



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок - простое число. Пусть  $p$  и  $q$  - две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  - центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  - в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость -  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  - вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  - на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у многоугольника  $n$  вершин, тогда сумма углов этого многоугольника —  $(n-2)180^\circ$ .  
Углы составляют арифметическую прогрессию с разницей  $2^\circ$  и начинающуюся со  $143^\circ$ .

т.е.  $143^\circ, 145^\circ, \dots, 143^\circ + (n-1)2^\circ$

Тогда сумма углов будет равна:

$$\frac{143^\circ + (143^\circ + (n-1)2^\circ)}{2} \cdot n$$

что равно  $(n-2)180^\circ$

т.е.:

$$\frac{143^\circ + 143^\circ + (n-1)2^\circ}{2} n = (n-2)180^\circ$$

$$(143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ) n = (n-2)180^\circ$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 142n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 4(19^2 - 360) = 4(361 - 360) = 4$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \begin{cases} 20 \\ 18 \end{cases}$$

Если  $n=20$ , то самый большой угол этого многоугольника  $143^\circ + (n-1)2^\circ = 181^\circ > 180^\circ$   
т.е.  $n$  не может быть  $= 20$

Если  $n=18$ , то самый большой угол —  $143^\circ + (18-1)2^\circ = 177^\circ < 180^\circ$  — всё хорошо

Ответ: 18 вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$(x^2 + y^2 + z^2)$  наим. - ?

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (1 - z) \ln 3 \quad \ln 2 \neq 0$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \frac{\ln 3}{\ln 2} = (1 - z) \log_2 3$$

$\in \mathbb{Z} \qquad \qquad \qquad \in \mathbb{Z} \qquad \notin \mathbb{Z}$

↓

уравнение имеет решение  $\Leftrightarrow (1 - z) - (4x + 3y + 3z - 1) = 0$

↓

$$z = 1 \quad \text{и} \quad 4x + 3y + 3 - 1 = 0 \quad \text{т.е.} \quad 4x + 3y = -2$$

$$-3y - 2$$

$x = \frac{-3y - 2}{4}$  при этом  $y \in \mathbb{Z}$  и  $x \in \mathbb{Z}$

т.е.:

$$-3y - 2 \equiv 0 \pmod{4} \Leftrightarrow 3y \equiv 2 \pmod{4} \Leftrightarrow y \equiv 2 \pmod{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{-3y - 2}{4}\right)^2 + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + \frac{16y^2 + 16}{16} =$$

$$\frac{25y^2}{16} + \frac{12y}{16} + \frac{20}{16} = \text{парабола, ветви вверх}$$

наименьшее значение в вершине

$$y \leq \frac{-\frac{12}{16}}{2 \cdot \frac{25}{16}} = -\frac{12}{50}$$

Ближайшее целое число дающее ост. 2

при делении на 4 это -2

$$\text{т.е.} \quad y = -2 \quad x = \frac{-3 \cdot (-2) - 2}{4} = 1 \quad z = 1$$

$$\text{тогда} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1 + 4 + 1 = 6$$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6 \quad - 7 \text{ подряд идущих чисел}$$

$p, q$  - простые

$$a \in \mathbb{N}$$

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 8 \cdot 99 = 33 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$p-q$  максимальное = 6 если взять за  $p$  сумму последних шести чисел, а за  $q$  первых шести.

