\alpha + \\ &+ \cos \alpha \sin 2\alpha = \sin \alpha (1 - 2\sin^2 \alpha) + \cos^2 \alpha \cdot 2\sin \alpha = \\ &= \sin \alpha - 2\sin^3 \alpha + 2\sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = \\ &= 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha \\ \min(x^2 + y^2 + z^2) &= ? \end{aligned}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x \ln 25 + y \ln 25 + y \ln 3 + z \ln 25 + z \ln 5 = \ln 9 + \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 25(x + y + z) + y \ln 3 + z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\vec{R}(\ln 25, \ln 75, \ln 125), \quad x = y = z$$

$$\frac{3\pi}{14} = \alpha; \quad \frac{3\pi}{7} = 2\alpha; \quad \frac{9\pi}{14} = 3\alpha$$

$$\mu = -76$$

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$S(x_0, y_0, z_0) \in K$$

$$f(t) = 46t^2 - 16t - 15 = 0$$

$$46 \cdot \frac{9}{16} - 16 \cdot \frac{3}{4} - 15 = 27 - 12 - 15 = 0$$

$$\vec{R} = (x_0, y_0, z_0)$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \text{VS} \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \quad \text{VS} \quad 3 \sin \alpha - 4 \cos 2\alpha$$

$$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) \quad \text{VS} \quad 3 \sin \alpha - 4(1 - 2\sin^2 \alpha)$$

$$-4 \cos \frac{3\pi}{7} = -4 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right) = -4 + 8 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right)$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \text{VS} \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 8 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right)$$

$$16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 = 0$$

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha \cos 2\alpha + \cos \alpha \sin 2\alpha =$$

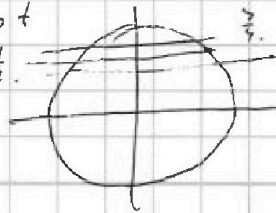
$$= \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + \cos^2 \alpha \cdot 2 \sin \alpha =$$

$$= \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) =$$

$$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\frac{3}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) = \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) > \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right)$$

$$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9$$



$$\frac{3}{4} \text{ VS } \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1\sqrt{2} \text{ VS } 1$$

$$1\sqrt{2} > 1$$