



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 7

Пусть n - число вершин многоугольника, a_1, \dots, a_n - величины n -угл.

$$\left\{ \begin{aligned} S_{\text{вершин}} &= \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n, \text{ где } a_1 = 143^\circ; d = 2^\circ \\ S_{\text{вершин}} &= 180^\circ n - 360^\circ \text{ для любого многоугольника.} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180n - 360$$

$$142n + n^2 = 180n - 360; n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = \left(\frac{38}{2}\right)^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\begin{cases} n = \frac{38-1}{2} = 18 & (2) \\ n = \frac{38+1}{2} = 20 & (1) \end{cases}$$

Проверяем (1) $n = 20 \Rightarrow a_{20} (20\text{-я вершина}) =$

$$= a_1 + 19 \cdot d = 143 + 19 \cdot 2 = 143 + 38 = 181^\circ > 180^\circ$$

(2) $n = 18$: $a_{18} = a_1 + 17d = 143 + 17 \cdot 2 = 143 + 34 = 177^\circ$

Тога 18 - наибольшее возможное число вершин \checkmark

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_0 = -\frac{16}{50}, y_0 = -\frac{12}{50}, z_0 = 1$$

Проверка:

$$x_0 \ln 16 + y_0 \ln 8 + z_0 \ln 24 = \ln 6$$

$$-\frac{16}{50} \ln 16 - \frac{12}{50} \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \quad | \cdot 50;$$

$$-16 \ln 16 - 12 \ln 8 + 50 \ln 24 = 50 \ln 6;$$

$$\ln \left(\frac{24^{50}}{16^{16} \cdot 8^{12}} \right) = \ln (6^{50}) \Leftrightarrow \frac{24^{50}}{16^{16} \cdot 8^{12}} = 6^{50};$$

$$3^{50} \cdot (2^3)^{50} = 2^{60} \cdot 3^{50} \cdot (7^2)^{16} \cdot (2^3)^{12};$$

$$3^{50} \cdot 2^{750} = 2^{60} \cdot 3^{50} \cdot 7^{112} \cdot 2^{36} \quad \checkmark \text{ Тогда при } x = -\frac{16}{50}, y = -\frac{12}{50};$$

$z = 1$ $x^2 + y^2 + z^2$ принимает наименьшее значение.

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{256 + 144}{2500} + 1 = \frac{2800}{2500} = \frac{28}{25} = \frac{146}{100} = 1,46.$$

Ответ: 1,46; 1,16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22
Тогда ширина будет достигаться при z в вершине параболы.

$$y_0 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{225}{16} = -\frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 50} = -\frac{12}{50} = -\frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{-2y - 3}{4} = \frac{-12 - 3}{2} = \frac{-15}{2} = -\frac{15}{2}$$

$$z = 1$$

Проверка:

$$x_0 \ln 16 + y_0 \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$-\frac{15}{2} \ln 16 + \frac{6}{25} \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \quad | \cdot 200$$

$$-157 \ln 16 + 24 \ln 8 + 100 \ln 24 = 100 \ln 6$$

$$\ln \frac{24^{100}}{16^{157} \cdot 8^{24}} = \ln 6^{100} \Leftrightarrow \frac{24^{100}}{(2^4)^{157} \cdot (2^3)^{24}} = 2^{100} \cdot 3^{100}$$

$$(2^3)^{100} \cdot 3^{100} = 2^{100} \cdot 3^{100} \cdot 4 \cdot 57 + 3 \cdot 24$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 - 1 = 0 \quad y = \frac{-2 - 4x}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 1 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} = \frac{25}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{13}{9}$$

передняя коэф. при $x^2 > 0 \Rightarrow$ парабола вверх, минимум

достигается в вершине

$$x_0 = \frac{16}{2 \cdot \frac{25}{9}} = \frac{16}{50} = -\frac{16}{50}; \quad y_0 = \frac{-2 + \frac{64}{50}}{3} = \frac{-\frac{36}{50}}{3} = -\frac{12}{50}$$

↑
позв. вершины



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6,$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln (3 \cdot 2^3) = \ln (3 \cdot 2),$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3,$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 - \ln 2 = \ln 3 - z \ln 3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} (1 - z)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3 (1 - z)$$

$\in \mathbb{Z}$ $\in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z}, \text{ но } \log_2 3 \notin \mathbb{Q}$$

$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z}$ только в том случае,

когда $1 - z = 0$, $z = 1$.

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 - 1 = 0; \quad x = \frac{-2 - 3y}{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{(-2 - 3y)^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + y^2 + 1 =$$

$$= \frac{75y^2 + 12y + 20}{16} = \frac{25}{16}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$$

Заметим, что $\frac{25}{16}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$ — квадрат, что и требуется.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н3

$p, q \in \mathbb{N}$, p, q - простые

$$p^2 - q^2 = 292, \quad (p+q)(p-q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p^2 - q^2 = 292 > 0 \Rightarrow p > q, \quad p+q > p-q$$

Разделим 292:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 18, 22, 24, 33, 36 ...