т.к.  $p-q$  это число, то  $(p-q)$  делитель 792

5 вариантов:

$$\begin{aligned} p-q &= 1 \\ p+q &= 792 \\ 2p &= 793 \frac{1}{2} \\ \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-q &= 2 \\ p+q &= 396 \\ 2p &= 398 \\ p &= 199 \\ q &= 197 \\ \text{1 вар.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-q &= 3 \\ p+q &= 264 \\ 2p &= 267 \frac{1}{2} \\ \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-q &= 6 \\ p+q &= 198 \\ 2p &= 202 \\ p &= 101 \\ q &= 97 \\ 2 \text{ вар.} \end{aligned}$$

1 вар. :  $p = 199 \quad q = 197$

$$p = 6a + x \quad \text{где } x \in [15; 21] \quad \left( \begin{array}{l} 15 = 1+2+3+4+5+0 \\ 21 = 1+2+3+4+5+6 \end{array} \right)$$

$$199 = 6 \cdot 33 + 1 \quad \times$$

$$6 \cdot 32 + 7 \quad \times$$

$$6 \cdot 31 + 13 \quad \times$$

$$6 \cdot 30 + 19 \quad \checkmark$$

$$19 \in [15; 21]$$

др. вариантов нет

$$a = 30$$

30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 - множество  $M$

$$199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$

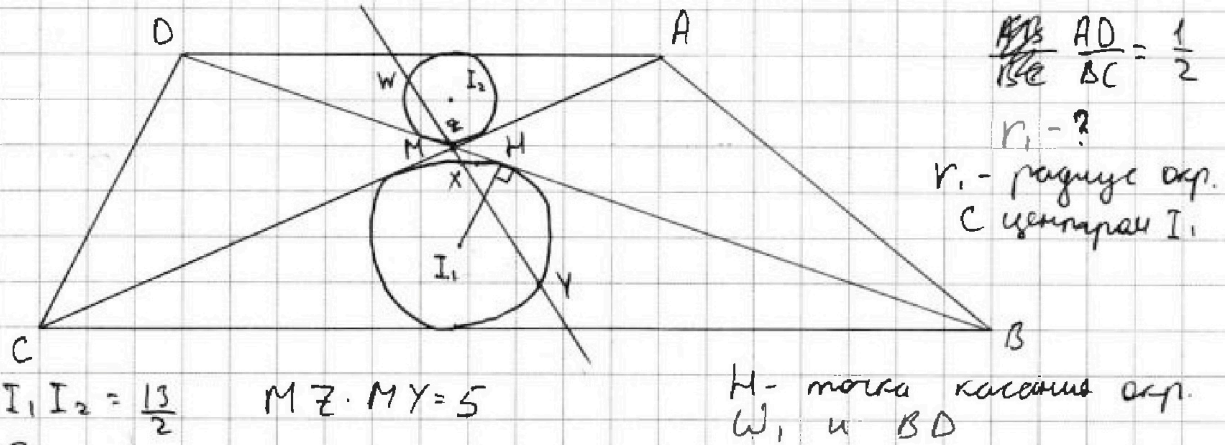


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BC} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$r_1 = ?$

$r_1$  - радиус окр. с центром  $I_1$

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$H$  - точка касания окр.  $\omega_1$  и  $BC$

Решение:

1)  $\triangle CMB \sim \triangle BMA$  с коэф. подобия 2 по двум углам (накрест лежащие)

2)  $MI_1$  и  $MI_2$  - биссектрисы  $\Rightarrow M, I_1$  и  $I_2$  лежат на одной прямой

3) Все расстояния в этих треугольниках относятся как коэф. подобия т.е. 1:2

$$\text{т.е.} : \frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$MI_1 = \frac{2}{3} \cdot I_1 I_2 = \frac{13}{3}$$

$$\cancel{MX} = \cancel{MZ} \quad MZ = \frac{1}{2} MX$$

$$\Downarrow$$

$$MZ \cdot MY = \frac{1}{2} MX \cdot MY = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10$$

$\neq MY$  - секущая,  $MH$  - касательная  $\Rightarrow$

$$MH^2 = MX \cdot MY = 10$$

$\Downarrow$   
по т. Пифагора в  $\triangle I_1 M H$ :

$$I_1 H = \sqrt{MI_1^2 - MH^2} = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{169 - 90}{9}} = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$I_1 H$  - это  $r_1$

Ответ:  $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{5\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \Leftrightarrow$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

Замени  $t = \sin \frac{\pi}{14}$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t \Leftrightarrow$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \vee 0$$

$t = -1$  — корни

тогда

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t+1 \\ \hline 16t^2 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 7t + 1 & \\ \hline -8t^2 - 8t & \\ \hline t + 1 & \\ \hline t + 1 & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 =$$

$$= (16t^2 - 8t + 1)(t + 1) =$$

$$= \cancel{4t-1} (4t-1)^2 (t+1)$$

Поэтому  ~~$4t-1 \neq 0$~~  ?