т.к. $p, q, p+q, p-q \in \mathbb{N}$, то:

$$\begin{cases} p-q=1 \\ p+q=292 \end{cases}$$

Заметим, что разность между двумя соседними членами $(p-q)$ и $(p+q)$ имеют разную чётность. Следовательно, мы

$\begin{cases} p-q = \text{нечет} \\ p+q = \text{чет} \end{cases} \Rightarrow 2p = \text{нечет} \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=396 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=197 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} p-q=4 \\ p+q=198 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=39 \\ q=27 \end{cases} \quad (3) \quad \text{т.к. } p, q \text{ - простые}$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=31 \\ q=13 \end{cases} \quad (4) \quad \text{т.к. } 21 = 1+2+3+4+5+6 \text{ - мин. сумма в поле чисел}$$

$$\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=29 \\ q=7 \end{cases} \quad (5) \quad \text{т.к. } 27 = 1+2+3+4+5+6 \text{ - ?}$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=69 \\ q=63 \end{cases} \quad (6) \quad \text{т.к. } p, q \in \mathbb{N} \text{ - простые}$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=33 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} p-q=29 \\ p+q=33 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3
1) $p = 39$
 $q = 22$
 $p, q - \text{б из 2 посл. пар. чисел}$
 $\Rightarrow p - q = q_1 - q_2$ $\Rightarrow q_1, q_2 - \text{числа по}$
 $p - q = q_1 + q_2 = 72 > 6$ нельзя
 $\text{всего на разнице макс разности системы 74 посл. из 2}$
 $\text{послед. чисел} = 2k + 6 - 2k = 6$

2) $p = 155$
 $q = 197$
 $p = 101$
 $q = 97$
 $\Rightarrow M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37\}$
 $p - \sum M \{32\}$
 $q - \sum M \{34\}$

(1) Заметим, что если $M \{17, 18, 19, 20, 21, 22\}$, то

$$\sum M = 98 < 101 = p - \text{не подходит}$$

$M \{17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\} - \sum = 105$, получим больше
 $\text{получим из } M \text{ получим } 93 < 97$

$M \{13, \dots, 29\} - \sum = 172$, $\text{придется взять больше}$

$$98 < 101 \Rightarrow \text{если взять больше чисел } < 101 \Rightarrow \text{нельзя}$$

$M \{14, 15, 20\} - \sum = 179$, придется взять

$\text{получим } 105 > 101 - \text{нельзя}$

Тогда $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

Ответа: $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

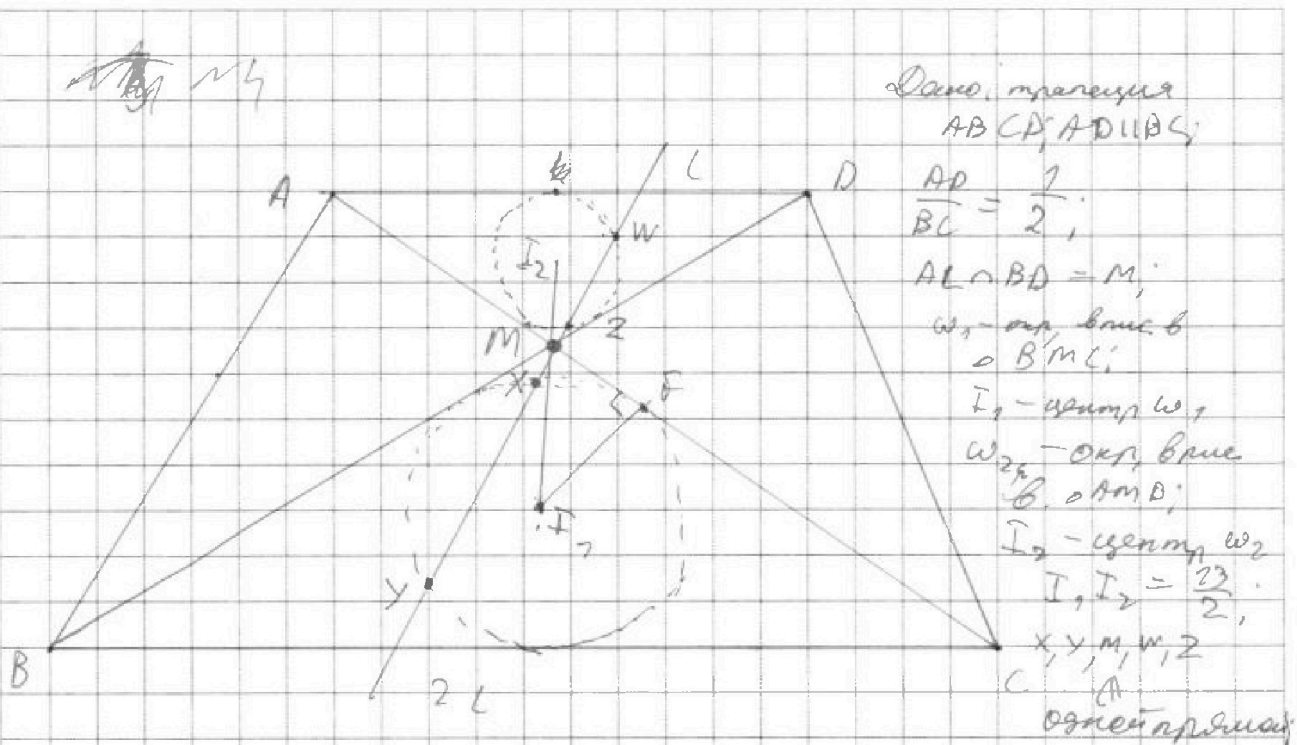


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: трапеция
 $ABCD, AD \parallel BC$

$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$;

$AC \cap BD = M$;

ω_1 - о.к. кас. в
о B, M, C ;

I_1 - центр ω_1 ;

ω_2 - о.к. кас. в
о A, M, D ;

I_2 - центр ω_2 ;

$I_1, I_2 = \frac{23}{2}$;

X, Y, M, W, Z
 C, A
одной прямой;

$X, Y \in \omega_1$;

$W, Z \in \omega_2$;

$MZ \cdot MY = 5$

Найти: I_1, x - ?