т.е.  $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$

Предположим, это это max, и  $\sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}$

тогда:  $\cos \frac{\pi}{7} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \Rightarrow$

$$\sin \frac{\pi}{7} = \sqrt{1 - \frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{15}}{8} \Rightarrow$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7} = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7\sqrt{15}}{32} \Rightarrow$$

$$\cos \frac{2\pi}{7} = \sqrt{1 - \left(\frac{7\sqrt{15}}{32}\right)^2} = \sqrt{\frac{1024 - 49 \cdot 15}{32^2}} = \frac{\sqrt{289}}{32} = \frac{17}{32} \Rightarrow$$

$$\sin \frac{4\pi}{7} = 2 \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} = 2 \cdot \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{17}{32} = \frac{119\sqrt{15}}{512}$$

$$\sin \frac{3\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7} = \frac{\sqrt{15}}{8} \cdot \frac{17}{32} + \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{7}{8} = \frac{(49+17)\sqrt{15}}{256}$$

$\sin \frac{4\pi}{7}$  и  $\sin \frac{3\pi}{7}$  должны быть равны т.к. они расположены симметрично относительно  $\frac{\pi}{2}$ :

$\pi - \frac{4\pi}{7} = \frac{3\pi}{7} - 0$  а в нашей ситуации:

$$\sin \frac{4\pi}{7} = \frac{119\sqrt{15}}{512} \neq \frac{132\sqrt{15}}{512} = \sin \frac{3\pi}{7} \Rightarrow \text{противоречие и}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \text{ и } (4t-1) \neq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого :

Имеем уравнение

$$(4t-1)^2 (t+1) \quad \text{где} \quad (4t-1)^2 > 0 \quad \text{н.р.} \quad 4t-1 \neq 0$$

$$t+1 > 0 \quad \text{н.р.} \quad t > -1 \quad \text{н.р.} \quad t = \sin \frac{\pi}{14} \quad \left( \frac{\pi}{14} \in (0; \frac{\pi}{2}) \right)$$

⇓

$$(4t-1)^2 (t+1) > 0$$

$$\Downarrow$$
$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \text{— начальное неравенство}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Четырёхугольная пирамида считается выпуклой если & эти 4 точки не лежат на одной плоск.

↓  
всего четверок  $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$  т.к. если поменять

в одной четверке местами 2 точки это

будет та же самая пирамида

И надо вычесть те четверки когда 4 т

лежат на одной плоск. т.е.  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 11 \cdot 9 - 7 \cdot 5 = 5 \cdot 92 = 460 -$$

кол. во четырёхугольных пирамид

2) n-угольная пирамида (при  $n \geq 5$ ) считается выпуклой если в основании лежит выпуклый

(n-1) угольник. ( $n-1 \geq 4$ )

Большее 3 точек на одной плоскости =>

эта плоскость &

какой бы многоугольных точки мы не

выбрали на этой плоскости многоугольником

получится выпуклыми т.к. все точки на

окружности





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{Кол-во 4 угольников} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35 \\ \text{5 угольников} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 21 \\ \text{6 угольников} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 7 \\ \text{7 угольников} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 1 \end{aligned}$$

Каждый из этих многоугольников может образовать 5 пирамид, шест, семь и восьмиугольную пирамиду (соответственно) с каждой из 5 точек вне плоскости  $\alpha$ .