Решение:

$\angle BMC = \angle AMD$ (верт. уг)

$\angle DBC = \angle DAB$ как в. уг при $AD \parallel BC$ и секущ. BD

$\Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$ (по 2-м уг) $\Rightarrow \frac{MW}{MY} = \frac{MZ}{MX} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{I_1 X}{I_2 Z}$

(все совп. и \sim \Rightarrow $AD \parallel BC$)

ω_1, ω_2 - кас. о.к. $\Rightarrow I_2 M$ - бисс. $\angle AMD$; $\angle AMI_2 = \angle I_2 M D$

$I_1 M$ - бисс. $\angle BMC$; $\angle BMI_1 = \angle I_1 M C$

$\Rightarrow I_2 M I_1$ - бисс. $\angle AMD$ и $\angle BMC \Rightarrow I_2, M, I_1$ лежат на
одной прямой.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I_2 M = \frac{1}{2} I_1 M; I_1 M = 2 I_2 M$$

$$I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M = 3 I_2 M; I_2 M = \frac{23}{6}; I_1 M = \frac{20}{6}$$

$$\frac{M_Z}{M_X} = \frac{1}{2} \Rightarrow M_Z = \frac{1}{2} M_X; \frac{M_W}{M_Y} = \frac{1}{2}; M_W = \frac{1}{2} M_Y$$

$$M_Z \cdot M_Y = M_Z \cdot 2 \cdot M_W = 2 M_Z$$

$$M_Z \cdot M_Y = \frac{1}{2} M_X \cdot M_Y = \frac{M_X \cdot M_Y}{2}$$

Прямая ω_1 касается $M\Gamma$ в точке F . $\Rightarrow MF$ - отрезок касательной

$I_1 X = I_1 F$ - радиусы ω_1 .

$$MF^2 = M_X \cdot M_Y \text{ (по св. сек. и кас.)} = 2 M_Z \cdot M_Y = 20$$

MF - кас $\Rightarrow \angle MFI_1 = 90^\circ$ (по св. кас) $\Rightarrow MFI_1$ - диаметр.

(по опр.)

По теореме Пифагора

$$MF^2 + FI_1^2 = MI_1^2 \quad FI_1 = \sqrt{MI_1^2 - MF^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{6}\right)^2 + 10} =$$

$$= \sqrt{\frac{6^2}{36} + 10} = \sqrt{\frac{6^2 + 360}{36}} = \frac{\sqrt{1036}}{6} = \frac{2\sqrt{259}}{6} = \frac{\sqrt{259}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{259}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{7} \vee 4 \cos \frac{\alpha}{7} - 5 \sin \frac{\alpha}{7}$$

Пусть $\frac{\alpha}{7} = \alpha$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^3 \alpha - 7 \sin \alpha + 7 \vee 0$$

Пусть $\sin \alpha = t$, $-1 \leq t \leq 1$

$$26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \vee 0$$

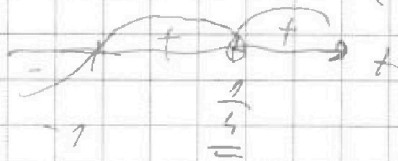
Замечая, что при $t = -1$, $26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 =$

$$= -16 + 8 + 7 + 7 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ — корень } 26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \vee 0$$

$$\begin{array}{r} 26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \quad | \quad t + 1 \\ \underline{26t^3 + 26t^2} \\ -18t^2 - 7t + 7 \\ \underline{-18t^2 - 18t} \\ 11t + 7 \\ \underline{11t + 11} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow 26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 = (t + 1)(26t^2 - 8t + 7) = (t + 1)(4t - 1)^2$$

$$(t + 1)(4t - 1)^2 \vee 0, \quad (t + 1)\left(t - \frac{1}{4}\right)^2 \vee 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Проверяем, что если $\begin{cases} t \neq -1 \\ t \neq \frac{1}{4} \end{cases}$, то $16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 > 0$.

$$\begin{cases} \cos \alpha \neq -1 \\ \sin \alpha \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{3\alpha}{4} \neq -1 \\ \cos \alpha \neq \frac{1}{4} \quad \sin \frac{\alpha}{4} \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Важно

Проверяем, что $16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 > 0$

$$\Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{4} > 4 \cos \frac{\alpha}{4} - 5 \sin \frac{\alpha}{4}$$

Обратно $5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{4}$ больше



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 из??
по условию, ~~каждая~~ если 4 точки \checkmark лежат в одной плоскости, то эта плоскость — α . Получается, что никакие 4 и более точек, лежащих вне α , не лежат на одной плоскости. Значит, если n — кол-во точек многогранника в основании пирамиды, то при $n \geq 4$, все точки, лежащие в основании пирамиды, лежат в α -плоск. Значит, мин. значение n — мин. кол-во точек, лежащих в одной n -ти \Rightarrow мин. кол-во точек, лежащих в α , то есть 7.