Больше пирамид нет, т.к. никакие 8 точек не лежат на одной плоскости.

Количество  $n$ -угольников ( $n \geq 4$ )

$$35 + 21 + 7 + 1 = 64$$

Количество пирамид с основаниями этих  $n$  угольников:  $\approx 64 \cdot 5 = 320$

Итого суммарное кол-во пирамид:  $960 + 320 = 1280$

Ответ: 1280

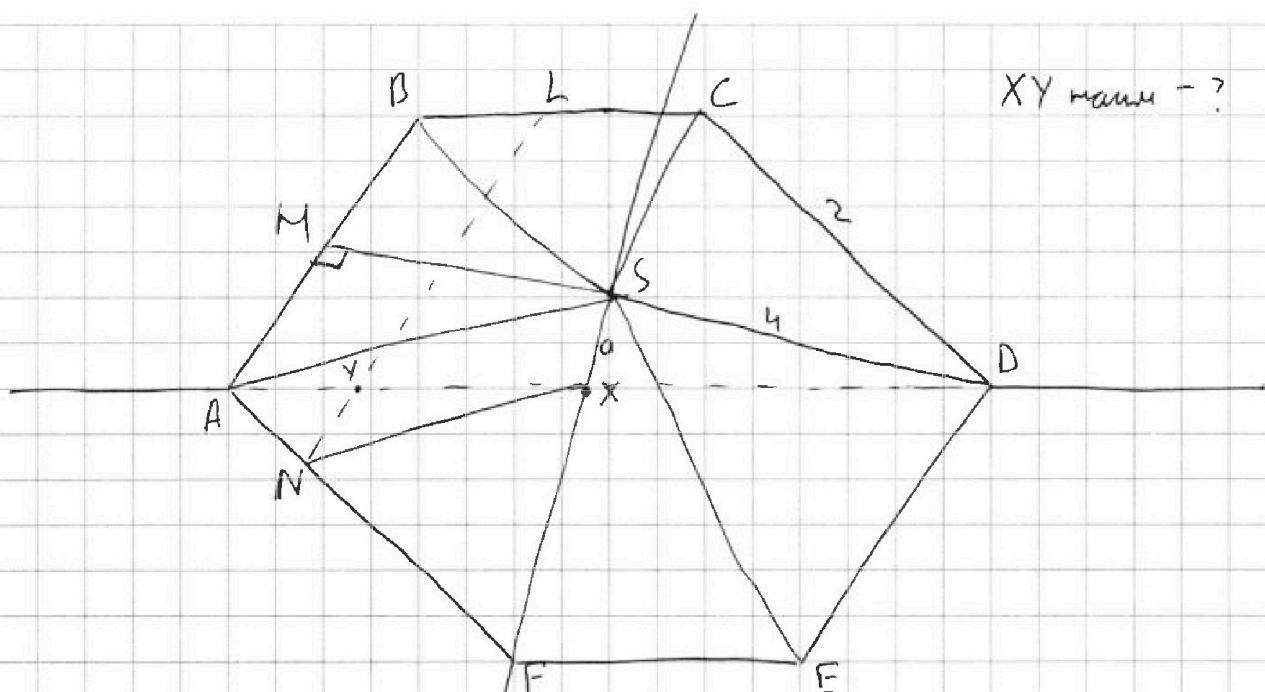


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



XY найти - ?

$$a \in [0; 4]$$

1) Пусть  $SX = a$ ,  $XN \parallel AS$ ,  $a$ ,  $NL \parallel AB$

тогда  $AD \cap NL = Y$  м.р.  $NLX \parallel ABS \Rightarrow$

$XY \parallel ABS$

$$2) AS \parallel NX \Rightarrow \frac{AN}{SX} = \frac{AF}{SF} = \frac{1}{2} \Rightarrow AN = \frac{1}{2} SX = \frac{1}{2} a$$