Рассмотрим 2 случая

1) $4 \leq n \leq 7$: т.к. пирамида должна быть выпуклой, то её вершины не лежат в α , т.е. это

одна из групп 5 точек

$$n=4: \binom{4}{2} \cdot \binom{1}{1} \text{ — кол-во выпукл. пирамид}$$

\uparrow \uparrow
кол-во способов выбрать вершину пирамиды
кол-во способов выбрать n -тр. в основании

$$\text{Аналогично, } n=5: \binom{5}{2} \cdot \binom{1}{1}; \quad n=6: \binom{6}{2} \cdot \binom{1}{1}; \quad n=7: \binom{7}{2} \cdot \binom{1}{1}$$

$$\begin{aligned} \Sigma &= \binom{7}{5} (\binom{5}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} + \binom{7}{2}) = 5 \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 6}{2 \cdot 1} + 7 + 1 \right) \\ &= 5 (35 + 2 \cdot 1 + 2 + 1) = 5 \cdot 69 = 320. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

кб
2) $n=3$:

В этом случае нам позволено любые 4 точки из 7, кроме тех, которые лежат в одной прямой. Кроме того шуря, когда все точки

лежат в одной прямой: $\binom{7}{4} - 6 = 35 - 6 = 29$

лежат в одной прямой, т.е. в одной прямой

кол-во пирамид: $\binom{7}{4} - 6 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - 6 = 35 - 6 = 29$

$$= 7 \cdot 5 \cdot 9 - 7 \cdot 5 = 495 - 35 = 460$$

→ всего пирамид $= 460 + 320 = 780$.

Ответ: 780.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. $(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ $p > q$ $2 \times 3 = 22$

$792 = 2 \cdot 396 = 4 \cdot 198 = 8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ $4 - 3 \cdot 2 = 24$

$\Rightarrow p - q = 24$ $\Rightarrow p + q = 33$

$\begin{cases} p - q = 24 \\ p + q = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 57 \\ p = 28.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 3 \\ p + q = 769 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 772 \\ p = 386 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 4 \\ p + q = 269 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 273 \\ p = 136.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 6 \\ p + q = 198 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 204 \\ p = 102 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 8 \\ p + q = 99 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 107 \\ p = 53.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 9 \\ p + q = 59 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 68 \\ p = 34 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 11 \\ p + q = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 44 \\ p = 22 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 12 \\ p + q = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 17 \\ p = 8.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 18 \\ p + q = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = -1 \\ p = -0.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 22 \\ p + q = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 11 \\ p = 5.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 33 \\ p + q = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 55 \\ p = 27.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 396 \\ p + q = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 399 \\ p = 199.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 792 \\ p + q = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 793 \\ p = 396.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 198 \\ p + q = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 209 \\ p = 104.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 99 \\ p + q = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 121 \\ p = 60.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 24 \\ p + q = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 57 \\ p = 28.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 3 \\ p + q = 769 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 772 \\ p = 386 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 4 \\ p + q = 269 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 273 \\ p = 136.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 6 \\ p + q = 198 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 204 \\ p = 102 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 8 \\ p + q = 99 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 107 \\ p = 53.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 9 \\ p + q = 59 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 68 \\ p = 34 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 11 \\ p + q = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 44 \\ p = 22 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 12 \\ p + q = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 17 \\ p = 8.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 18 \\ p + q = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = -1 \\ p = -0.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 22 \\ p + q = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 11 \\ p = 5.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 33 \\ p + q = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 55 \\ p = 27.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 396 \\ p + q = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 399 \\ p = 199.5 \end{cases}$

$\begin{cases} p - q = 792 \\ p + q = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p = 793 \\ p = 396.5 \end{cases}$

$5 + 6 + 2 + 4 + 9 + 10 + 11 = 75$

$6 + 2 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$

$77 \cdot 3 = 231$

$8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 22 = 210 = 21 \cdot 3 = 03$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical solution on grid paper for a geometry problem involving triangles and circles. The solution includes diagrams, calculations, and geometric reasoning.

Diagram 1 (Top): Triangle ABC with a point X on BC . A line through X intersects AB at M and AC at N . A circle is drawn passing through M and N . Points I_1 and I_2 are marked. Calculations: $\frac{AD}{BC} = 2$, $\frac{I_1 I_2}{BC} = \frac{73}{2}$, $MZ \cdot MY = 5$.

Diagram 2 (Middle): Triangle ABD with a point X on BD . A line through X intersects AB at M and AD at N . A circle is drawn passing through M and N . Points I_1 and I_2 are marked. Calculations: $\frac{AD}{BC} = \frac{7}{2}$, $MZ \cdot MY = 5$, $I_1 I_2 \cap X$ (точка пересечения 2-х окружностей).

Diagram 3 (Bottom): Triangle ABD with a point X on BD . A line through X intersects AB at M and AD at N . A circle is drawn passing through M and N . Points I_1 and I_2 are marked. Calculations: $\frac{I_1 X}{I_2 Z} = 2$, $\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{7}{2}$, $I_2 M = \frac{7}{2} I_1 M = \frac{7}{3} I_1 I_2 = \frac{113}{6}$.