3)  $NY \parallel AB \Rightarrow \triangle AYN$  - равносторонний т.р.

$$NY = \frac{1}{2} a$$

$$4) \frac{NX}{AS} = \frac{XF}{FS} \Rightarrow NX = \frac{XF}{FS} \cdot AS = \frac{4-a}{4} \cdot 4 = 4-a$$

5)  $NL \parallel AB$   $NX \parallel AS \Rightarrow \angle LNX = \angle BAS$

$$\Downarrow$$

$$\cos \angle LNX = \cos \angle BAS = \frac{AH}{AS} = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6)  $XY$  по теореме косинусов в  $\triangle XYM$ :

$$XY = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (4-a)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot (4-a) \cdot \frac{1}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{4(4-a)^2}{4} - \frac{a(4-a)}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 4a^2 - 32a + 64 - 4a + a^2} =$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{6a^2 - 36a + 64}$$

$XY$  мин при  $6a^2 - 36a + 64$  мин.  
↓  
парабола ветви вверх.

$$a_0 = \frac{36}{2 \cdot 6} = 3$$

$$XY_{\min} = \frac{1}{2} \sqrt{6 \cdot 3^2 - 36 \cdot 3 + 64} = \frac{1}{2} \sqrt{54 - 108 + 64} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2} < 2$$

Если бы  $T$   $X$  летала выше  $S$ , то

$$XY > AS = 4 \Rightarrow \text{не мин}$$

Если бы  $T$   $X$  летала ниже  $F$ , то

$$XY > 2 \Rightarrow \text{не мин}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \text{ — мин}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{10}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \text{ вар. : } p = 101 \quad q = 97$$

$$p = 6a + x, \text{ где } x \in [15; 21]$$

$$\begin{array}{l} 101 = 6 \cdot 16 + 5 \quad \times \\ 6 \cdot 15 + 11 \quad \times \\ 6 \cdot 14 + 17 \quad \checkmark \\ 6 \cdot 13 + 23 \quad \times \end{array}$$

$$a = 14$$

14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 - мн. M

$$101 = 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$$

$$97 = 119 - 22 \quad \text{где } 119 \text{ это сумма всех чисел}$$

при этом  $22 > 20 \Rightarrow 97$  составить нельзя

этом вариантом не подходит.

$$\text{Ответ: } M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$

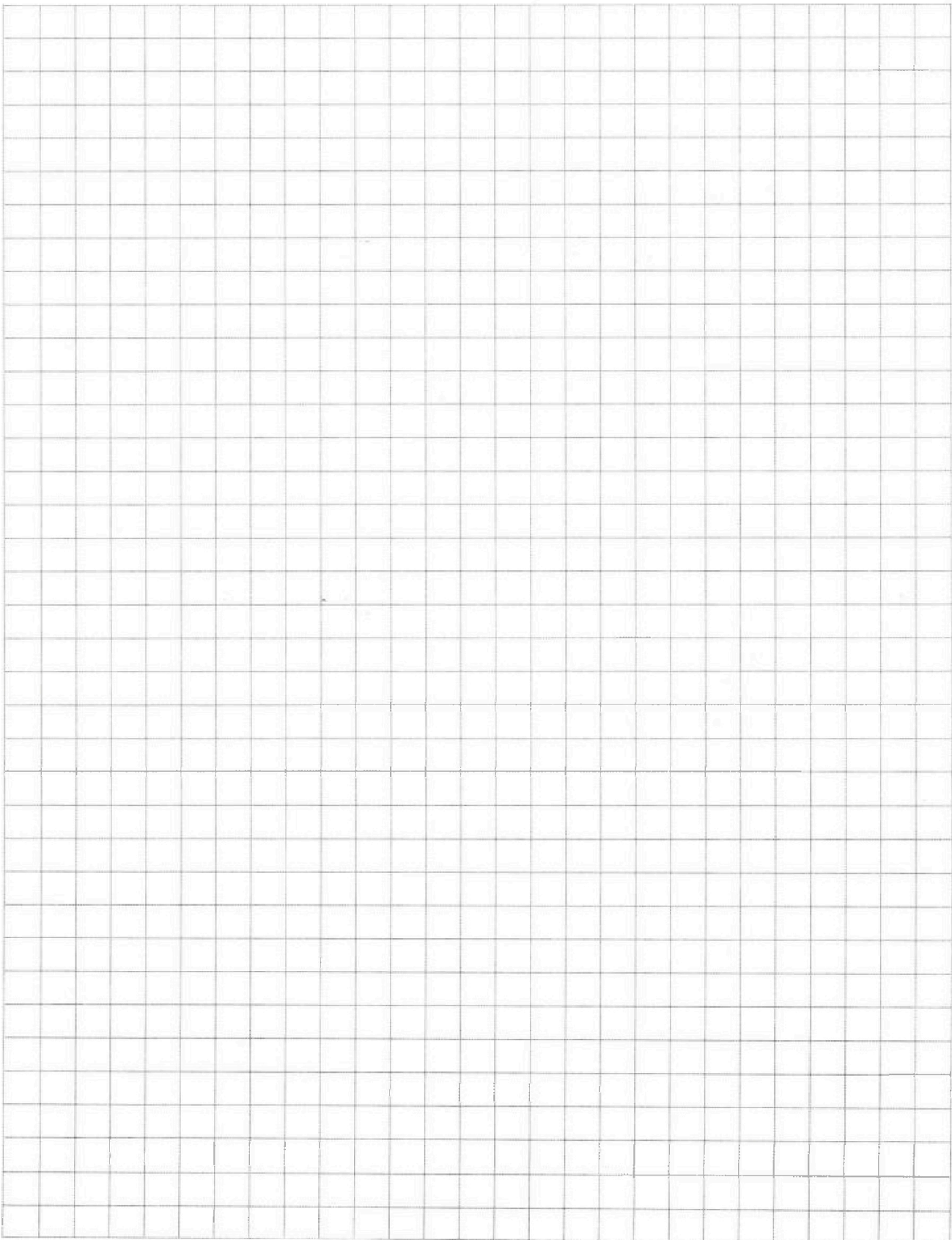


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a$     $a+1$     $a+2$     $a+3$     $a+4$     $a+5$     $a+6$

~~$p=199$~~     $q$  - простое

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 396 \cdot 2 = 198 \cdot 4 = \overset{99}{\cancel{198}} \cdot 8 = 33 \cdot 3 \cdot 2^3$$

~~Решение.~~

$$\begin{array}{r} 264 \\ \hline 792 \end{array}$$

$$60 \cdot 90 = 45 \cdot 6$$

$p-q$  макс. 6

$$\begin{array}{l} p-q=1 \\ p+q=792 \\ 2p=793 \\ \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p-q=2 \\ p+q=396 \\ 2p=398 \\ p=199 \\ q=197 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p-q=3 \\ p+q=264 \\ 2p=267 \\ \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p-q=6 \\ p+q=132 \\ 2p=138 \\ p=69 : 3 \end{array}$$

$$p=199 \quad q=197$$

$$\begin{array}{r} 199 \times 7 \\ 199 \times 13 \\ \hline 140 \\ 59 \\ \hline 13 \\ 169 \\ 30 \end{array}$$

$$p=6a+x \quad (x \in [15; 21])$$

~~$6(a+2) + m \quad \text{или} \quad 6(a+x)$~~

$$\begin{array}{l} 199 = 6 \cdot 33 + 1 \\ 6 \cdot 32 + 7 \\ 6 \cdot 31 + 13 \\ 6 \cdot 30 + 19 \checkmark \\ 6 \cdot 29 + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ 140 \\ \hline 57 \times 7 \\ 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 197 \\ 169 \end{array}$$