Text:

решено:
 $\triangle AMD \sim \triangle BMC$ → $\frac{AM}{BM} = \frac{AD}{BC}$
 $\frac{I_1 X}{I_2 Z} = 2$
 $\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{7}{2}$
 $I_2 M = \frac{7}{2} I_1 M = \frac{7}{3} I_1 I_2 = \frac{113}{6}$
 $MZ \cdot MY = AM \cdot ZM$
 $KX + XM \cdot XZ = YZ \cdot YM = AM \cdot ZM$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{64} \cdot \frac{64}{81} + 7 + \frac{64}{49} + \frac{36}{49} = \frac{769}{49}$$

Ответ: $\frac{769}{49}$

$$\text{Решение: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{7} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{7}}$$

$$\frac{\pi}{7} = d$$

$$5 - 4 \sin 3d \sqrt{4 \cos d - 5 \sin d}$$

$$5 - 4(3 \sin d - 4 \sin^3 d) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 d) - 5 \sin d}$$

$$5 - 12 \sin d + 16 \sin^3 d \sqrt{4 - 8 \sin^2 d - 5 \sin d}$$

$$46 \sin^3 d + 8 \sin^2 d - 12 \sin d + 7 = 0$$

$$\sin d = t$$

$$46t^3 + 8t^2 - 12t + 7 = 0$$

$$4t(11t^2 + 2t - 3)$$

$$D_1 = 84 + 7 - 48 = 16 \cdot 4 + 7 \cdot 3 \cdot 16 = 16(27 + 4) = 16 \cdot 31 = (4\sqrt{31})^2$$

$$t = \frac{-8 - 20}{48} = -\frac{28}{48} = -\frac{7}{12}$$

$$t = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$$

$(\frac{x}{2})^2 = x$
 $\frac{x^2}{4} = x$
 $x^2 = 4x$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x - 4) = 0$
 $x = 0$ or $x = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 y^2 z^2 = \frac{16 + 16y^2 - 9y^2 - 72y - 4}{16} = \frac{7y^2 - 12y + 12}{16}$$

$$= \frac{7}{16} y^2 - \frac{3}{4} y + \frac{3}{4} = f(y)$$

Для поиска минимума $f(y)$ при $y > 0$ → правило Лобача → min в начале

$$f'(y) = \frac{7}{8} y - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \frac{7}{8} y = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 7} = \frac{6}{7}$$

$$y = \frac{6}{7} \quad x = \frac{-2 - 3y}{4} = \frac{-2 - \frac{18}{7}}{4} = \frac{-14 - 18}{28} = -\frac{32}{28} = -\frac{8}{7}$$

$$z = \frac{-36 + 18 + 24}{7} = \frac{6}{7}$$

$$x = -\frac{8}{7}, \quad y = \frac{6}{7}, \quad z = \frac{6}{7}$$

$\sin 2\alpha = \sin 2\theta \cos \phi \cos 2\theta \cos \phi$
 $= 2 \sin \theta (1 - \sin^2 \theta) + (1 - 2 \sin^2 \theta) \cos \phi = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$

$$\frac{6}{7} \ln 8 - \frac{8}{7} \ln \frac{16}{7} + \ln 24 = \ln 6 \cdot 7$$

2036

$$6 \ln 8 - 8 \ln 16 + 7 \ln 24 = 2 \ln 6$$

$$\ln \frac{8^6 \cdot 24^7}{16^8} = \ln 6^2 \Rightarrow \frac{8^6 \cdot 24^7}{16^8} = 6^2$$

$$(2^3)^6 \cdot (2^3 \cdot 3)^7 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot (2^4)^2$$

$$2^{18} \cdot 2^{21} \cdot 3^7 = 3^2 \cdot 2^8 \cdot 2^{16}$$

$$2^{39} \cdot 3^7 = 3^2 \cdot 2^{24} \quad \checkmark \Rightarrow x = -\frac{8}{7}, \quad y = \frac{6}{7}, \quad z = \frac{6}{7}$$

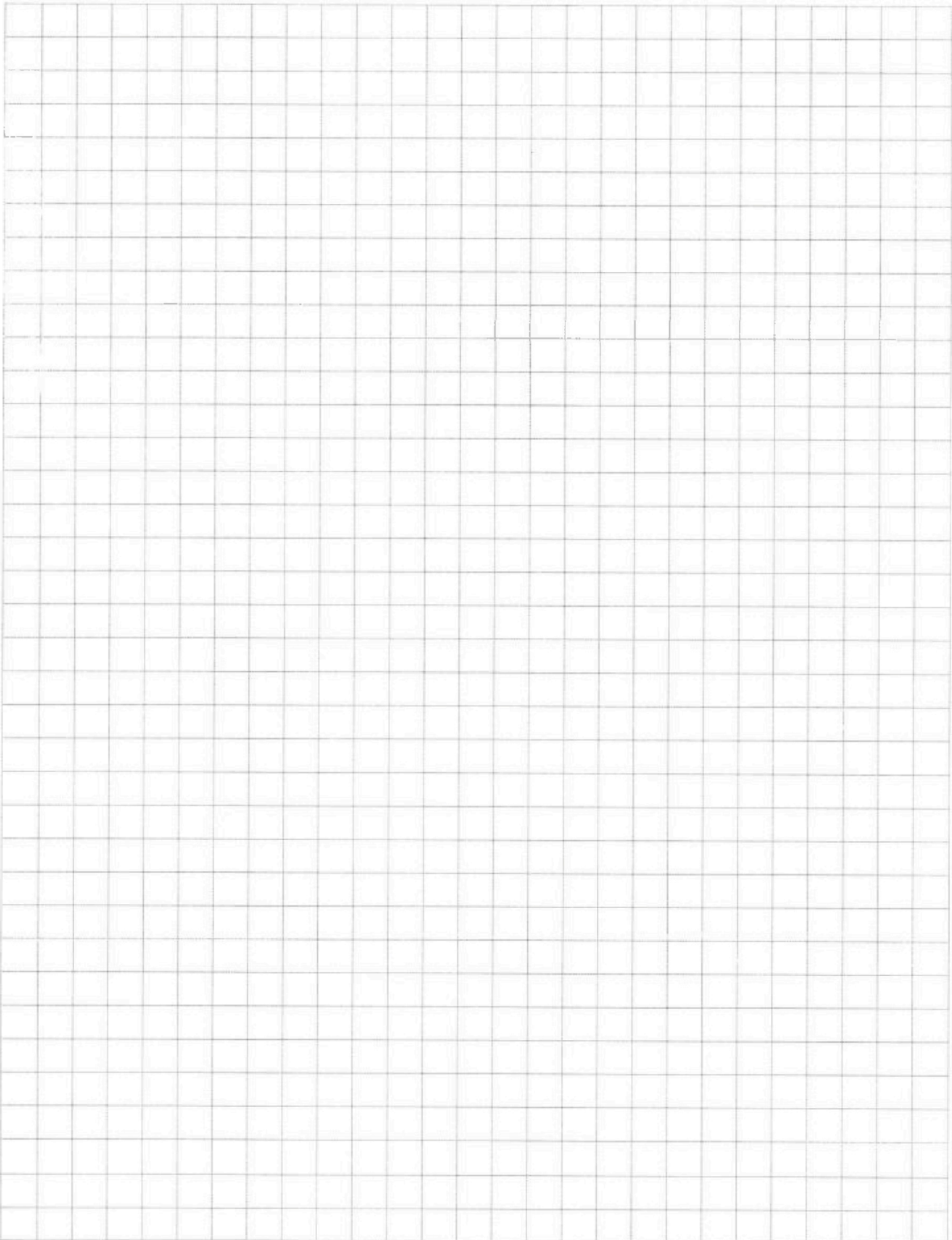


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



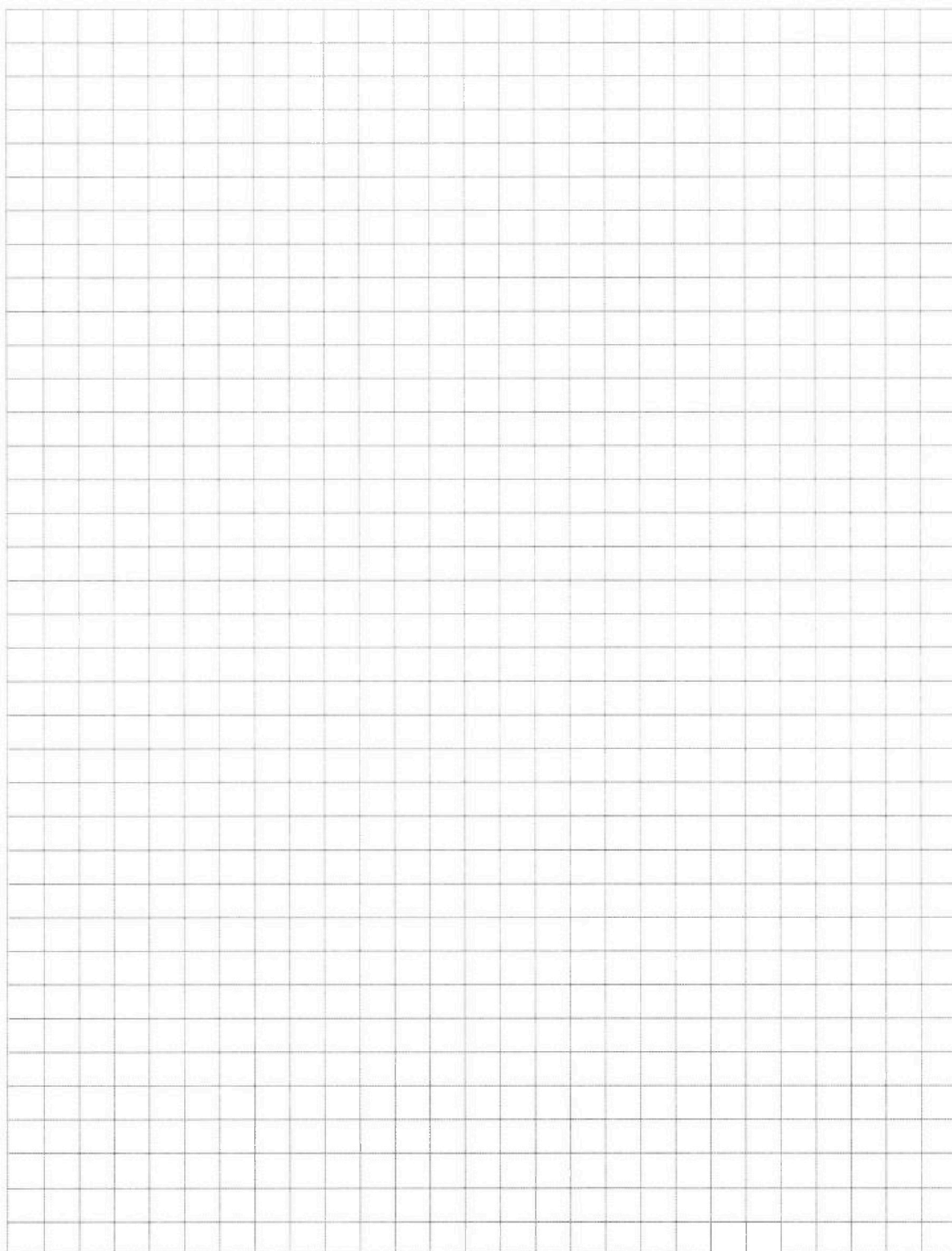


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. 2 летат на 2, иначе 4 аз ост. 5 не летают в м-м.