30   31   32   33   34

$$199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n$  это вершин

$(n-2)180^\circ$  - сумма углов

$143^\circ \quad 145^\circ \quad \dots \quad 143^\circ + (n-1)2^\circ$

$$\frac{143^\circ + 143^\circ + (n-1)2^\circ}{2} \cdot n = (n-2)180^\circ$$

$$(143^\circ + (n-1)2^\circ)n = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$143^\circ n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 142n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 4(19^2 - 360) = 4$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \begin{cases} 18 \\ 20 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \cdot 19 \\ \cdot 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array} \quad \begin{array}{l} x, y, z \in \mathbb{Z} \\ x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 4 \\ = \ln 6 \end{array}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 2^2 = \ln 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \text{ найти?}$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 8 + z \ln 2 = \ln 6$$

$$= \ln 6 \ln 2 + \ln 3$$

~~$$(4x+3y+z) \ln 2 = \ln 3$$~~

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$$

$$(4x+3y+3z-1) \ln 2 + (z-1) \ln 3 = 0$$

$$\text{Kог } (4x+3y+3z-1) = (1-z) \frac{\ln 3}{\ln 2} = (1-z) \log_2 3$$

$$\text{eg } z = 1 \quad y = 2$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = 0$$

$$4x + 3y = -2$$

$$x = \frac{-3y-2}{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{-3y-2}{4}\right)^2 + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + \frac{16y^2 + 16}{16}$$

$$\frac{25y^2 + 12y + 20}{16}$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 200}}{50} = -\frac{12}{50}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7}} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 3d = \sin(d+2d) = \sin d \cos 2d + \sin 2d \cos d =$$

$$\sin d (1 - 2 \sin^2 d) + 2 \sin d \cos^2 d =$$

$$\sin d (1 - 2 \sin^2 d) + 2 \sin d (1 - \sin^2 d) =$$

$$\sin d - 2 \sin^3 d + 2 \sin d - 2 \sin^3 d = 3 \sin d - 4 \sin^3 d$$

$$5 - 4 \left( 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} \right)} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$t = \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \sqrt{0}$$

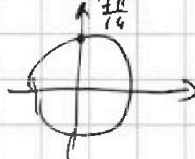
$$t = -1 \text{ root}$$

$$(t+1):0$$

$$\begin{array}{r} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \quad | \quad t+1 \\ \underline{16t^3 + 16t^2} \phantom{- 7t + 1} \\ -8t^2 - 7t + 1 \\ \underline{-8t^2 - 8t} \phantom{+ 1} \\ t + 1 \\ \underline{t + 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -8t^2 - 7t + 1 \\ -8t^2 - 8t \\ \hline t + 1 \\ -t - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

Почему  $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$



$$\begin{array}{r} 4 \\ 49 \\ \cdot 15 \\ \hline 245 \\ 49 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 49 \\ \cdot 15 \\ \hline 245 \\ 49 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$(t+1)(4t-1)^2 \sqrt{0}$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7\sqrt{15}}{32}$$

$$\cos \frac{2\pi}{7} = \sqrt{1 - \frac{49 \cdot 15}{32^2}} = \sqrt{\frac{1024 - 735}{1024}} = \frac{17}{32}$$

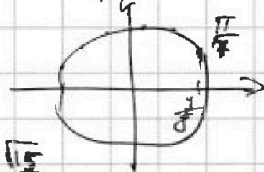
$$\frac{17}{32}$$

$$\sin \frac{4\pi}{7} = 2 \cdot \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{17}{32} = \frac{119\sqrt{15}}{512}$$

$$\sin \frac{3\pi}{7} = \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{7}{8} + \frac{17}{32} \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{66\sqrt{15}}{256}$$

$$\sin \pi =$$

$$\cos \frac{\pi}{7} = (1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{8}$$