⇒ если летают только в м-м 4 великая

⇒ пусть n - количество в ост. журавлей.

$$\begin{array}{r} 2n \\ 4n \\ \hline 6n \end{array} \quad \begin{array}{r} 1200 \\ 384 \\ \hline 1584 \end{array}$$

n журавлей в д, велики не летают в д

$$n = 3$$

все, что угодно.

$$1) n=9: x = C_7^9 \cdot C_5^7$$

$$n=5: x = C_9^5 \cdot C_5^7$$

$$\frac{1080}{400} = 2.7$$

$$\frac{25 \cdot 256}{92500} = 16.12$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \Sigma = C_9^7 (C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + C_2^7) \\ & = 5(C_2^0 + C_2^1 + C_2^2 + C_2^3) = \\ & = 5(1 + 2 + \frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{6}) = \\ & = 5(7 + 2 + 3 + 1) = 320 \end{aligned}$$

2) $n=3$ иначе 4 журавли не летают в м-м, как от не в д.

$$\Rightarrow x = \frac{C_{12}^9 \cdot C_7^9}{C_7^9} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} =$$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{7 \cdot 10 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$$= 11 \cdot 5 \cdot 9 - 7 \cdot 5 = 495 - 35 = 460 + 320 = 780$$

Ответ: 780

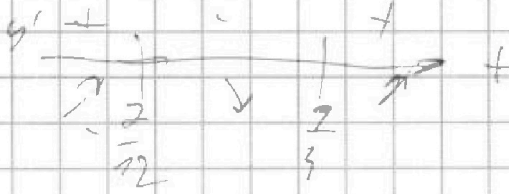


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

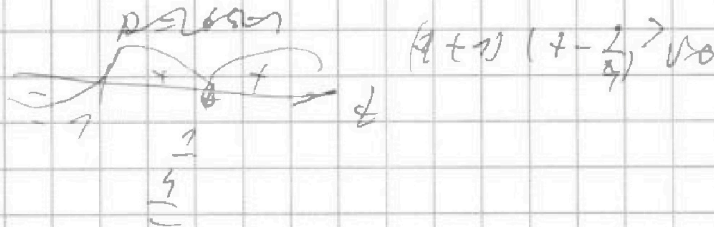


⇒ если при $t = -1$ и при $t = \frac{1}{4}$... > 0 , то ...

$$t = -1: -16 + 8 + 2 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 & t + 1 \\ \hline 76t^3 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 8t & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline & t + 1 \end{array}$$

$$(t + 1)(16t^2 - 8t + 1) = (t + 1)(4t - 1)^2 \geq 0$$



$$\Rightarrow \text{при } \left[\sin \frac{\pi}{4} \cdot 4 - 1 \right] > 0 \Rightarrow 5 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{4} > 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{4} > 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p-q) | p+q | = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$22 : 6 = 72$$

Делители 792:

$$169 \cdot 13 = 18$$

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 11 \\ \hline 782 \\ + 13 \\ \hline 795 \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 18, 22, 24, 33, 36, ...

$$789 + 36 + 26 + 6 = 21$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{26}{18} \cdot \frac{26}{26} = \frac{6}{27}$$

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=390 \\ p-q=4 \\ p+q=224 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=199 \\ p \neq q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=192 \end{cases} \quad | 41$$

p, q — простые

$$\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=199 \end{cases}$$

$$1+20+4+5+6+7 = 28$$

$$\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases} \quad | 31$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=132 \end{cases}$$

$$2 \cdot k + 78 = 209$$

$$\begin{cases} p=69 \\ q=63 \end{cases} \quad | 21$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases}$$

$$k = 195$$

$$\begin{cases} p=39 \\ q=27 \end{cases} \quad | 11$$

$$7 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$k = 28$$

$$\begin{cases} p=37 \\ q=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 + 31 = 28$$

$$\begin{cases} p=28 \\ q=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$20 + 28 + 30 + 32 + 34 + 36 + 38 = 28$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=36 \end{cases}$$

$$p - q = 22 \quad \text{н.н. числа не л.н.}$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=36 \end{cases}$$

$$2) \quad p - q = 0 \quad \rightarrow \text{н.н. } i = 2; j = 7$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=33 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{н.н. } 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=33 \end{cases}$$

3)