$$\sin \frac{\pi}{7} = \sqrt{1 - \frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

$$\frac{265}{289}$$



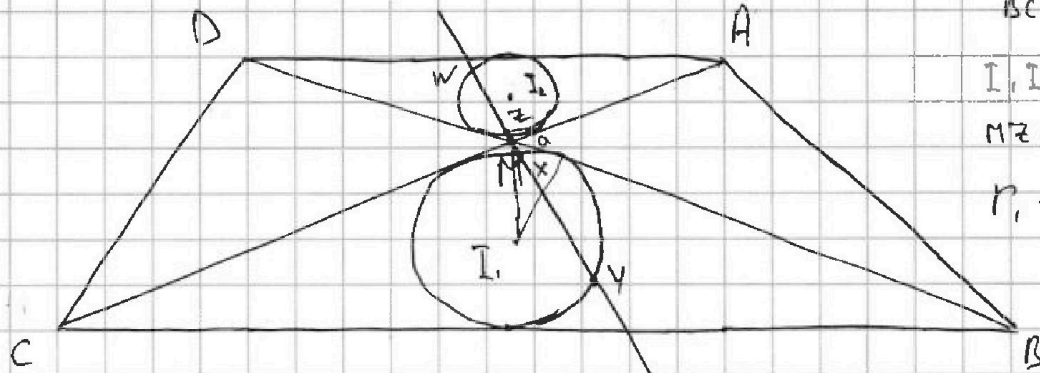


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I, I_1 \neq \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$r_1 = ?$$

I, X - ?

Ф

4 и 12

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

~~15! = 8!~~

$$MX \cdot MY = 10 = a^2$$

$$2 \frac{13}{6} \frac{13}{3}$$

$$XY = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (4-a)^2} = \frac{a}{2} \cdot (4-a) \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\sqrt{\frac{a^2}{4} + 16 - 2a + a^2 - 2a + \frac{a^2}{2}} =$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 64 - 16a + 4a^2 + 2a^2}$$

~~12! = 4!~~ ~~8!~~ ~~4! (12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 5 - 1)~~

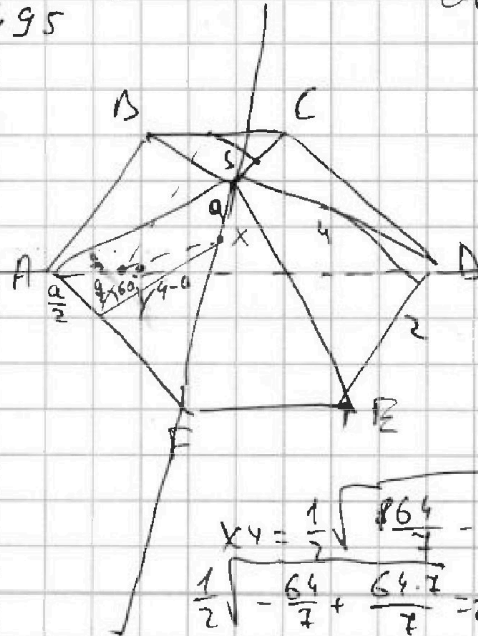
$$\frac{1}{2} \sqrt{7a^2 - 16a + 64}$$

$$OB = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

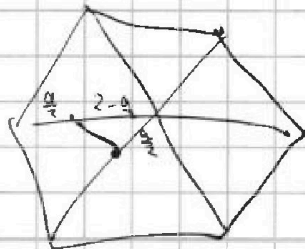
$$5 \cdot 11 \cdot 9 = 99 \cdot 5 = 495$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35$$

$$495 - 35 =$$



XY || SAB  
ман XY - ?



$$XY = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{864}{7} - \frac{128}{7} + 64} =$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{-\frac{64}{7} + \frac{64 \cdot 7}{7} - 2\sqrt{\frac{64 \cdot 8}{7}} = 4\sqrt{\frac{6}{7}}}$$