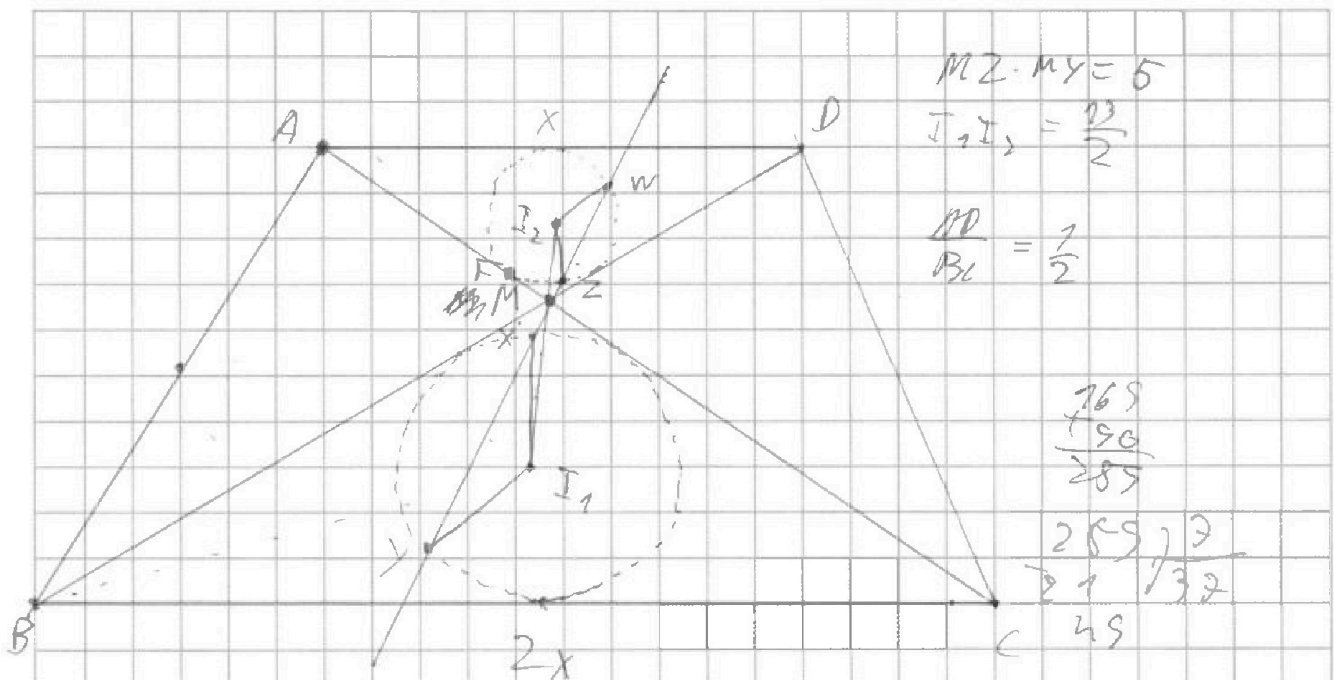


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$MZ \cdot MY = 5$$

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$\frac{MP}{BL} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 769 \\ 196 \\ \hline 289 \\ 289 \overline{) 259} \\ 21 \quad 132 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\frac{I_1 M}{I_2 M} = 2$$

$$MZ \cdot MY - 2MZ(MZ + WZ) = 5$$

$$MZ \cdot MW = \frac{5}{2} = MF^2$$

$$MF^2 + R_2^2 = I_2 M^2$$

$$R_1 = 2R_2 = 2 \sqrt{I_2 M^2 + MF^2} = 2 \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{769}{36} + \frac{5}{2}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 5 \cdot 18}{36}} = 2 \sqrt{\frac{269}{36}}$$

$$= \frac{2 \sqrt{269}}{6} = \frac{\sqrt{269}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{269}}{3}$

28	26	22	28	29	30	31	203
26	23	28	29	30	31		217
29	23	28	29	30	31		231
30	31	33	33	34	35	36	
19	20	25	20	25	28	28	266
10	17	12	73	14	15	10	51
18	17	14	15	16	17	18	108
13	...	17	22				
14	...						172



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. или $133, 145, \dots$ $S = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

или ~~$133, 247, \dots$~~ $S = \frac{21 + 2}{2} \cdot 3$

$\frac{2 \cdot 133 + 2n}{2} \cdot n = 180 \cdot n - 360$ $S = \frac{2+2}{2} \cdot 3 = 6$

$145n = 180n - 360$ $35n = 360$

$n \neq$

вознос!

$\frac{2 \cdot 143 + 2n - 2}{2} \cdot n = 180n - 360$

$142n + n^2 = 180n - 360$

~~$147n + 2n$~~

~~$n^2 + 34n + 360 = 0$~~
 ~~$D = 324 - 360$~~

$\frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180n - 360$

$2 \ln n^2 = 2 \ln 3 \cdot 2 = 2 \ln 3 + 2 \ln 2$

$142n + n^2 = 180n - 360$; $n^2 - 36n + 360 = 0$

2. $x \ln 26 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$

$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$

$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$

$\Rightarrow \log_2 3(1-z) \in \mathbb{Z}$

$4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3(1-z)$

$\Rightarrow 1-z = 0$
 $z = 1$

$\frac{1}{z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{числ}} a, n = S_{\text{числ}} \text{матриц}$$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = 180n - 360;$$

$$a_1 n + \frac{(n-1)n}{2} \cdot d = 180n - 360$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360;$$

$$n^2 + 142n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 36^2 - 360 = 0$$

$$n = 19 - 1 = 18$$

$$n = 19 + 1 = 20$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{5} x^2 + \frac{16}{5} x + \frac{12}{5}$$

$$x_0 = -\frac{16}{2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{5}} \cdot \frac{9}{50}$$

$$= -\frac{16}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{50}$$

нуженое!

38

$$a_{20} = a_1 + 2 \cdot 29 = 143 + 40 = 183 \neq 80 \neq$$

$$a_{18} = a_1 + 2 \cdot 27 = 143 + 54 = 197 \checkmark$$

Ответ: 18.

2.7.3

$$2. \begin{cases} 4x + 3y + 3z = 1 \\ \log_2 3(1-z) \end{cases}$$

$$z = 2$$

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2-3y}{4}$$

$$y = \frac{-2-4x}{3}$$

$$x^2 + y^2 + 4x + \frac{4x^2 + 6x + 1}{9} =$$

$$10x^2 + 26x + 23 \cdot 16$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 + y^2 - \left(\frac{2+3y}{4}\right)^2 = 1 + y^2 - \frac{4y^2 + 12y + 4}{16}$$

$$= \frac{16x^2 + 26x + 23 \cdot 16}{9}$$